

# Tutoraggio Analisi 1 2024-2025

Mara Barucco

Ottobre 2024

## Quarto Incontro: esercitiamoci sui limiti di successioni

### Test di Riscaldamento

**Domanda 1.** Quanto vale  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{7})^n - 2^n$ ?

- (A)  $\sqrt{7} - 2$
- (B) 0
- (C)  $+\infty$
- (D)  $-\infty$
- (E) Nessuna delle precedenti

**Domanda 2.** Quanto vale  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n + 6^n - 8^n$ ?

- (A) Non esiste il limite
- (B) 0
- (C)  $+\infty$
- (D)  $-\infty$
- (E) Nessuna delle precedenti

**Domanda 3.** Quanto vale  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n!)^4 \cdot \left(1 - 2 \cos \frac{1}{n!} + \cos^2 \frac{1}{n!}\right)$ ?

- (A) 0
- (B)  $1/2$
- (C)  $1/4$
- (D)  $+\infty$
- (E) Nessuna delle precedenti

**Domanda 4.** Quanto vale  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{4^n + 7}$ ?

- (A) 1
- (B)  $\sqrt{11}$
- (C)  $\sqrt{7}$
- (D)  $+\infty$
- (E) Nessuna delle precedenti

**Domanda 5.** Quanto vale  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - e^{\frac{3}{2n^n}}}{\frac{1}{n^n}}$ ?

- (A)  $-3/2$
- (B)  $-2/3$
- (C)  $3/2$
- (D)  $2/3$
- (E) Nessuna delle precedenti

**Domanda 6.** Quanto vale  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n!)^\alpha \cdot \log\left(1 + \frac{7}{n!}\right)$ ?

- (A) Per  $\alpha \leq 1$  converge e quando  $\alpha = 1$  vale 1
- (B) Per  $\alpha \leq 1$  converge e quando  $\alpha = 1$  vale 7
- (C) Per  $\alpha \leq 0$  converge e quando  $\alpha = 0$  vale 1
- (D) Per  $\alpha \geq 1$  converge e quando  $\alpha = 1$  vale 1
- (E) Per  $\alpha \geq 1$  converge e quando  $\alpha = 1$  vale 7

**Esercizio 1.** Calcola i limiti delle seguenti successioni

1.  $\pi^n - 3^n$
2.  $2^n + 6^n - 8^n$
3.  $\frac{2^{n+1} - 4^{n-1}}{3^n}$
4.  $\frac{2^{n+1} - 4^{n-1}}{3^n + 3}$
5.  $n^2(\cos^3 \frac{1}{n} - \cos \frac{1}{n})$
6.  $\frac{3 \sin^2(\frac{4}{n})}{1 - \cos \frac{3}{n}}$
7.  $(n!)^6 \cdot (1 - 3 \cos \frac{1}{n!} + 3 \cos^2 \frac{1}{n!} - \cos^3 \frac{1}{n!})$
8.  $\left(\frac{n^n + 3}{n^n + 4}\right)^{(n^n)}$
9.  $\left(\frac{n! - 5}{n! + 1}\right)^{2 \cdot (n!)}$
10.  $\frac{1 - e^{\frac{5}{2n}}}{\sin \frac{3}{4n}}$
11.  $\sin^2 \frac{9}{n} (1 - \cos \frac{3}{n}) \cdot n^4$
12.  $\frac{n(e^{\sqrt[n]{n}-1} - 1)}{3 \log n}$

**Esercizio 2.** Discuti i limiti delle seguenti successioni al variare del parametro  $\alpha$

1.  $n^8 \sin \frac{1}{n^\alpha}$
2.  $\frac{\log(1 + \frac{1}{n^\alpha})((n+2)! - n!)}{n! + \cos^2(n^2)} \quad (\text{con } \alpha > 0)$
3.  $n^\alpha \cdot \sin^3 \frac{1}{n} \cdot (1 - \cos \frac{2}{n})^2$
4.  $\left(\cos \frac{1}{n}\right)^{(n^\alpha)}$
5.  $n^\alpha \cdot (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

Proprietà:

Se esiste il limite del rapporto tra due termini successivi  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$  e vale  $\ell$  allora il limite della radice  $n$ -esima di  $a_n$  è uguale ad  $\ell$ .

**Esercizio 3.** Calcola i limiti delle seguenti successioni

1.  $\sqrt[n]{n(n-1)}$

2.  $\sqrt[n]{n^2(2n+1)}$

3.  $\sqrt[n]{2^n+1}$

4.  $\sqrt[n]{3^n+5}$

5.  $\sqrt[n]{\sin \frac{7}{n}}$

6.  $\sqrt[n]{n!}$

7.  $\frac{n}{\sqrt[n]{n!}}$

8.  $\sqrt[n]{2^{n+(-1)^n}}$