

CONTEXT PenduleCtx

EXTENDS StableLassaleCtx

CONSTANTS

g
M
l
m
etat
K_E
K_v
K_x
K_d
angle_init Initial angle of the pendulum
E
b
B
fctrl
f0
f1
f2
f3
f4
R5dist

AXIOMS

axm1: $g \in RRealPlusStar$
 axm2: $M \in RRealPlusStar$
 axm3: $l \in RRealPlusStar$
 axm11: $m \in RRealPlusStar$
 axm10: $partition(STATES, \{etat\})$
 axm4: $K_E \in RRealPlusStar$
 axm5: $K_v \in RRealPlusStar$
 axm6: $K_x \in RRealPlusStar$
 axm7: $K_d \in RRealPlusStar$
 axm9: $angle_init \in RReal$
 dom_f0: $f0 \in S \rightarrow RReal$
 dom_f1: $f1 \in S \rightarrow RReal$
 dom_f2: $f2 \in S \rightarrow RReal$
 dom_f3: $f3 \in S \rightarrow RReal$
 dom_f4: $f4 \in S \rightarrow RReal$
 axm12: $b \in RRealPlusStar$
 axm13: $B \in RRealPlusStar$
 def_E:

$$E = (\lambda z1 \mapsto z2 \mapsto z4 \cdot$$

$$z1 \in RReal \wedge z2 \in RReal \wedge z4 \in RReal |$$

$$plus($$

$$times(m \mapsto times(g \mapsto times(l \mapsto (minus(z2 \mapsto Rone))))))$$

$$\mapsto times(divide(Rone \mapsto Rtwo))$$

$$\mapsto plus(plus(times(times(z1 \mapsto z1) \mapsto plus(M \mapsto m))$$

$$\mapsto times(Rtwo \mapsto times(z1 \mapsto times(z4 \mapsto times(m \mapsto times(l \mapsto z2))))))$$

$$)$$

$$\mapsto times(z4 \mapsto times(z4 \mapsto times(m \mapsto times(l \mapsto l))))$$

$$)$$

$$)$$

$$)$$

```

)
)
)
def_V:
  V = (λz0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4.
    z0 ∈ RReal ∧ z1 ∈ RReal ∧ z2 ∈ RReal ∧ z3 ∈ RReal ∧ z4 ∈ RReal|
    plus(plus(
      times(divide(K_E ↦ Rtwo) ↦ times(E(z1 ↦ z2 ↦ z4) ↦ E(z1 ↦ z2 ↦ z4)))
      ↦ times(divide(K_v ↦ Rtwo) ↦ times(z1 ↦ z1))
    )
    ↦ times(divide(K_x ↦ Rtwo) ↦ times(z0 ↦ z0))
  )
  )
def_fctrl:
  fctrl = (λz0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4.
    z0 ∈ RReal ∧ z1 ∈ RReal ∧ z2 ∈ RReal ∧ z3 ∈ RReal ∧ z4 ∈ RReal|
    divide(
      minus(times(K_v ↦ times(m ↦ times(z3 ↦ minus(times(g ↦ z2) ↦ times(l ↦ times(z4 ↦
        z4))))))
      ↦ times(plus(M ↦ times(m ↦ times(z3 ↦ z3)))
      ↦ plus(times(K_x ↦ z0) ↦ times(K_d ↦ z1))
    )
    )
    ↦ plus(K_v ↦ times(plus(M ↦ times(m ↦ times(z3 ↦ z3))) ↦ times(K_E ↦ E(z1 ↦ z2 ↦
      z4))))
  )
  )
f0_def:  f0 = (λ(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4). (z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ∈ S|z1)
f1_def:
  f1 = (λ(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4). (z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ∈ S
    |divide(plus(fctrl(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ↦
      times(m ↦ times(z3 ↦ minus(times(l ↦ times(z4 ↦ z4)) ↦ times(g ↦ z2))))))
      ↦ plus(M ↦ times(m ↦ times(z3 ↦ z3)))
    )
  )
f2_def:
  f2 = (λ(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4). (z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ∈ S
    |times(uminus(z3) ↦ z4)
  )
f3_def:
  f3 = (λ(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4). (z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ∈ S
    |times(z2 ↦ z4)
  )
f4_def:
  f4 = (λ(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4). (z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ∈ S
    |divide(minus(times(plus(M ↦ m) ↦ times(g ↦ z3))
      ↦ times(z2 ↦ plus(fctrl(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4)
      ↦ times(m ↦ times(l ↦ times(z3 ↦ times(z4 ↦ z4)))))))
      ↦ times(l ↦ plus(M ↦ times(m ↦ times(z3 ↦ z3)))
    )
  )
  )
def_F:
  F = (λt ↦ (z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4). t ∈ RReal ∧ (z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ∈ S
    |f0(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ↦
    f1(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ↦
    f2(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ↦
    f3(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ↦
    f4(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4))

```

```

def_b:
  b = Rmin(
    {divide(K_v ↦ times(K_E ↦ plus(M ↦ m))),
     times(Rtwo ↦ times(m ↦ times(g ↦ l)))}
  )
def_B: B = divide(times(K_E ↦ times(b ↦ b)) ↦ Rtwo)
axm14: R5dist ∈ S × S → RReal
def_R5dist:
  R5dist = (λ(x0 ↦ x1 ↦ x2 ↦ x3 ↦ x4) ↦ (y0 ↦ y1 ↦ y2 ↦ y3 ↦ y4) ·
    (x0 ↦ x1 ↦ x2 ↦ x3 ↦ x4) ∈ S ∧ (y0 ↦ y1 ↦ y2 ↦ y3 ↦ y4) ∈ S |
    sqrt(
      plus(plus(plus(plus(
        times(minus(x0 ↦ y0) ↦ minus(x0 ↦ y0))
        ↦ times(minus(x1 ↦ y1) ↦ minus(x1 ↦ y1)))
        ↦ times(minus(x2 ↦ y2) ↦ minus(x2 ↦ y2)))
        ↦ times(minus(x3 ↦ y3) ↦ minus(x3 ↦ y3)))
        ↦ times(minus(x4 ↦ y4) ↦ minus(x4 ↦ y4)))
    )
  )
R5_dist: ⟨theorem⟩ isDistance(R5dist)
def_K:
  K = {(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) |
    (z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ∈ S ∧
    (plus(times(z2 ↦ z2) ↦ times(z3 ↦ z3)) = Rone) ∧
    V(z0 ↦ z1 ↦ z2 ↦ z3 ↦ z4) ↦ B ∈ lt
  }

```

END