

# **CAPITOLO 7**

## **ENERGIA DI UN SISTEMA**

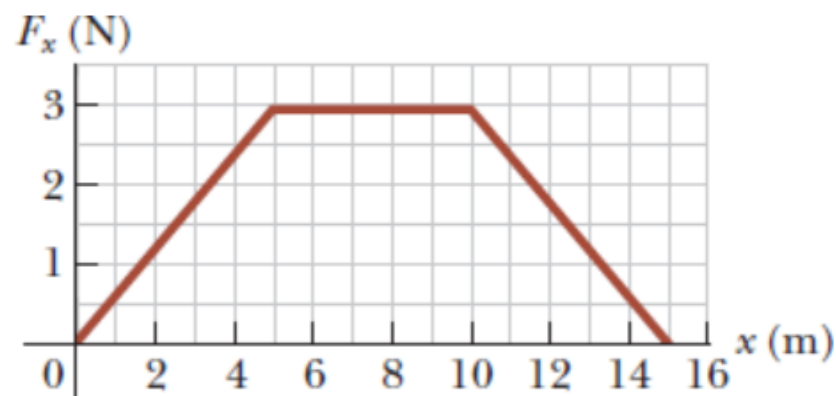
**ELISABETTA COMINI**

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA –2024/25**

**1.** Un cliente in un supermercato spinge un carrello con una forza di 35.0 N verso il mezzo che forma un angolo di  $25.0^\circ$  rispetto al piano orizzontale. La forza è appena sufficiente a bilanciare le forze di attrito e quindi il carrello procede con una velocità costante. (a) Si trovi il lavoro compiuto dal cliente sul carrello nel percorrere 50.0 metri lungo la corsia. (b) Il cliente prosegue nella corsia successiva spingendo orizzontalmente il carrello e mantenendo la stessa velocità di prima. Se la forza di attrito non cambia, il cliente dovrà applicare sul carrello una forza maggiore, minore o uguale? (c) Che cosa si può affermare riguardo al lavoro compiuto dal cliente sul carrello?

**6.** L'uomo ragno, che ha una massa di 80.0 kg, è appeso all'estremità libera di una corda lunga 12.0 m; l'altra estremità è fissata al ramo di un albero. Con opportuni movimenti è capace di mettere la corda in oscillazione tanto da raggiungere una sporgenza, con la corda inclinata di  $60.0^\circ$  rispetto alla verticale. Quanto lavoro ha compiuto la forza di gravità in questa manovra sull'uomo ragno?

**15.** Su un punto materiale agisce una forza  $F_x$  che varia con la posizione come descritto nella Figura P7.15. Si calcoli il lavoro compiuto dalla forza sul punto materiale mentre questo si sposta (a) da  $x = 0$  a  $x = 5.00$  m, (b) da  $x = 5.00$  m a  $x = 10.0$  m e (c) da  $x = 10.0$  m a  $x = 15.0$  m. (d) Quanto vale il lavoro totale compiuto dalla forza nello spostamento da  $x = 0$  a  $x = 15.0$  m?



2. Una goccia di pioggia di massa  $3.35 \cdot 10^{-5}$  kg cade verticalmente a velocità costante sotto l'azione della forza di gravità e della resistenza dell'aria. Si schematizzi la goccia come un punto materiale. Nei primi 100 m di caduta quanto vale il lavoro compiuto sulla goccia (a) dalla forza di gravità e (b) dalla resistenza dell'aria?

9. Dati i vettori  $\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ,  $\vec{B} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$ ,  $\vec{C} = 2\hat{j} - 3\hat{k}$ , si calcoli  $\vec{C} \cdot (\vec{A} - \vec{B})$ .

11. Una forza  $\vec{F} = (6\hat{i} - 2\hat{j})$  N agisce su di una particella che si sposta di un tratto  $\Delta \vec{r} = (3\hat{i} + \hat{j})$  m. Si calcolino (a) il lavoro compiuto dalla forza sulla particella, (b) l'angolo fra  $\vec{F}$  e  $\Delta \vec{r}$ .

12. Facendo uso della definizione di prodotto scalare, si trovino gli angoli tra le seguenti coppie di vettori  
(a)  $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$ ,  $\vec{B} = 4\hat{i} - 4\hat{j}$ . (b)  $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ ,  $\vec{B} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ ; (c)  $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ ,  $\vec{B} = 3\hat{i} + 4\hat{k}$ .

**17.** Quando un corpo di massa  $4.00\text{ kg}$  è appeso verticalmente ad una molla ideale, che segue la legge di Hooke, la molla risulta allungata di  $2.50\text{ cm}$ . (a) Se la massa appesa è  $1.50\text{ kg}$ , qual è l'allungamento della molla? (b) Quanto lavoro deve compiere un agente esterno per allungare la stessa molla di  $4.00\text{ cm}$  dalla posizione di equilibrio?

**19.** Un arciere tende la corda del suo arco di  $0.400\text{ m}$  elastica della molla equivalente all'arco? (b) Quanto vale il lavoro compiuto dall'arciere nel tendere il suo arco?

**20.** Una molla di massa trascurabile e costante elastica  $1200 \text{ N/m}$  viene appesa ad un supporto. Alla sua estremità libera viene appesa una seconda molla di massa trascurabile e costante elastica  $1800 \text{ N/m}$ . Un corpo di massa  $1.50 \text{ kg}$  viene appeso all'estremità libera della seconda molla e lasciato in quiete. (a) Si ricavi l'allungamento complessivo della coppia di molle. (b) Si ricavi la costante elastica equivalente del sistema costituito dalle due molle. In questa situazione le molle si dicono collegate *in serie*.

**31.** Un corpo di massa  $3.00 \text{ kg}$  possiede una velocità  $(6.00\hat{i} - 2.00\hat{j})\text{m/s}$  (a) Quanto vale la sua energia cinetica? (b) Sapendo che dopo un certo tempo la sua velocità è  $(8.00\hat{i} + 4.00\hat{j}) \text{ m/s}$  si calcoli il lavoro compiuto sul corpo. (Nota: Dalla definizione di prodotto scalare si ha  $v^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$ .)

**37. Problema di riepilogo.** Per descrivere l'influenza dell'ambiente esterno sul moto di un oggetto, il teorema dell'energia cinetica e la seconda legge di Newton possono essere pensati come due metodi alternativi. Nel presente problema, risolvete le parti (a), (b) e (c) separatamente dalle parti (d) e (e) così da poter confrontare le predizioni dei due metodi. Nella canna di un fucile di lunghezza 72.0 cm, una pallottola di 15.0 g viene accelerata da ferma fino alla velocità di 780 m/s. (a) Si trovi l'energia cinetica della pallottola quando lascia la canna del fucile. (b) Si trovi il lavoro compiuto sulla pallottola utilizzando il teorema dell'energia cinetica. (c) Si utilizzi il risultato della parte (b) per trovare il valore della forza risultante media che ha agito sulla pallottola mentre era nella canna. (d) Si usi ora per la pallottola il modello punto materiale con accelerazione costante. Si ricavi l'accelerazione costante della pallottola che parte da ferma e raggiunge la velocità di 780 m/s dopo aver percorso 72.0 cm. (e) Utilizzando per la pallottola il modello punto materiale sottoposto ad una forza risultante, si trovi tale forza risultante agente sulla pallottola durante la sua accelerazione. (f) Confrontando i risultati ottenuti nelle parti (c) ed (e) a quale conclusione si perviene?

**33.** Una particella di massa  $0.600 \text{ kg}$  possiede una velocità di  $2.00 \text{ m/s}$  nel punto A ed una energia cinetica di  $7.50 \text{ J}$  nel punto B. Si calcolino (a) l'energia cinetica nel punto A, (b) la velocità nel punto B e (c) il lavoro totale compiuto sulla particella quando questa passa da A e B.

**36. Problema di riepilogo.** In un microscopio elettronico, c'è un fucile elettronico formato da due piatti metallici carichi distanti tra loro  $2.80 \text{ cm}$ . Una forza elettrica agente in questo tratto accelera ogni elettrone del fascio da zero a  $9.60 \%$  della velocità della luce. (a) Si calcoli l'energia cinetica dell'elettrone quando esce dal fucile elettronico. Gli elettroni trasportano questa energia fino ad uno schermo fosforescente dove si forma l'immagine del microscopio illuminandolo. Per un elettrone che attraversa i piatti del fucile elettronico, si determinino (b) l'intensità della forza elettrica costante agente sull'elettrone, (c) l'accelerazione dell'elettrone e (d) il tempo di attraversamento dei piatti.

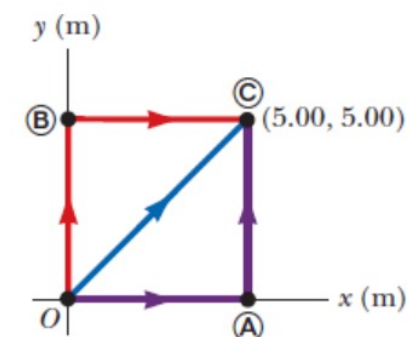


**41.** Una pietra di 0.20 kg è posizionata ad una altezza di 1.3 m rispetto al pelo libero dell'acqua di un pozzo e successivamente viene lasciata cadere. Il pozzo è profondo 5.0 m. Rispetto alla configurazione in cui la pietra si trova sul bordo superiore del pozzo, qual è l'energia potenziale gravitazionale del sistema pietra-Terra (a) prima che la pietra venga lasciata cadere e (b) quando questa raggiunge il fondo del pozzo? (c) Qual è la differenza di energia potenziale gravitazionale del sistema dall'istante in cui viene lasciata cadere a quello in cui raggiunge il fondo del pozzo?

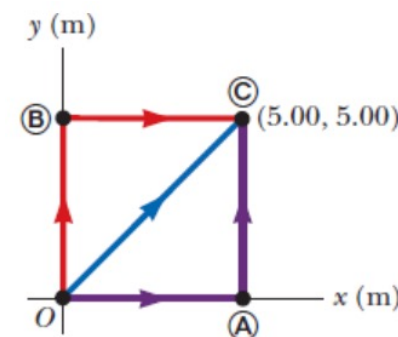
**44.** (a) Supponiamo che su un punto materiale agisca una forza costante. La forza non dipende dal tempo, dalla posizione e dalla velocità. Partendo dalla definizione generale di lavoro compiuto da una forza

$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

si mostri che la forza è conservativa. (b) Come caso particolare, supponiamo che la forza  $\vec{F} = (3\hat{i} + 4\hat{j})$  N agisca su un punto materiale che si sposta da  $O$  a  $C$  in Figura P7.43. Si calcoli il lavoro compiuto dalla forza  $\vec{F}$  sul punto materiale lungo ciascuno dei tre percorsi mostrati in figura. Si verifichi che il risultato è lo stesso nei tre casi.

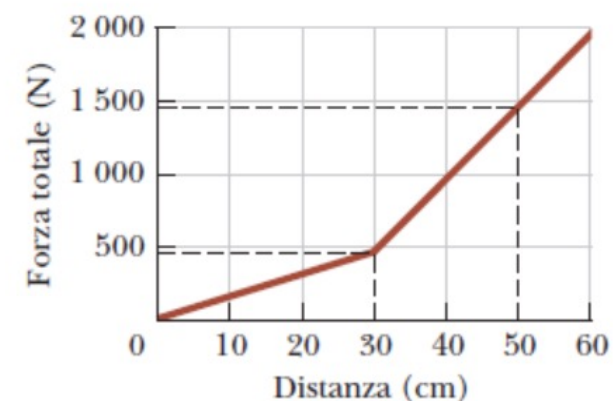
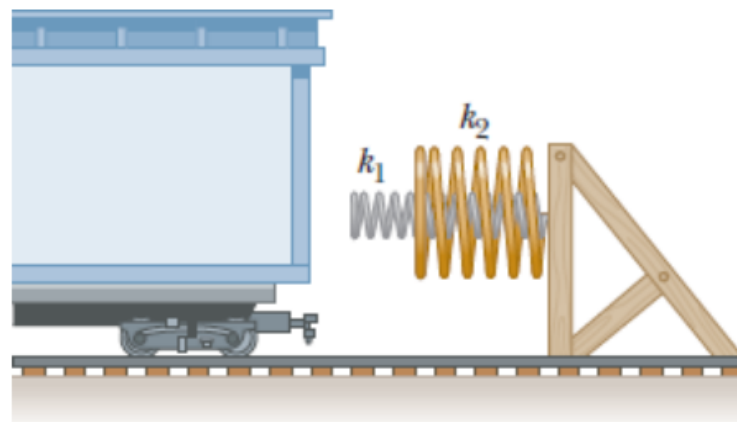


**45.** Una forza agente su un punto materiale che si muove nel piano  $xy$  è data da  $\vec{F} = (2y\hat{i} + x^2\hat{j})$ , dove  $\vec{F}$  è in newton e  $x$  e  $y$  sono misurate in metri. Il punto si muove dall'origine alla posizione finale di coordinate  $x = 5.00$  m e  $y = 5.00$  m come mostrato in Figura P7.43. Si calcoli il lavoro compiuto dalla forza sul punto materiale quando si sposta lungo (a) il percorso viola, (b) il percorso rosso e (c) il percorso blu. (d) La forza  $\vec{F}$  è conservativa o non conservativa? (e) Si spieghi la risposta al punto (d).

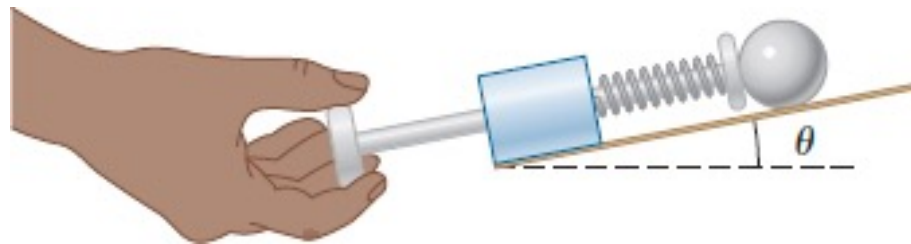


**51.** All'interno di un sistema, su un punto materiale di massa 5.00 kg agisce una sola forza conservativa dovuta alle interazioni con il resto del sistema. La forza è descritta dall'equazione  $F_x = (2x + 4)$  N, dove  $x$  è misurato in metri. Quando il punto si sposta lungo l'asse  $x$  da  $x = 1.00$  m a  $x = 5.00$  m, si calcolino (a) il lavoro compiuto dalla forza sul punto materiale, (b) la variazione di energia potenziale del sistema e (c) l'energia cinetica posseduta dal punto materiale a  $x = 5.00$  m se la sua velocità ha modulo 3.00 m/s quando si trova a  $x = 1.00$  m.

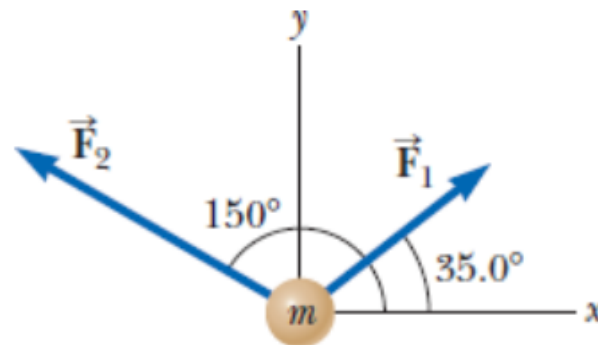
**59.** Un carro merci di 6 000 kg si muove lungo i binari senza apprezzabile attrito. Il carro viene fermato mediante un sistema combinato di due molle, come illustrato in Figura P7.59. Entrambe le molle seguono la legge di Hooke con costanti elastiche  $k_1 = 1\,600\text{ N/m}$  e  $k_2 = 3\,400\text{ N/m}$ . Dopo che la prima molla viene compressa per 30.0 cm, comincia ad agire anche la seconda molla aumentando la forza frenante che varia con la posizione come mostrato nel grafico di figura. Dal primo contatto col sistema di molle il carro percorre un tratto di 50.0 cm prima di fermarsi. Si trovi la velocità iniziale del carro.



60. Perché ciò è impossibile? In un nuovo Casinò è stato installato un enorme flipper. Il Casinò pubblicizza che un giocatore professionista di pallacanestro può sdraiarsi sul flipper senza che la sua testa e i suoi piedi spuntino fuori dai bordi. Il sistema di lancio della pallina del flipper lancia le palline metalliche lungo il fianco del flipper e poi nel gioco. Nel sistema di lancio della pallina (Fig. P7.60) c'è una molla di costante elastica  $1.20 \text{ N/cm}$ . Il piano sul quale si muove la pallina è inclinato di  $\theta = 10.0^\circ$  rispetto all'orizzontale. La molla viene inizialmente compressa alla sua massima distanza  $d = 5.00 \text{ cm}$ . Una pallina di massa  $100 \text{ g}$  è lanciata nel flipper quando si rilascia il pistoncino. I visitatori del Casinò trovano flipper gigante molto divertente.

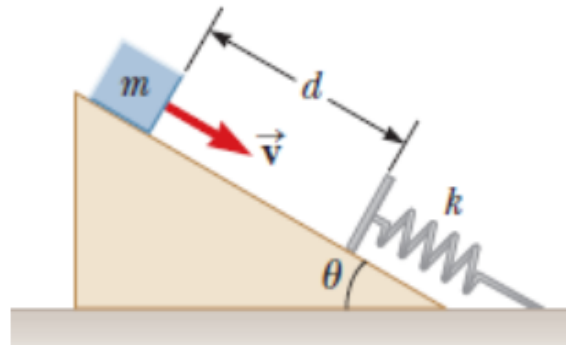


**61. Problema di riepilogo.** Due forze costanti sono applicate ad un corpo di massa 5.00 kg libero di muoversi nel piano  $xy$ , come mostrato in Figura P7.61. Le due forze  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  hanno rispettivamente modulo 25.0 N e 42.0 N e sono inclinate di  $35.0^\circ$  e di  $150^\circ$ . Nell'istante  $t = 0$  il corpo si trova nell'origine con velocità  $(4.00\hat{i} + 2.50\hat{j})$  m/s. (a) Si esprima le due forze in termini dei versori. Si usi tale notazione anche per le altre risposte. (b) Si calcoli la forza risultante agente sul corpo. (c) Si calcoli l'accelerazione del corpo. Inoltre, all'istante  $t = 3.00$  s, si calcolino (d) la velocità del corpo, (e) la sua posizione, (f) la sua energia cinetica usando l'espressione  $\frac{1}{2}mv_j^2$  e (g) la sua energia cinetica usando l'espressione  $\frac{1}{2}mv_i^2 + \sum \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$  (h) Quale conclusione si trae dal confronto delle risposte alle domande (f) e (g) ?



**62.** Nelle sospensioni di un'automobile si usano molle con una costante elastica che cresce all'aumentare della forza applicata; ciò si realizza con un avvolgimento a forma di tronco di cono con diametro maggiore in fondo e minore in cima. In tal modo si ottiene una guida più molleggiata su strada normale, a causa della maggiore larghezza dell'avvolgimento, senza tuttavia correre il rischio di bruschi sobbalzi in caso di buche: infatti quando la parte inferiore dell'avvolgimento subisce un abbassamento, la parte superiore, più dura, "assorbe il peso". Per una molla conica che si comprime di 12.9 cm sotto un peso di 1 000 N e di 31.5 cm sotto un peso di 5000 N (a) si ricavano le costanti  $a$  e  $b$  nell'equazione empirica  $F = ax^b$  e (b) si calcoli il lavoro richiesto per comprimere la molla di 25.0 cm.

**63.** Un piano inclinato con un angolo  $\theta = 20.0^\circ$  ha una molla con costante elastica  $k = 500 \text{ N/m}$  fissata all'estremità inferiore in modo che la molla sia parallela alla superficie come mostrato in figura P7.63. Un blocco di massa  $m = 2.50 \text{ kg}$  è posto sul piano ad una distanza  $d = 0.300 \text{ m}$  dalla molla. Da questa posizione, il blocco si muove verso la molla con velocità  $v = 0.750 \text{ m/s}$ . Quando il blocco si ferma, di quanto si è compressa la molla?



PER CASA

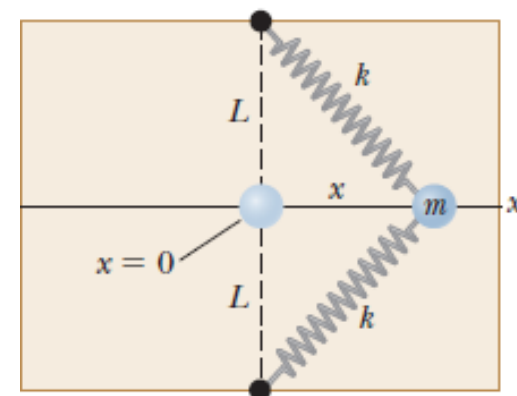
**66.** Una pallina di massa  $m = 1.18 \text{ kg}$  è collegata a due molle identiche su un piano orizzontale privo di attrito. Entrambe le molle hanno costante elastica  $k$  e sono inizialmente a riposo e la pallina è nella posizione  $x = 0$ . (a) La pallina viene portata ad una distanza  $x$  nella direzione perpendicolare alla configurazione iniziale delle molle come illustrato in Figura P7.66. Si mostri che la forza esercitata dalle molle sulla pallina è data da

$$\vec{F} = -2kx \left( 1 - \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2}} \right) \hat{i}$$

(b) Si mostri che l'energia potenziale del sistema è

$$U(x) = kx^2 + 2kL(L - \sqrt{x^2 + L^2})$$

Vista dall'alto



(c) Si disegni un grafico di  $U(x)$  in funzione di  $x$  indicando tutti i punti di equilibrio. Assumiamo  $L = 1.20 \text{ m}$  e  $k = 40.0 \text{ N/m}$ . (d) Se la pallina viene portata verso destra ad una distanza  $x = 0.500 \text{ m}$  e quindi lasciata libera, qual è la sua velocità quando raggiunge la posizione  $x = 0$ ?

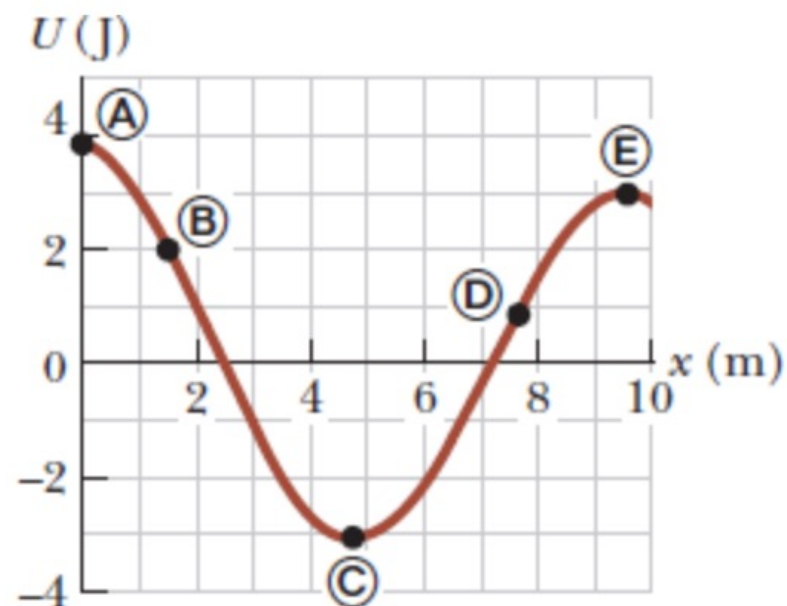


**47.** L'energia potenziale di un sistema di due particelle distanti tra loro  $r$  è data da  $U(r) = A / r$ , dove  $A$  è una costante. Si ricavi la forza radiale  $\vec{F}$  che ogni particella esercita sull'altra.

**49.** Per un sistema in cui agisce una forza in due dimensioni la funzione energia potenziale è della forma  $U = 3x^3y - 7x$ . Si ricavi la forza agente nel generico punto  $(x,y)$ .

**50.** All'interno di un sistema, su un punto materiale agisce una sola forza conservativa data da  $\vec{F} = A\hat{i} + B\hat{j}$  dove  $A$  e  $B$  sono costanti  $\vec{F}$  è in newton e  $x$  è in metri. (a) Si calcoli la funzione energia potenziale  $U(x)$  associata a questa forza, assumendo  $U = 0$  per  $x = 0$ . Si calcolino (b) la variazione di energia potenziale e (c) la variazione di energia cinetica del sistema quando il punto passa da  $x = 2.00$  m a  $x = 3.00$  m.

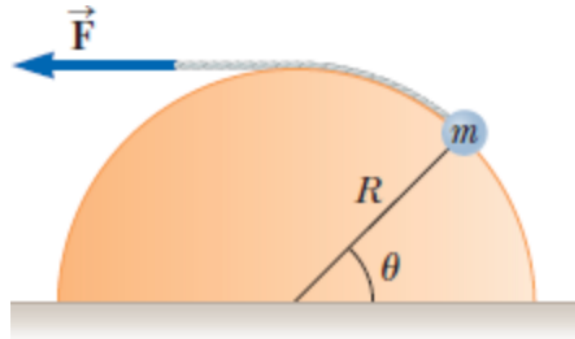
**52.** Per la funzione energia potenziale mostrata in Figura P7.52, (a) si determini se la forza  $F_x$  è positiva, negativa o nulla nei cinque punti indicati. (b) Si indichino i punti di equilibrio stabile, instabile o indifferente. (c) Si disegni qualitativamente la curva che rappresenta  $F_x$  in funzione di  $x$  tra  $x = 0$  e  $x = 9.5$  m.



**FIGURA P7.52**

**53.** Un cono circolare retto può trovarsi teoricamente in equilibrio su un piano orizzontale in tre distinti modi. Si disegnino le tre configurazioni di equilibrio specificando se si tratta di posizioni di equilibrio stabile, instabile o indifferente.

**25.** Una particella di massa  $m$  viene tirata verso la sommità di un semicilindro di raggio  $R$  privo di attrito da una corda passante per la cima del semicilindro, come illustrato in Figura P7.25. (a) Assumendo che la particella si muova con velocità di modulo costante, di dimostri che  $F = mg \cos \theta$ . *Nota:* Se la velocità della particella ha modulo costante, la componente tangenziale dell'accelerazione deve essere nulla in ogni istante. (b) Integrando direttamente  $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ , si trovi il lavoro compiuto per spostare con velocità di modulo costante la particella dal basso fino alla cima del semicilindro.



**FIGURA P7.25**

**67. Problema di riepilogo** Una molla di massa trascurabile (che obbedisce alla legge di Hooke) ha una lunghezza di riposo di 15.5 cm e una costante elastica di 4.30 N/m. La molla, disposta orizzontalmente, ha un estremo fissato ad un asse verticale e l'altro estremo collegato ad un dischetto di massa  $m$ , libero di muoversi senza attrito in un piano orizzontale. Si mette in rotazione il dischetto che descrive un moto circolare uniforme con un periodo di 1.30 s. (a) Si ricavi la relazione tra l'allungamento  $x$  della molla e  $m$ . Si calcoli  $x$  per (b)  $m = 0.070$  kg (c)  $m = 0.140$  kg (d)  $m = 0.180$  kg, (e)  $m = 0.190$  kg. (f) Si riportino in un grafico i valori di  $x$  in funzione di  $m$ .