

TP 3 – Résolution du modèle géométrique inverse du bras STAUBLI RX90

Consignes pour le rapport

- Votre code doit être clair et bien commenté.
- Vous devez fournir à la fin de la séance un rapport en pdf contenant les réponses aux questions. Le nom du fichier devrait être écrit de la façon suivante : ST2ROB_NOM_TP3
- Le seul fichier Matlab à compléter et à rendre est : IK_RX90.m

1 Objectif

L'objectif de ce TP est de comprendre, résoudre et d'implémenter les notions théoriques des modèles géométriques directe et inverse d'un manipulateur sériel. Ce travail s'appuie sur un exemple relativement classique de structure de bras qui est le Staubli RX90. Le travail demandé est de compléter l'ensemble des fonctions Matlab données en y intégrant la résolution du MGI.

2 Introduction

On considère le bras sériel Staubli RX90 représenté sur la figure (1) dont les paramètres de Denavit-Hartenberg sont donnés dans le tableau 1. Les figures 2 et 3 rappellent cette convention et définit les repères de liaison, de la base et de l'effecteur.

| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|
| α_i | $-\pi/2$ | 0 | $+\pi/2$ | $-\pi/2$ | $+\pi/2$ | 0 |
| a_i | 0 | $L_2 = 0.45$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| θ_i | θ_1 | θ_2 | θ_3 | θ_4 | θ_5 | θ_6 |
| d_i | 0 | 0 | 0 | $L_3 = 0.45$ | 0 | $L_6 = 0.10$ |

Table 1: Paramètres Denavit-Hartenberg du Staubli RX90

La matrice de transformation homogène du repère $\{B\}$ vers le repère $\{A\}$ est notée ${}^A_B T$. La transformation ${}^{i-1}_i T$ entre deux corps liés par la liaison i s'écrit, en fonction des paramètres de DH-modifié,

$${}^{i-1}_i T = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i}c_{\alpha_i} & s_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

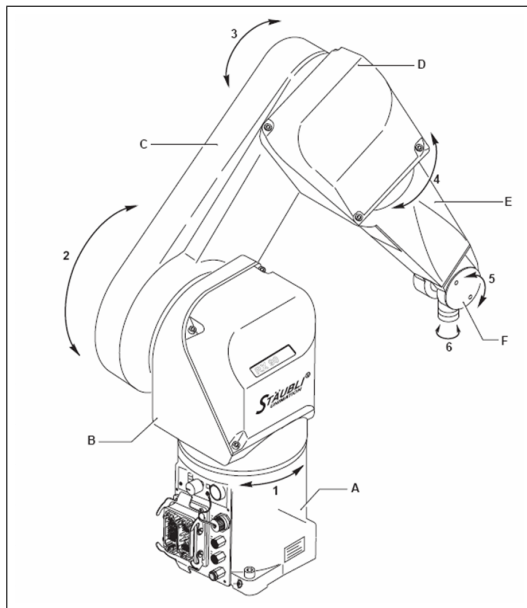


Figure 1: Vue 3D du Staubli RX90.

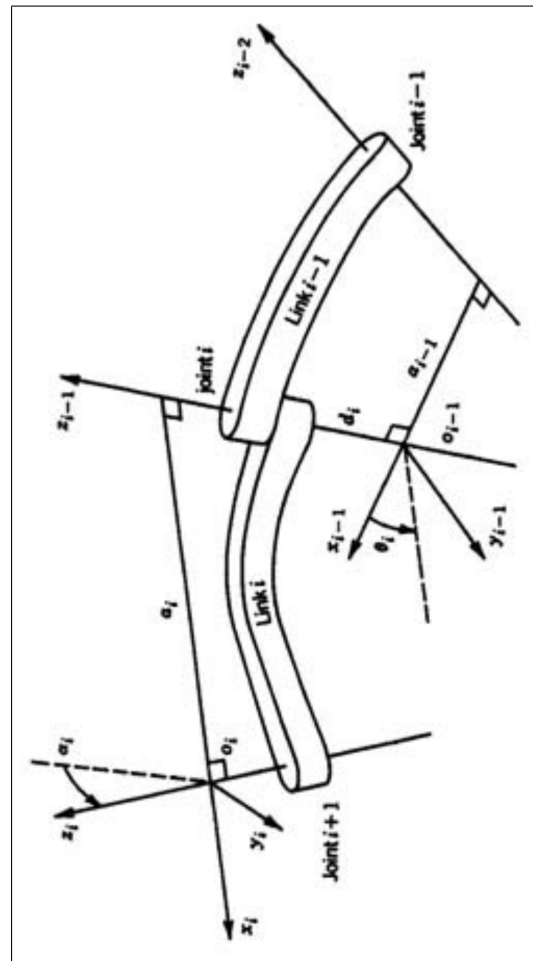


Figure 2: Rappel de la convention DH.

On rappelle la relation de composition des matrices de transformations entre la base (0) et l'effecteur (6)

$${}^0_6T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T. \quad (2)$$

3 Solution du modèle géométrique inverse

3.1 Poignées à axes concourants

Pour les robots 6R, où les 3 dernières pivot sont à axes concourants, il existe un point particulier dont la position ne dépend que des 3 premiers angles articulaires. Ce point est le centre de la poignée O_4 . Dans le cas où la configuration de l'effecteur $\{6\} \equiv \{E\}$ est connue par sa position \mathbf{p}_E et son orientation 0_ER , la position \mathbf{p}_4 O_4 dans $\{0\}$ peut être calculée par

$$\mathbf{p}_4 = \mathbf{p}_E - {}^0_ER \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_6 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

3.2 Résolution de θ_1

Connaissant \mathbf{p}_4 , on montre assez aisément que

$$\begin{cases} \theta_1 = \arctan2(p_{4_2}, p_{4_1}) \\ \theta'_1 = \arctan2(p_{4_2}, p_{4_1}) + \pi \end{cases} \quad (4)$$

3.3 Résolution de θ_2 et θ_3

En utilisant les matrices homogènes ou par un simple raisonnement graphique, on montre

$$\mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} c_{\theta_1} (L_2 c_{\theta_2} + L_3 s_{\theta_{23}}) \\ s_{\theta_1} (L_2 c_{\theta_2} + L_3 s_{\theta_{23}}) \\ -L_2 s_{\theta_2} + L_3 c_{\theta_{23}} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

En notant

$$\lambda = p_{4_1} c_{\theta_1} + p_{4_2} s_{\theta_1} \quad (6)$$

$$A = 2L_2 p_{4_3} \quad (7)$$

$$B = -2L_2 \lambda \quad (8)$$

$$C = L_3^2 - \lambda^2 - p_{4_3}^2 - L_2^2 \quad (9)$$

$$\epsilon = \{-1, 1\} \quad (10)$$

et en manipulant l'équation (5) on obtient

$$C = A s_{\theta_2} + B c_{\theta_2}. \quad (11)$$

Les solutions à l'équation 11 sont

$$\theta_2 = \arctan2 \left(AC - \epsilon B \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}, BC + \epsilon A \sqrt{A^2 + B^2 - C^2} \right). \quad (12)$$

Connaissant θ_2 et s'appuyant sur l'équation (5), on obtient pour θ_3

$$\theta_3 = \arctan2(\lambda c_{\theta_2} - p_{43} s_{\theta_2} - L_2, \lambda s_{\theta_2} + p_{43} c_{\theta_2}). \quad (13)$$

3.4 Résolution de θ_5 , θ_4 et θ_6

L'équation (2) se réécrit

$$[{}^0_3T]^{-1} {}^0_6T = {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T. \quad (14)$$

Le membre gauche de l'équation (14) est connu et peut être noté

$$[{}^0_3T]^{-1} {}^0_6T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

avec ${}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T$

$${}^3_6T = \begin{bmatrix} c_{\theta_6} c_{\theta_5} c_{\theta_4} - s_{\theta_6} s_{\theta_4} & -s_{\theta_6} c_{\theta_5} c_{\theta_4} - c_{\theta_6} s_{\theta_4} & s_{\theta_5} c_{\theta_4} & L_6 c_{\theta_5} s_{\theta_4} \\ c_{\theta_6} c_{\theta_5} s_{\theta_4} + s_{\theta_6} c_{\theta_4} & -s_{\theta_6} c_{\theta_5} s_{\theta_4} + c_{\theta_6} c_{\theta_4} & s_{\theta_5} s_{\theta_4} & L_6 s_{\theta_5} s_{\theta_4} \\ -c_{\theta_6} s_{\theta_5} & s_{\theta_6} s_{\theta_5} & c_{\theta_5} & L_6 c_{\theta_5} + L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

θ_5 peut être déduit des équations (15) et (16)

$$\theta_5 = \arctan2\left(\sqrt{r_{13}^2 + r_{23}^2}, r_{33}\right). \quad (17)$$

A partir des équations (15) et (16) et supposant connu θ_5 , θ_4 s'écrit

$$\begin{cases} \theta_4 = \arctan2(p_2, p_1) & \text{si } s_{\theta_5} \neq 0 \\ \theta_4 \text{ arbitraire} & \text{si } s_{\theta_5} = 0 \end{cases} \quad (18)$$

Dans le cas où $s_{\theta_5} = 0$, une valeur arbitraire de θ_4 peut être choisie.

L'équation (2) se réécrit de la façon suivante

$$[{}^0_5T]^{-1} {}^0_6T = {}^5_6T. \quad (19)$$

et en introduisant une notation pour le membre gauche de l'équation (19)

$$[{}^0_5T]^{-1} {}^0_6T = \begin{bmatrix} r'_{11} & r'_{12} & r'_{13} & p'_1 \\ r'_{21} & r'_{22} & r'_{23} & p'_2 \\ r'_{31} & r'_{32} & r'_{33} & p'_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

θ_6 peut être écrit

$$\theta_6 = \arctan2(r'_{21}, r'_{11}). \quad (21)$$

D'autres solutions pour θ_4 , θ_5 et θ_6 existent :

$$\begin{aligned}\theta'_4 &= \theta_4 + \pi \\ \theta'_5 &= -\theta_5 \\ \theta'_6 &= \theta_6 + \pi.\end{aligned}\tag{22}$$

4 Questions préliminaires

1. Pourquoi arctan2 est utilisé plutôt que arctan ?
2. Expliquer brièvement pourquoi deux solutions pour θ_1 existent.
3. Expliquer brièvement pourquoi deux solutions pour θ_2 existent.
4. Expliquer brièvement pourquoi deux solutions existent pour $\{\theta_4, \theta_5, \theta_6\}$.
5. Pour une position et orientation données de l'effecteur, combien de solutions différentes au problème géométrique inverse existent ?

5 Implémenter le code

Un ensemble de fonctions Matlab vous est fourni. Ces fonctions permettent la représentation du robot sous interface graphique et la possibilité de spécifier une configuration cible de l'effecteur. Ces fonctions peuvent être lancées à partir de script `js_geom_motion_RX90.m`.

Votre code doit être écrit dans la fonction `IK_RX90.m` qui doit déterminer les solutions du MGI.

1. Ajouter les commandes nécessaires dans la fonction `IK_RX90.m` qui doit résoudre le MGI.
Aucune autre fonction ne doit être changée!
2. Tester vos solutions pour différentes entrées. Donner les solutions numériques pour $p_E = [-0.45, 0, 0.55]^T$ et ${}^0_E R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Mettre les représentations graphiques en utilisant des captures d'écran.
3. Quel critère doit être considéré pour le choix parmi les différentes solutions ?
4. Ajouter les instructions nécessaires pour prendre en compte ceci.
5. Ajouter les instructions nécessaires traiter les poses non-atteignables.

6 Analyse

1. Pour une pose de l'effecteur, est-il possible d'aller d'une solution à une autre tout en maintenant cette pose ? pourquoi ?
2. Est-ce que le MGI prend en compte les contraintes d'évitement d'obstacle ? Comment cela peut être pris en compte ?

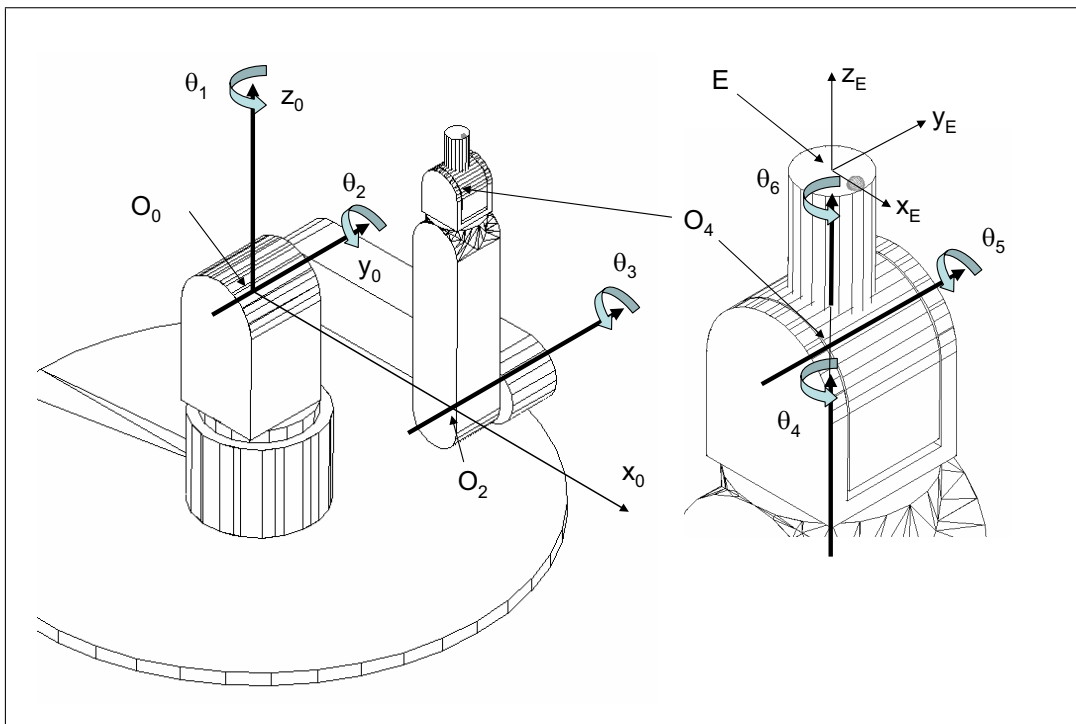


Figure 3: Repères de la base et de l'effecteur.