

LEZIONE 13

GRAVITAZIONE UNIVERSALE

ELISABETTA COMINI

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA –2024/25

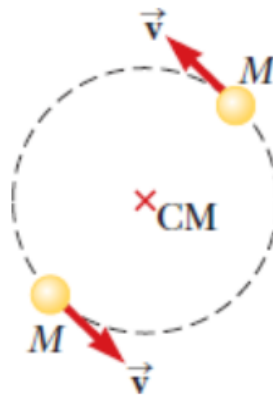
1. Nei corsi di base di laboratorio di fisica, una tipica bilancia di Cavendish usa, per misurare la costante di gravitazione universale G , due sfere di masse rispettivamente di 1.50 kg e di 15.0 g, ed i cui centri sono distanti 4.50 cm. Si calcoli la forza gravitazionale tra queste due sfere, schematizzandole come puntiformi.

11. Quando un meteorite in caduta libera si trova ad una altezza sulla superficie terrestre che è \times volte il raggio terrestre, qual è la sua accelerazione dovuta alla gravità della Terra?

12. L'accelerazione di caduta libera sulla superficie della Luna è circa un sesto di quella sulla superficie della Terra. Sapendo che il raggio della Luna è circa $0.250 R_T$ ($R_T =$ raggio terrestre $= 6.37 \times 10^6$ m), si calcoli il rapporto delle rispettive densità medie $\rho_{\text{Luna}}/\rho_{\text{Terra}}$.

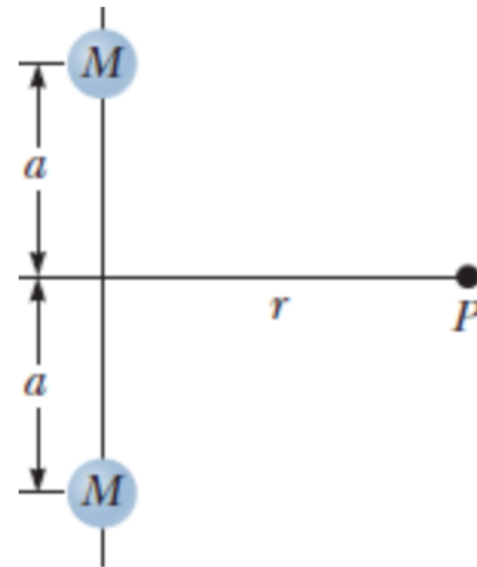
18. Io, un satellite del pianeta Giove, ha un periodo orbitale di 1.77 giorni ed un raggio orbitale di 4.22×10^5 km. Si ricavi la massa di Giove.

21. Il sistema stellare binario di Plaskett è formato da una coppia di stelle che percorrono un'orbita circolare attorno al centro di massa, coincidente con il loro punto di mezzo; questo implica che le stelle hanno la stessa massa (Fig. P13.21). Si assuma che la velocità orbitale di ciascuna stella sia $|\vec{v}| = 220 \text{ km/s}$ ed il periodo di rotazione sia 14.4 giorni. Si determini la massa M di ciascuna stella. (Per confronto, la massa del Sole è $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$).



27. Un satellite “sincrono”, che rimane sempre sopra lo stesso punto dell’equatore di un pianeta, viene posto in orbita attorno a Giove per dar modo agli scienziati di studiare la famosa macchia rossa. Giove ha un periodo di rotazione di 9.84 ore. Si trovi l’altezza del satellite utilizzando i dati della Tabella 13.2.

14. (a) Si calcolino il modulo e la direzione del campo di gravità nel punto P sulla perpendicolare passante per il punto di mezzo tra due masse uguali, distanti $2a$, mostrate in Figura P13.14. (b) Si dia una ragione fisica che spieghi perché il campo deve diventare nullo per $r \rightarrow 0$. (c) Si mostri matematicamente che la risposta alla domanda (a) verifica questo asserto. (d) Si dia una ragione fisica che spieghi perché il campo debba avere come limite $2GM/r^2$ as $r \rightarrow \infty$ (e) Si verifichi matematicamente che ciò avviene per la risposta alla domanda (a).



33. All'esaurimento del suo carburante nucleare, il Sole dovrebbe collassare in uno stato di *nana bianca* con una massa approssimativamente uguale a quella attuale, ma con un raggio uguale a quello della Terra. Si calcolino (a) la densità media della nana bianca, (c) l'energia potenziale gravitazionale di un corpo di 1.00 kg sulla superficie.

36. Una navicella spaziale è lanciata dalla superficie della Terra con una velocità iniziale di 2.00×10^4 m/s. Quale sarà la sua velocità quando si troverà molto lontano dalla Terra? Si trascurino l'attrito e la rotazione terrestre.

38. Un satellite si muove in un'orbita circolare appena al di sopra della superficie di un pianeta che non presenta resistenza dell'aria. Si dimostri che la velocità orbitale v e la velocità di fuga del satellite sono legate dall'espressione $v_{\text{fuga}} = \sqrt{2}v$.

61. Due pianeti di masse m_1 e m_2 e raggi r_1 e r_2 , sono praticamente in quiete quando si trovano a distanza infinita l'uno dall'altro. A causa della loro attrazione gravitazionale si dirigono l'uno verso l'altro. (a) Quando la distanza di separazione tra i loro centri è d , si determini l'espressione della velocità di ogni pianeta e della loro velocità relativa. (b) Si determini l'energia cinetica di ognuno dei pianeti *immediatamente* prima della collisione se $m_1 = 2.00 \times 10^{24}$ kg, $m_2 = 8.00 \times 10^{24}$ kg, $r_1 = 3.00 \times 10^6$ m ed $r_2 = 5.00 \times 10^6$ m. (*Suggerimento:* Si conservano energia e quantità di moto per il sistema isolato formato dai due pianeti).

62. (a) Si mostri che la variazione con la posizione verticale dell'accelerazione di caduta libera sopra la superficie della Terra è

$$\frac{dg}{dr} = -\frac{2GM_T}{R_T^3}$$

Questa quantità viene chiamata *gradiente* dell'accelerazione. (b) Se h è piccolo rispetto al raggio della Terra, si mostri che la differenza dell'accelerazione di gravità tra due punti separati da una distanza verticale h è:

$$|\Delta g| = \frac{2GM_T h}{R_T^3}$$

(c) Si calcoli questa differenza per $h = 6.00$ m, che è l'altezza media di una casa a due piani.

69. La distanza massima Terra-Sole (all'afelio) è 1.521×10^{11} m e la distanza di massimo avvicinamento (al perielio) è eguale a 1.471×10^{11} m. Se la velocità orbitale della Terra al perielio è 3.027×10^4 m/s, si determini: (a) la velocità orbitale della Terra all'afelio, (b) le energie cinetica e potenziale del sistema Terra-Sole al perielio, (c) le energie cinetica e potenziale dello stesso sistema all'afelio. (d) Si conserva l'energia totale? (Si trascurino le influenze della Luna e degli altri pianeti).

74. Due stelle di massa M e m , distanti d , ruotano in orbite circolari attorno al loro centro di massa (Fig. P13.74). Si mostri che ogni stella ha un periodo dato da

$$T^2 = \frac{4\pi^2 d^3}{G(M + m)}$$

PER CASA...

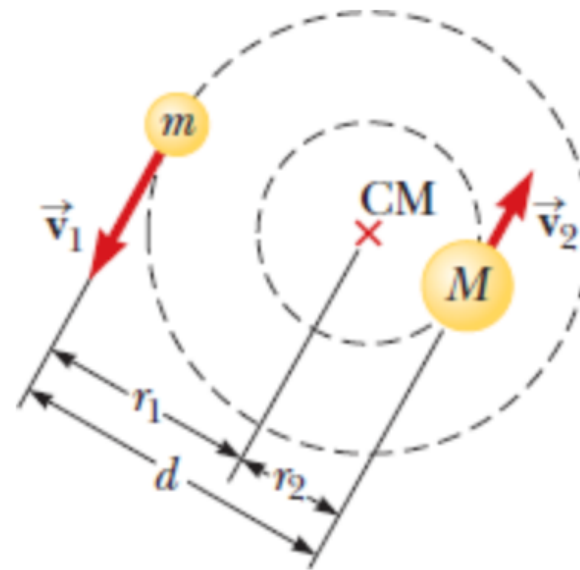


FIGURA P13.74

79. Il più vecchio satellite artificiale in orbita è il *Vanguard I*, lanciato il × marzo 1958. La sua massa è 1.60 kg. Se non ci fosse stato l'attrito con l'atmosfera, il satellite si troverebbe ancora nella sua orbita iniziale, caratterizzata dal fatto che la minima distanza dal centro della Terra era 7.02 Mm e la sua velocità al perigeo era 8.23 km/s. (a) Si calcoli l'energia totale del sistema costituito dal satellite e dalla Terra. (b) Si trovi il modulo del momento angolare del satellite. (c) All'apogeo, si calcoli il modulo della sua velocità e la distanza dal centro della Terra. (d) Si determini il semiasse maggiore dell'orbita. (e) Quale è il periodo?

63. Un anello di materia è una struttura che si incontra spesso negli studi di astronomia stellare e planetaria. Esempi includono gli anelli di Saturno e le strutture a forma di anello di alcune nebulose planetarie. Consideriamo quindi un grande anello uniforme di massa 2.36×10^{20} kg e raggio 1.00×10^8 m. Un corpo di massa uguale a 1 000 kg è posto nel punto *A* dell'asse dell'anello come mostrato in Figura P13.63, a distanza 2.00×10^8 m dal centro dell'anello. Quando il corpo è lasciato libero inizia a spostarsi verso il centro dell'anello (punto *B* in figura) a causa della forza attrattiva esercitata da quest'ultimo. (a) Si calcoli l'energia potenziale gravitazionale del sistema corpo-anello quando il primo si trova nel punto *A*. (b) Si calcoli l'energia potenziale gravitazionale del sistema corpo-anello quando il primo si trova nel punto *B*. (c) Si calcoli la velocità del corpo quando esso passa per il punto *B*.

