

# Moto in due dimensioni

Docente: Elisabetta Comini

Ultimo aggiornamento: 15/02/2025

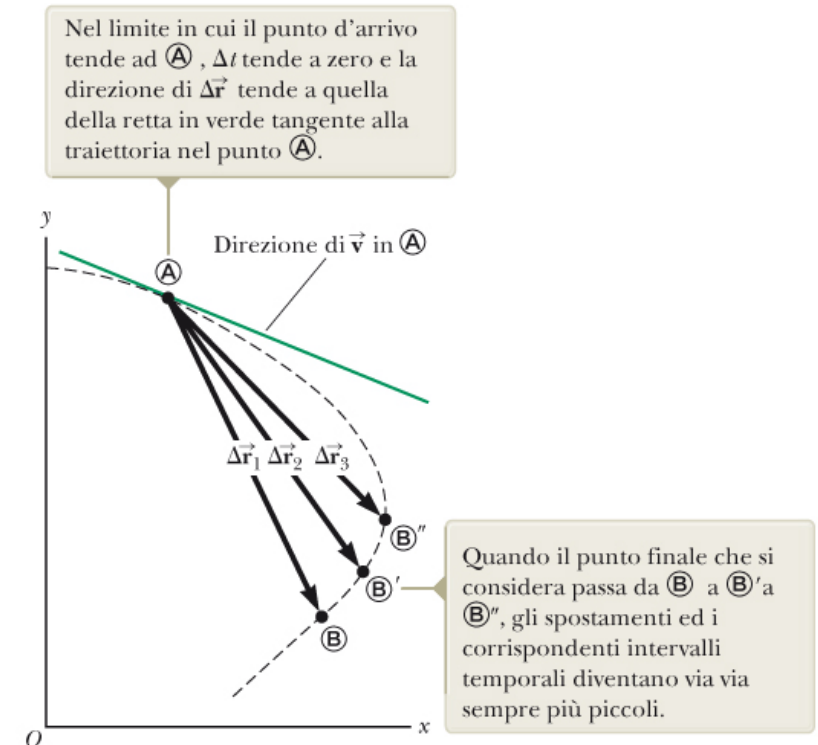
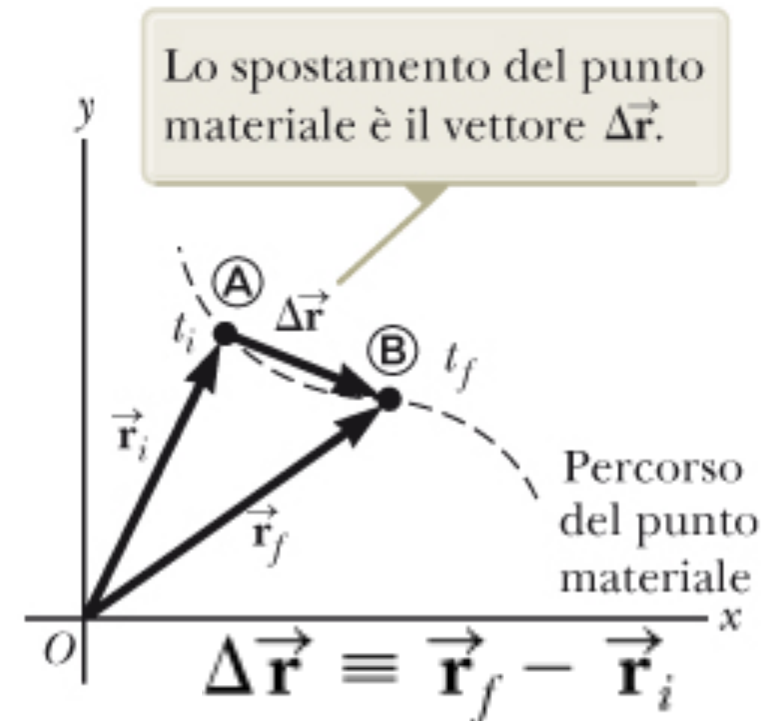
# Velocità

- vettore spostamento
- velocità media (indipendente dal percorso)

$$\vec{v}_{\text{media}} \equiv \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

- velocità istantanea

$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



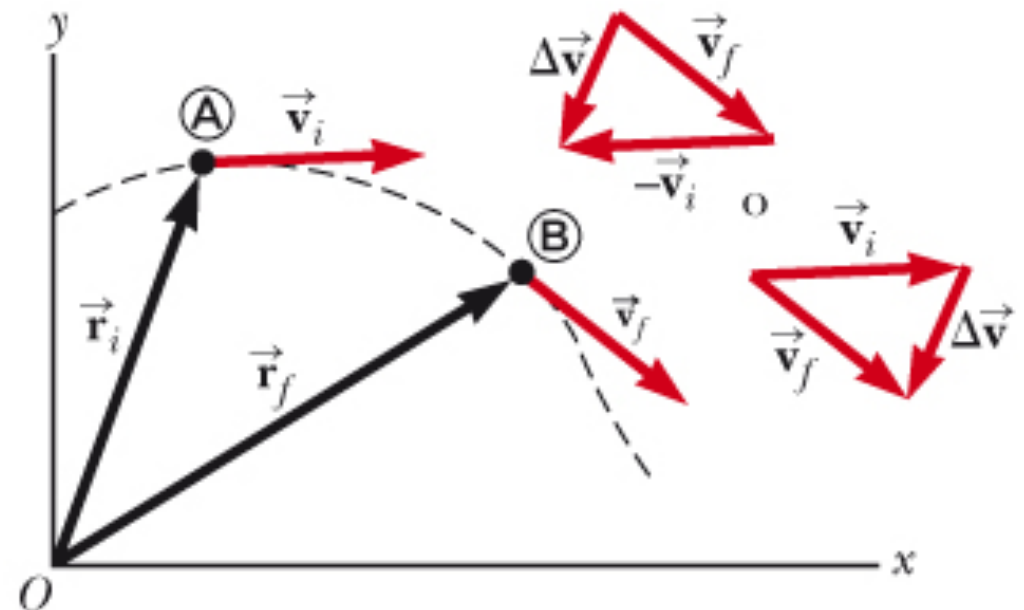
# Accelerazione

- accelerazione media

$$\vec{a}_{\text{media}} \equiv \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i}$$

- accelerazione istantanea

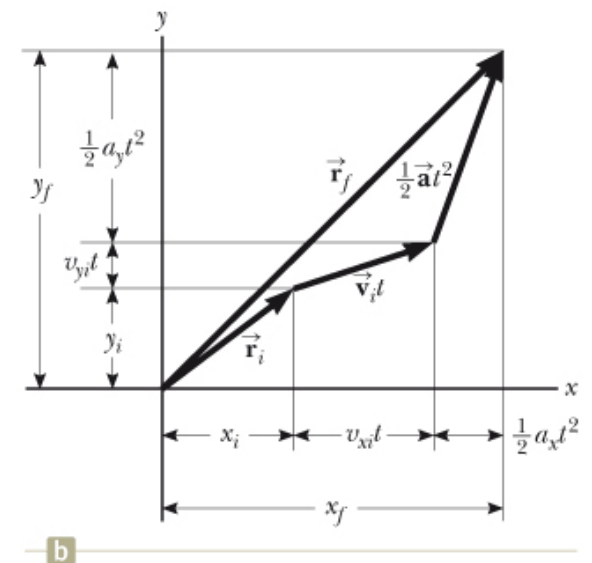
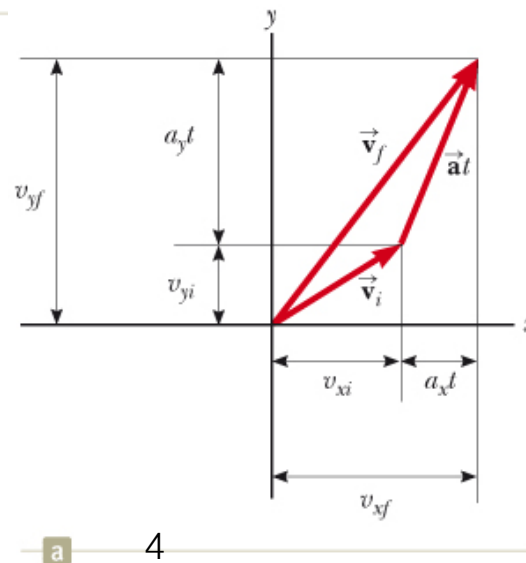
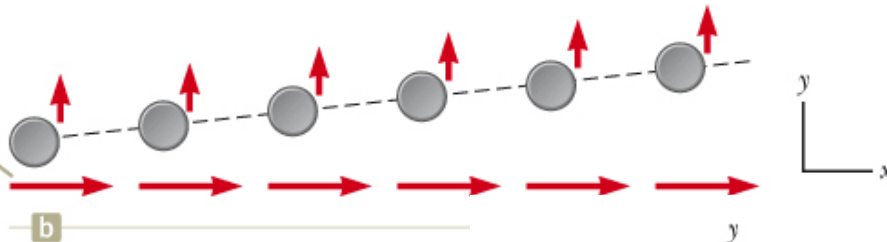
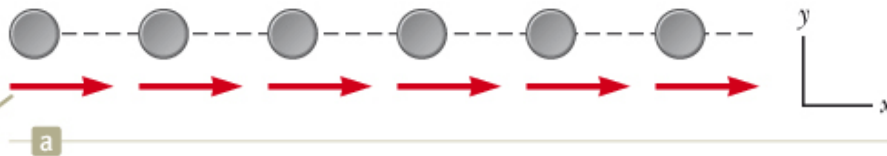
$$\vec{a} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



# Moto in due dimensioni

- Visto come due moti indipendenti lungo ciascuna delle due direzioni ortogonali

Si notino i vettori rossi orizzontali, che rappresentano la componente  $x$  della velocità: sono tutti della stessa lunghezza e rimangono uguali passando dalla parte superiore della figura a quella inferiore. Questo fa capire come un modello del moto in due dimensioni sia quello di due moti indipendenti che si svolgono lungo due direzioni perpendicolari.



# Domanda

- Si prendano in esame i seguenti comandi di una automobile: il pedale del gas, il pedale del freno, il volante. Quali comandi, se azionati, generano un'accelerazione dell'automobile?
- Tutti e tre i comandi
- il pedale del gas ed il freno
- solo il freno
- solo il pedale del gas
- solo il volante.

$$\vec{\mathbf{r}} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}$$

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\mathbf{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathbf{j}} = v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}}$$

$$\vec{\mathbf{v}}_f = (v_{xi} + a_x t)\hat{\mathbf{i}} + (v_{yi} + a_y t)\hat{\mathbf{j}} = (v_{xi}\hat{\mathbf{i}} + v_{yi}\hat{\mathbf{j}}) + (a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}})t$$

$$\vec{\mathbf{v}}_f = \vec{\mathbf{v}}_i + \vec{\mathbf{a}}t$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{r}}_f &= (x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2)\hat{\mathbf{i}} + (y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2)\hat{\mathbf{j}} \\ &= (x_i\hat{\mathbf{i}} + y_i\hat{\mathbf{j}}) + (v_{xi}\hat{\mathbf{i}} + v_{yi}\hat{\mathbf{j}})t + \frac{1}{2}(a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}})t^2\end{aligned}$$

$$\vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \vec{\mathbf{v}}_i t + \frac{1}{2}\vec{\mathbf{a}}t^2$$

# Moto dei proiettili

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2$$

$$v_{xi} = v_i \cos \theta_i \quad v_{yi} = v_i \sin \theta_i$$

$$x_f = x_i + v_{xi} t$$

$$v_{yf} = v_{yi} - gt$$

$$v_{y,media} = \frac{v_{yi} + v_{yf}}{2}$$

$$y_f = y_i + \frac{1}{2}(v_{yi} + v_{yf})t$$

$$y_f = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2$$

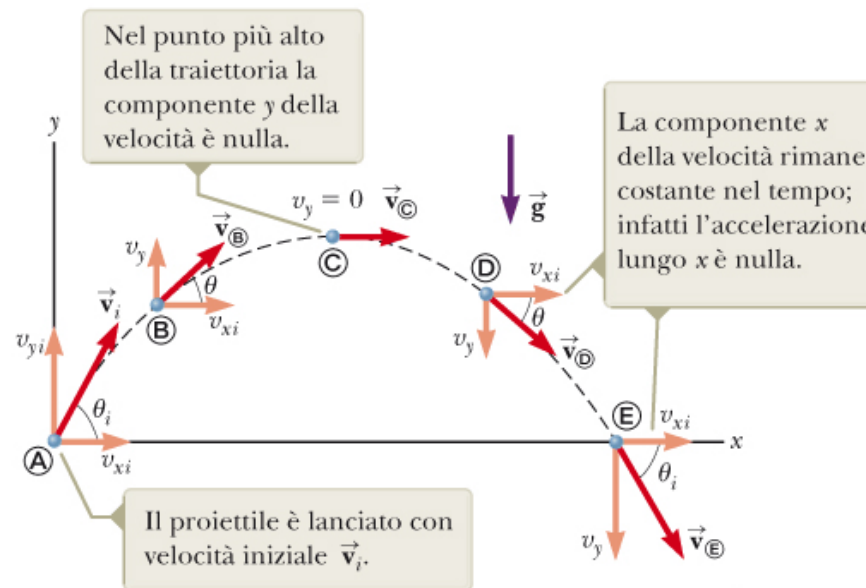
$$v_{yf}^2 = v_{yi}^2 - 2g(y_f - y_i)$$

$$v_{yf} = v_{yi} - gt \rightarrow 0 = v_i \sin \theta_i - gt_{\text{A}}$$

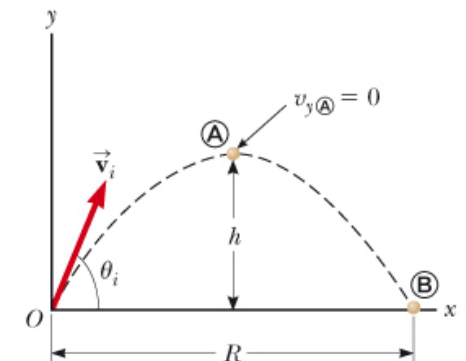
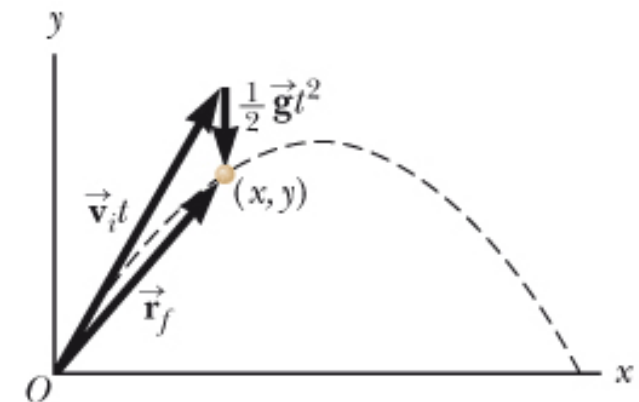
$$t_{\text{A}} = \frac{v_i \sin \theta_i}{g}$$

$$y_f = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow h = (v_i \sin \theta_i) \frac{v_i \sin \theta_i}{g} - \frac{1}{2}g \left( \frac{v_i \sin \theta_i}{g} \right)^2$$

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g} \quad h = \frac{v_i^2 \sin^2 \theta_i}{2g}$$



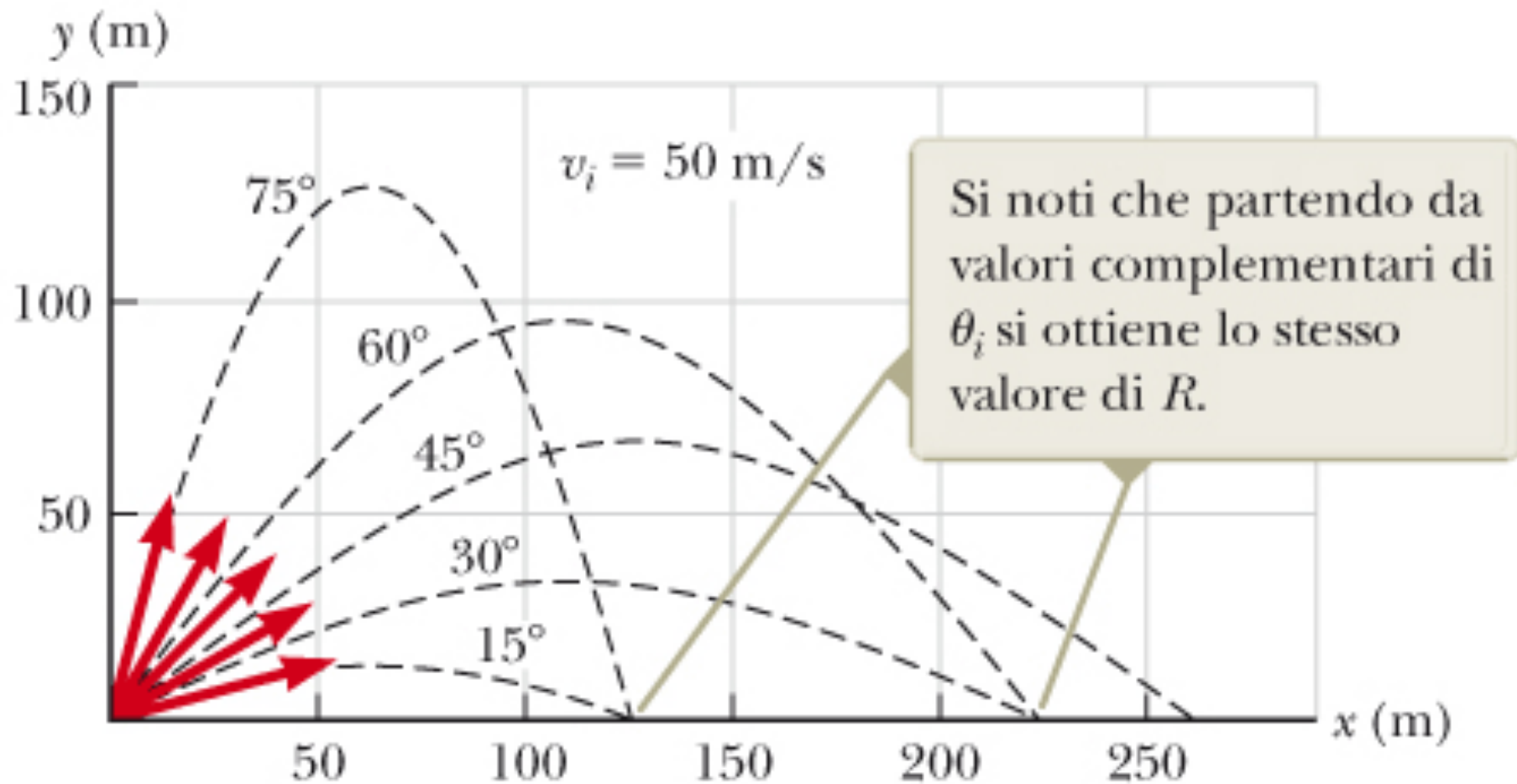
Lester Lefkowitz/Taxi/Getty Images



# Domanda

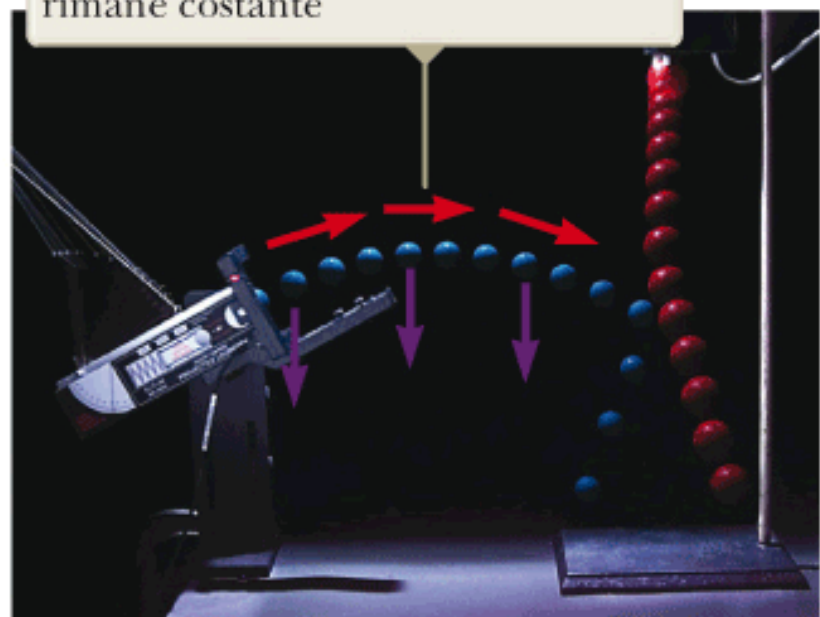
- (i) Nella traiettoria parabolica di un proiettile, che è stato lanciato inizialmente verso l'alto, esiste un punto in cui velocità e accelerazione del proiettile sono perpendicolari fra loro?
- non esiste
- è il punto più alto
- è il punto di lancio
- (ii) Scegliendo ancora fra le stesse opzioni, esiste un punto in cui i vettori velocità e accelerazione sono paralleli?



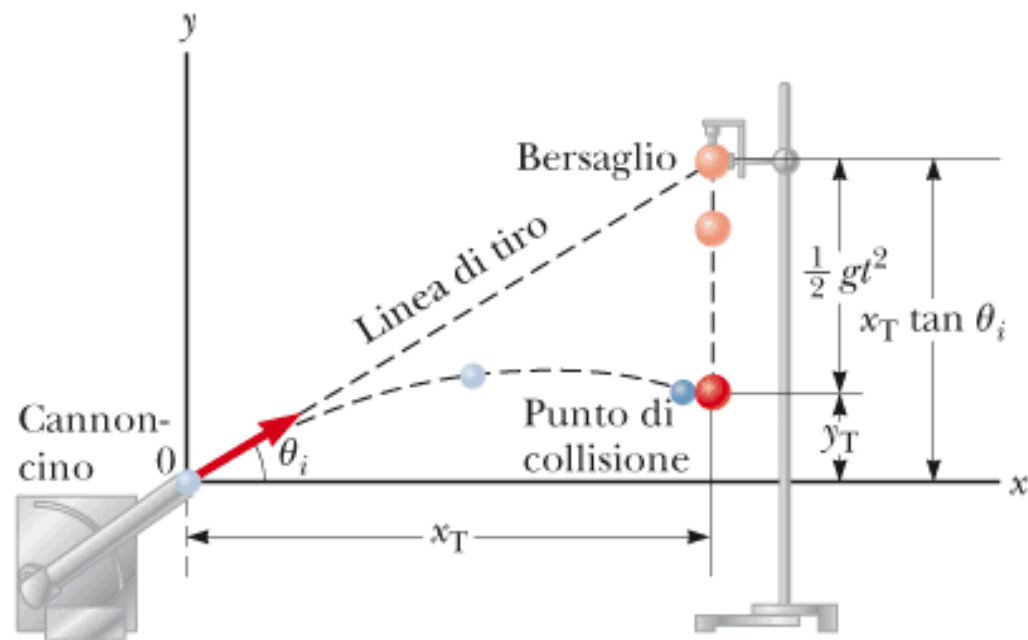


Si classifichino le cinque traiettorie della Figura tenendo conto dei tempi di volo di ciascuna. Si elenchi per prima quella cui corrisponde il tempo di volo più breve e si continui in ordine crescente.

La velocità del proiettile (freccie rosse) cambia in direzione e modulo, mentre l'accelerazione verso il basso (freccie violette) rimane costante



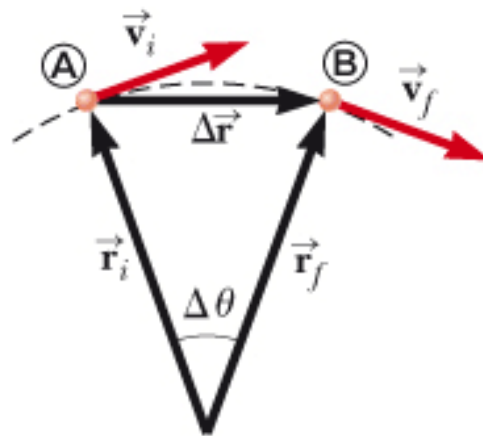
© Cengage Learning/Charles D. Winters



**Figura 4.12** (Esempio 4.3) (a) Presentazione a fotografie multiple dell'esperimento dimostrativo proiettile-bersaglio. Se il cannoncino punta sul bersaglio e fa fuoco nello stesso istante in cui il bersaglio comincia a cadere, il proiettile colpirà il bersaglio. (b) Diagramma schematico dell'esperimento.

# Moto circolare uniforme

- l'accelerazione dipende dalla variazione della velocità
  - la velocità è una grandezza vettoriale
    - variazione del modulo
    - variazione della direzione



a

$$|\vec{a}_{\text{media}}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{|\Delta t|} = \frac{v|\Delta \vec{r}|}{r\Delta t}$$

b

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

c

periodo T: l'intervallo di tempo necessario  
perché il punto compia una rivoluzione  
completa

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = 2\pi \left( \frac{v}{2\pi r} \right) = \frac{v}{r} \rightarrow v = r\omega$$

$$a_c = \frac{(r\omega)^2}{r}$$

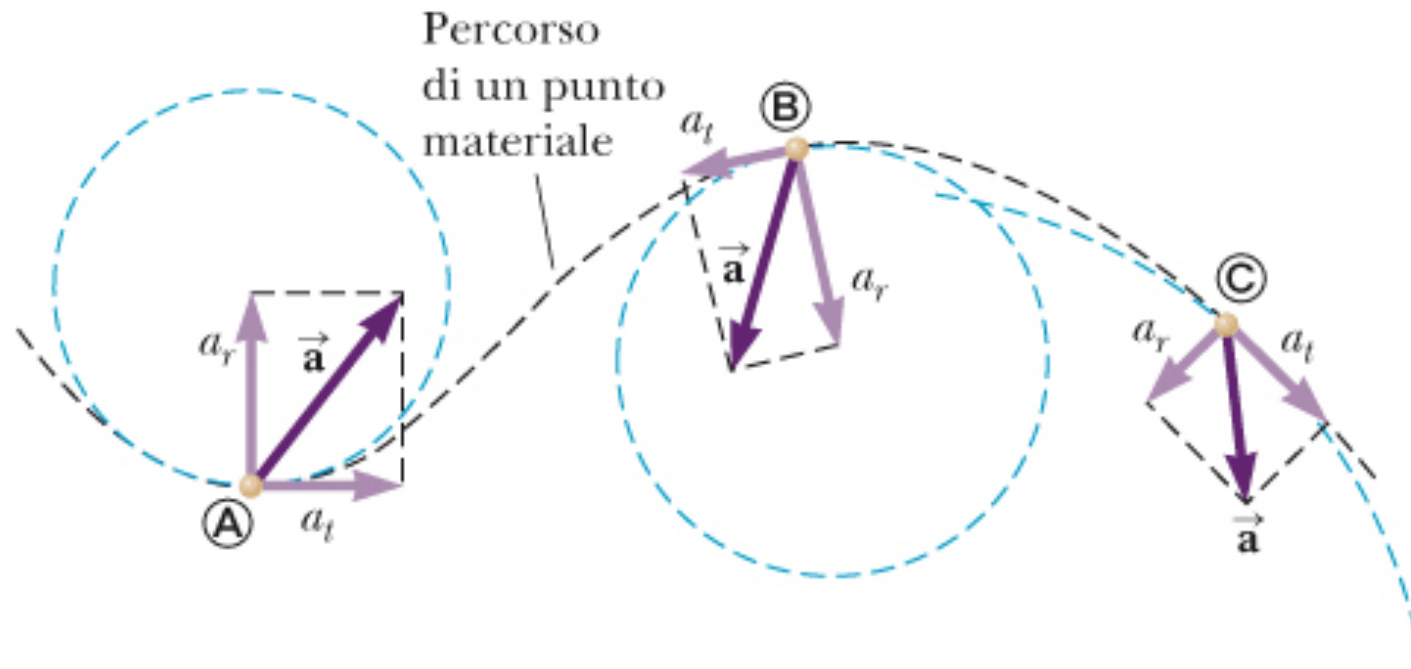
$$a_c = r\omega^2$$

# Domanda

- Una particella percorre una traiettoria circolare di raggio  $r$ . Il modulo della sua velocità è  $v$ . Ad un certo punto la sua velocità diviene  $2v$  mentre la traiettoria rimane la stessa.
- Di quale fattore è cambiata l'accelerazione centripeta della particella (si scelga fra le risposte)
- (a) 0.25 (b) 0.5 (c) 2 (d) 4 (e) non è possibile determinarlo
- Di quale fattore è cambiato il periodo del moto (si scelga ancora fra le stesse risposte di prima).

# Accelerazione tangenziale e radiale

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$
$$a_r = -a_c = -\frac{v^2}{r}$$

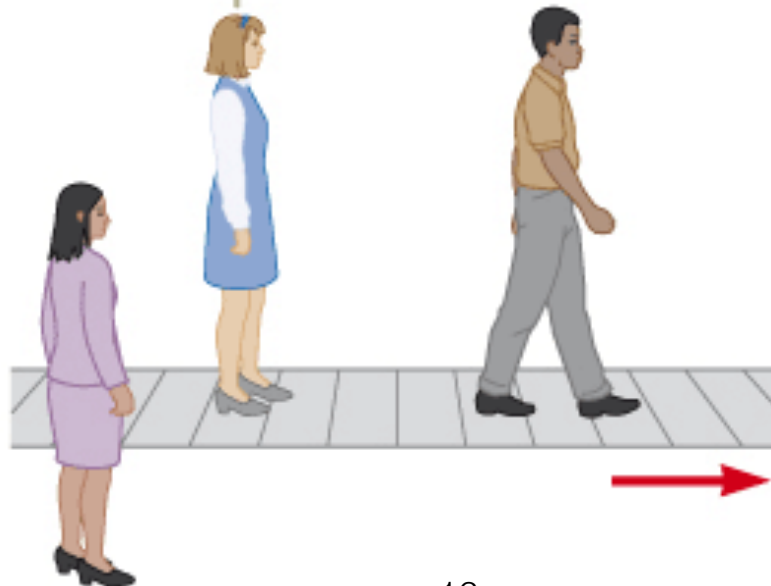


# Domanda

- Una particella percorre una certa traiettoria ed il modulo della sua velocità aumenta all'aumentare del tempo.
- In quale dei casi seguenti i vettori velocità ed accelerazione sono paralleli?
  - (a) quando la traiettoria è circolare
  - (b) quando la traiettoria è rettilinea
  - (c) quando la traiettoria è una parabola
  - (d) mai
- In quale fra i casi descritti velocità ed accelerazione sono perpendicolari fra loro?

# Velocità ed accelerazione relative

La donna della figura che sta ferma in piedi sul nastro trasportatore attribuirà all'uomo che cammina una velocità minore di quella osservata dalla donna ferma sul terreno.





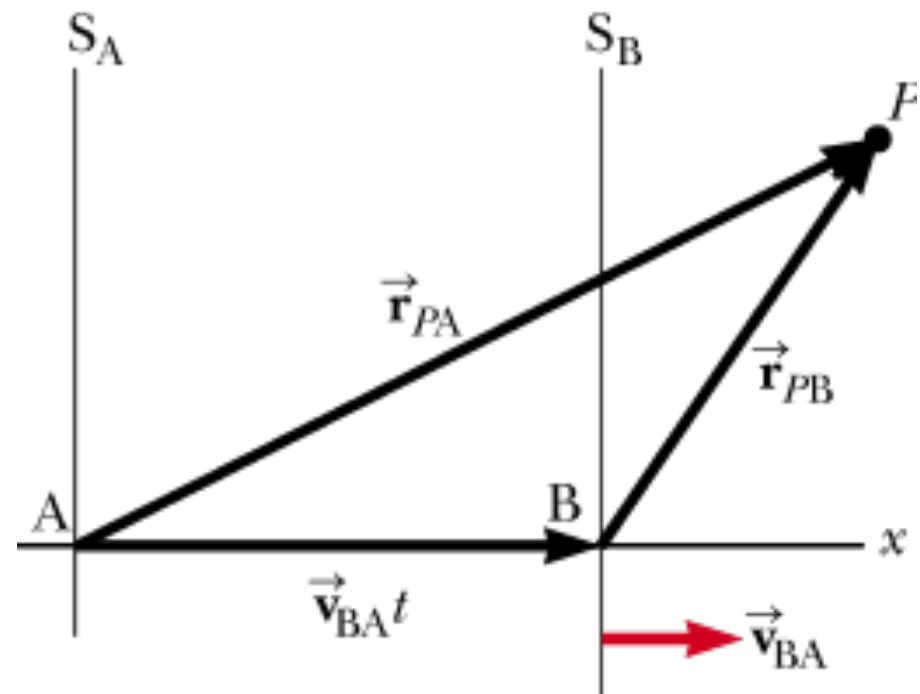
# equazioni di trasformazione di Galileo

$$\vec{\mathbf{r}}_{PA} = \vec{\mathbf{r}}_{PB} + \vec{\mathbf{v}}_{BA}t$$

$$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}_{PB}}{dt} + \vec{\mathbf{v}}_{BA}$$

$$\vec{\mathbf{u}}_{PA} = \vec{\mathbf{u}}_{PB} + \vec{\mathbf{v}}_{BA}$$

$$\frac{d\vec{\mathbf{u}}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{\mathbf{u}}_{PB}}{dt} + \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{BA}}{dt}$$



PROPRIETÀ FONDAMENTALI DEI PIANETI

pianeta	simbolo	distanza media dal Sole ( $10^6$ Km)	periodo di rotazione (giorni)	periodo di rivoluzione (g=giorni; a=anni)	diametro (km)	massa (kg)	densità media (g/cm <sup>2</sup> )	densità non compressa (g/cm <sup>3</sup> )
Mercurio	☿	57,9	58,65	87,97 g	4878	$3,30 \cdot 10^{23}$	5,42	5,3
Venere	♀	108,2	243,0	224,70 g	12104	$4,87 \cdot 10^{24}$	5,25	4,4
Terra	⊕	149,6	1,00	365,26 g	12756	$5,98 \cdot 10^{24}$	5,52	4,4
Marte	♂	227,9	1,026	686,98 g	6787	$6,42 \cdot 10^{23}$	3,94	3,8
Giove	♃	778,3	0,410	11,86 a	142800	$1,90 \cdot 10^{27}$	1,31	1,2
Saturno	♄	1427	0,426	29,46 a	120660	$5,69 \cdot 10^{26}$	0,69	0,6
Urano	♅	2869	0,75	84,01 a	51118	$8,68 \cdot 10^{25}$	1,29	1,2
Nettuno	♆	4496	0,80	164,80 a	49528	$1,02 \cdot 10^{26}$	1,64	1,5