

3SAT : INPUT: φ - formula în 3CNF

(cu n propoziții atomice și m clauze)

OUTPUT: DA dacă $\exists \tau: A \rightarrow \{0,1\}$ a.î. $\tau(\varphi) = 1$
(φ -satisfiabilă)

CLIQUE: INPUT: $G=(V,E)$ - graf neorientat cu n noduri
 $k \in \mathbb{N}$

OUTPUT: DA dacă $\exists A \subseteq V$ a.î.

$|A| \geq k$ și $\forall v, w \in A$ a.î.
 $v \neq w$, avem $(v,w) \in E$
și $(w,v) \in E$

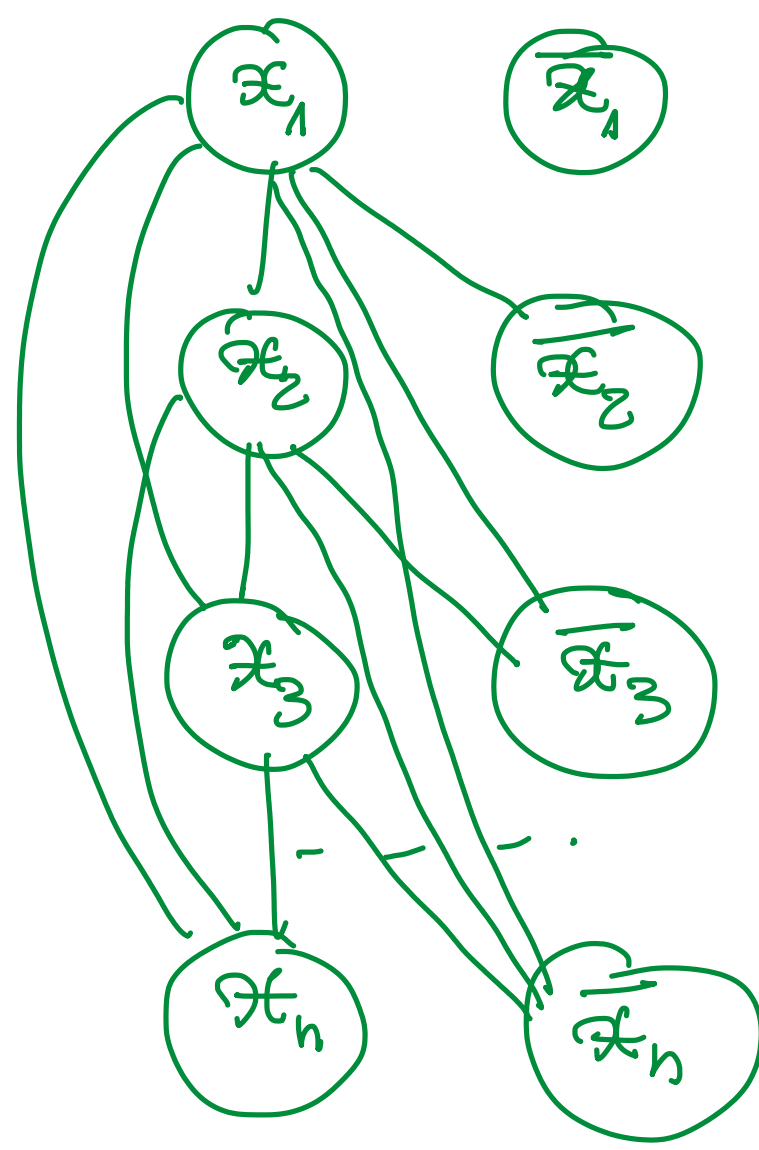
Pentru a reduce 3SAT la CLIQUE, trebuie să transformăm orice instanță a problemei 3SAT într-o instanță a problemei CLIQUE astfel încât răspunsul la cele două probleme să fie același.

Fie φ o formulă în 3CNF (cu n prop. atomice și m clauze) o instanță a 3SAT.

Construim graful G astfel:

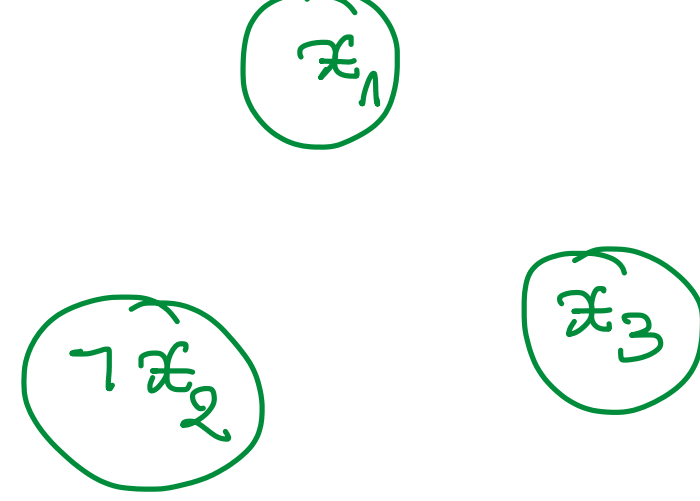
- a) - pentru fiecare prop. atomică x_i , construim două noduri (x_i) și $(\overline{x_i})$ în G .
- b) - adăugăm muchii între (x_i) și orice alt nod din mulțimea de noduri, mai puțin $(\overline{x_i})$.

Deocamdată graful este



- c) - pentru fiecare clauză $(L_1 \vee L_2 \vee L_3)$ adăugăm 3 noduri neconectate

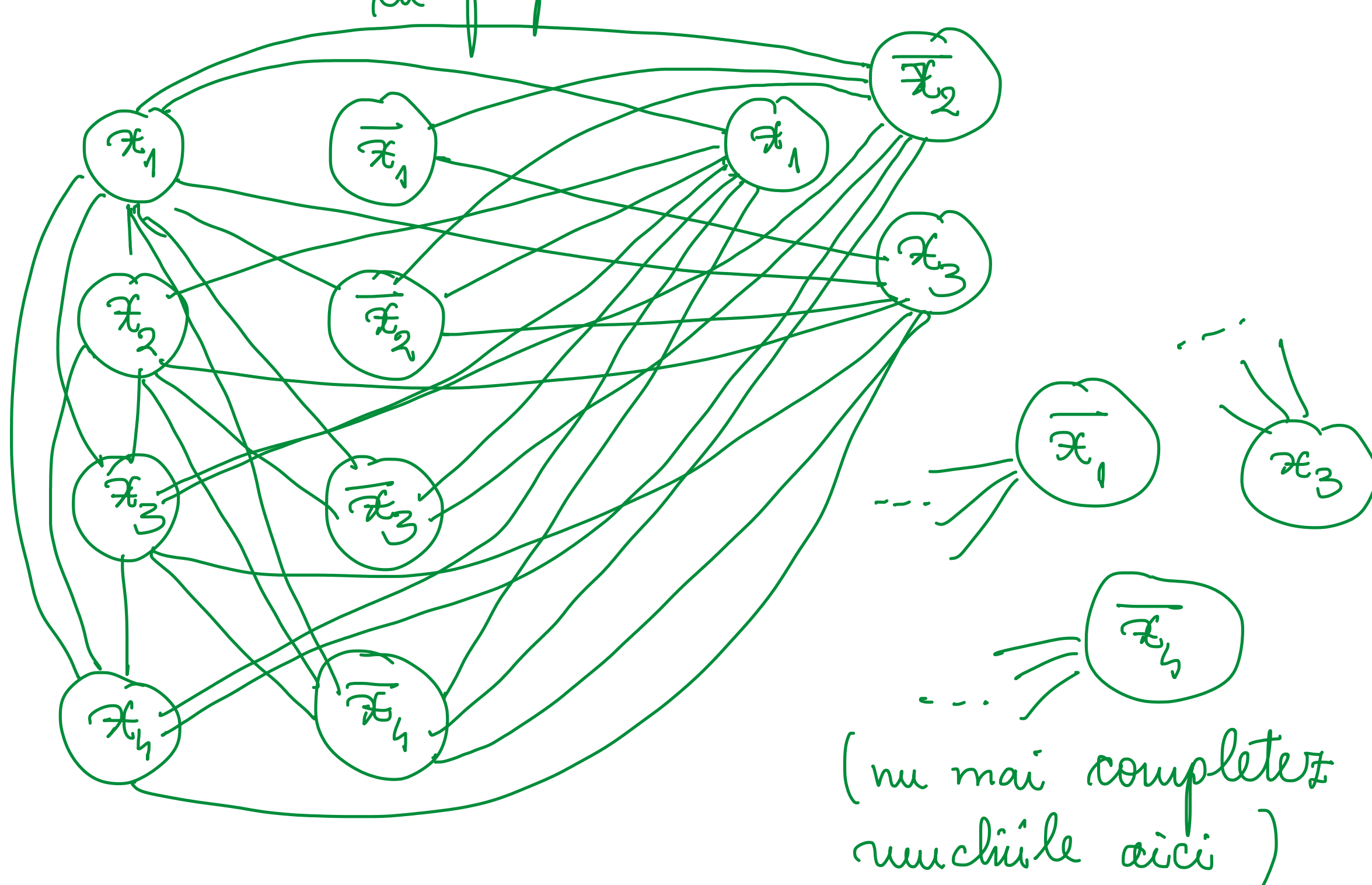
Ex: dacă avem clauza $x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3$
adăugăm



- d) - conectăm nodurile din fiecare clauză astfel:

- dacă $L_i = x_j$ îl conectăm cu toate nodurile adăugate la punctul a) mai puțin $(\overline{x_j})$
- dacă $L_i = \neg x_j$ îl conectăm cu toate nodurile adăugate la punctul a) mai puțin (x_j)

Ex: pt $\varphi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_3 \vee \neg x_4)$
cu prop atomice $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ avem



(nu mai completez muchiile aici)

Mai departe problema este de a alege

$k = n+m$ noduri în graful construit astfel încât ele să fie conectate 2 câte 2.

(vom putea alege exact un nod din fiecare pereche (x_i) $(\overline{x_i})$ adăugată la punctul a)

deoarece ele nu sunt unite

și din fiecare clauză vom putea alege exact un nod deoarece cele 3 noduri pt fiecare

clauză nu sunt unite iar nodul ales

în clauză trebuie să fie ales și din mulțimea

de perechi de noduri)

- graful rezultat are $2n+3m$ noduri și $n(2n-1) + 3m(2n-1)$ muchii \Rightarrow

\Rightarrow dimensiune polinomială