

V 41

Debye-Scherrer Versuch

Marius Hötting
Marius.Hoetting@udo.edu

Hubertus Kaiser
Hubertus.Kaiser@udo.edu

Durchführung: 14.05.2018

Abgabe: Sorry vergessen

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Grundlagen zur Kristallstrukturen	3
2.2 Elementarzelle	4
3 Fehlerrechnung	5
4 Versuchsaufbau	6
5 Durchführung	7
6 Auswertung	8
6.1 Allgemeine Auswertung der Filmstreifen	8
6.2 Metallprobe	8
6.3 Salzprobe	10
7 Diskussion	15
Literatur	16

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es, mit Hilfe der Debye-Scherrer Methode, Eigenschaften über Strukturen von Metallen und Salzen zu ermitteln. Innerhalb dieses Versuches wird mittels der Debye-Scherrer Aufnahmen Rückschlüsse über die Netzebenenabstände und die Struktur der Elementarzellen geschlossen.

2 Theorie

Die zu untersuchende Materie weist kristalline Strukturen auf, sodass zuerst innerhalb der Theorie auf die verschiedenen Kristallstrukturen eingegangen wird.

2.1 Grundlagen zur Kristallstrukturen

Kristalle bestehen aus einer periodisch angeordneten Basis, welche für verschiedene Kristalle aus einem oder mehreren Atomen bestehen kann. Die Form und die periodische Anordnung im Raum legen fest, was für eine Kristallstruktur vorliegt.

Durch die Translation im Raum entsteht ein Gitter aus Basisvektoren, welches eine Linearkombination \vec{l} der möglichen fundamentalen Translationen in jede Richtung des Raums ist

$$\vec{l} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} + n_3 \vec{c}.$$

Die Faktoren $n_1 - n_3$ Abbildung 1 stellt eine mögliche Anordnung eines Gitters mit einer

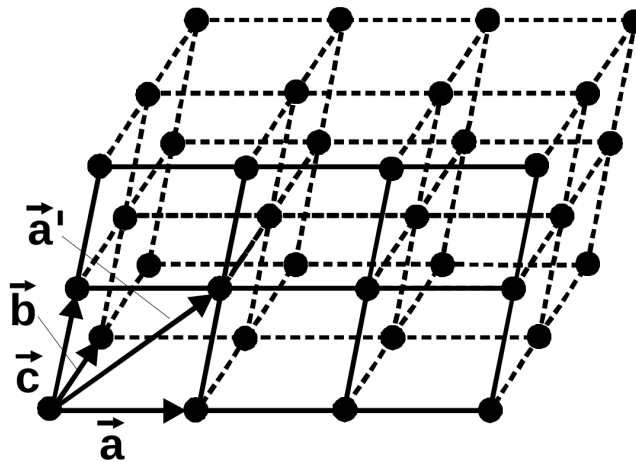


Abbildung 1: Eines Gitters mit verschiedenen Gitterpunkten und deren mögliche Verschiebung durch den Translationsvektor \vec{l} .

einatomigen Basis dar (Punktgitter). Jeder Punkt des Gitters kann von jedem Punkt durch die Linearkombination \vec{l} erreicht werden.

2.2 Elementarzelle

Eine Elementarzelle definiert die kleinste Einheit einer Kristallstruktur. Es wird zwischen primitiven Einheitszellen und Einheitszellen mit mehreren Atomen (z.B. Salze) unterschieden. Im Fall einer primitiven Einheitszelle liegt auf jeder Ecke der Einheitszelle das selbe Atome. Das heißt die Gitterpunkte bilden gleichzeitig auch das Kristallgitter. In der Abbildung 2 ist eine kubisch primitive Einheitszelle dargestellt, einer der Eckpunkte kann als primitive Einheitszelle festgelegt werden.

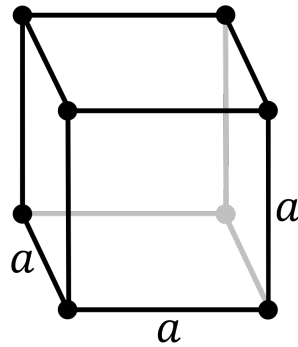


Abbildung 2: Eines Gitters mit verschiedenen Gitterpunkten und deren mögliche Verschiebung durch den Translationsvektor \vec{l} .

Bei Einheitszellen mit mehreren Atomen wie z.B. NaCl besteht die Einheitszelle aus Na^+ und Cl^- Ionen.

3 Fehlerrechnung

Dieses Kapitel listet kurz und bündig die benötigten und aus den Methoden der Statistik bekannten Formeln für die Fehlerrechnung auf. Die Schätzung der Standardabweichung ist

$$\Delta X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} . \quad (1)$$

Der Mittelwert ist

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2)$$

Der Fehler des Mittelwertes ist

$$\Delta \bar{X} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} . \quad (3)$$

Für fehlerbehaftete Größen, die auch in folgenden Formeln verwendet werden, muss die Fehlerfortpflanzung nach Gauß berücksichtigt werden.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \cdot (\Delta X_i)^2} \quad (4)$$

Bei der linearen Regressionsrechnung sind die Parameter m und b der Ausgleichsgerade $y = mx + b$ wie folgt gegeben:

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad b = \bar{y} - m\bar{x} . \quad (5)$$

Dabei sind x_i und y_i linear abhängige Messgrößen. Der Fehler dieser Parameter wiederum errechnet sich aus

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad \sigma_b^2 = \frac{\sigma^2 \bar{x}^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} . \quad (6)$$

Relative Abweichungen einer Messgröße x gegenüber Literaturwerten x_{Lit} werden nach der Vorschrift

$$R_x = \frac{x - x_{\text{Lit}}}{x_{\text{Lit}}} \quad (7)$$

berechnet.

4 Versuchsaufbau

5 Durchführung

6 Auswertung

Sämtliche im Folgenden durchgeführten Ausgleichsrechnungen werden mit der *curve fit* Funktion aus dem für *Python* geschriebenen package *NumPy*[2] durchgeführt. Fehlerrechnungen werden mit dem für *Python* geschriebenen package *Uncertainties*[3] ausgeführt.

6.1 Allgemeine Auswertung der Filmstreifen

Zur Auswertung wird der Nullpunkt in die Mitte des linken ausgestanzten Loches gesetzt, da in diesem Punkt der Strahl die Kamera verlässt. Somit entspricht der Abstand zwischen beiden ausgestanzten Löchern einem Winkel von $\theta = 90^\circ$. Der Abstand der Streifen zum Nullpunkt werden mit einem Geodreik vermessen und mit der Beziehung

$$\theta = \frac{s}{2R} \quad (8)$$

in den Beugungswinkel überführt. Dabei beschreibt s den Abstand des auftretenden Reflex zum Nullpunkt und $R = 5,73 \text{ cm}$ den Radius der verwendeten Kamera. Aufgrund der Fehleranfälligkeit beim ablesen, wird auf jeden Reflex eine Unsicherheit $\Delta s = 1 \text{ mm}$ angenommen.

6.2 Metallprobe

Die im vorherigen Kapitel beschriebenen Messgrößen und der Netzebenenabstand d , welcher mit der Bragg-Bedingung XXX bestimmt wird, sind in Tabelle 1 für die verwendete Metallprobe 9 zusammengefasst. Die letzten beiden Einträge in der Tabelle stehen aus einer Ringaufspaltung.

Tabelle 1: Messdaten der Metallprobe.

s / cm	θ	$d / \text{\AA}$
$4,0 \pm 0,1$	$0,349 \pm 0,009$	$2,25 \pm 0,05$
$5,7 \pm 0,1$	$0,497 \pm 0,009$	$1,62 \pm 0,03$
$7,1 \pm 0,1$	$0,620 \pm 0,009$	$1,33 \pm 0,02$
$8,4 \pm 0,1$	$0,733 \pm 0,009$	$1,15 \pm 0,01$
$9,6 \pm 0,1$	$0,838 \pm 0,009$	$1,037 \pm 0,008$
$10,9 \pm 0,1$	$0,951 \pm 0,009$	$0,947 \pm 0,006$
$12,2 \pm 0,1$	$1,065 \pm 0,009$	$0,881 \pm 0,004$
$13,8 \pm 0,1$	$1,204 \pm 0,009$	$0,826 \pm 0,003$
$16,2 \pm 0,1$	$1,414 \pm 0,009$	$0,780 \pm 0,001$
$16,4 \pm 0,1$	$1,435 \pm 0,009$	$0,7795 \pm 0,0009$

Bei der Betrachtung der Netzebenenabstände d für die Ringaufspaltung, ist zu erkennen, dass sich diese erst in der dritten Nachkommastelle unterscheiden. Zudem liegt der eine Wert im Fehlerintervall des anderen und umgekehrt. Aufgrund dessen werden im Folgenden die beiden Abstände gemittelt und mit der mittleren Wellenlänge der K_α -Linie ein gemittelter Netzebenenabstand berechnet.

Zur Bestimmung der Kristallstruktur wird das Verhältnis

$$\frac{d_1}{d_i} = \frac{m_i}{m_1} \quad (9)$$

verwendet, wobei gilt $m = \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$. Dadurch erfolgt ein Vergleich der Theorie (rechte Seite) mit den experimentell bestimmten Werten (linke Seite). In Tabelle 2 sind die ersten neun Reflexe der Kristallstrukturen simple-cubic (sc), body centered cubic (bcc), face centered cubic (fcc) und Diamant aufgelistet. Zudem wird das in Gleichung 9 beschriebene Verhältnis gebildet, um dieses mit der Probe zu vergleichen.

Tabelle 2: Vergleich der Verhältnisse für die Metallprobe.

sc	$\left(\frac{m_i}{m_1}\right)_{sc}$	bcc	$\left(\frac{m_i}{m_1}\right)_{bcc}$	fcc	$\left(\frac{m_i}{m_1}\right)_{fcc}$	diamant	$\left(\frac{m_i}{m_1}\right)_{dia}$	$\frac{d_1}{d_i}$
100	1,00	110	1,00	111	1,00	111	1,00	1,0 \pm 0
110	1,41	200	1,41	200	1,15	220	1,63	1,40 \pm 0,04
111	1,73	211	1,73	220	1,63	311	1,91	1,70 \pm 0,05
200	2,00	220	2,00	311	1,91	400	2,31	1,96 \pm 0,05
210	2,24	310	2,24	222	2,00	331	2,52	2,17 \pm 0,05
211	2,45	222	2,45	400	2,31	422	2,83	2,38 \pm 0,06
220	2,83	321	2,65	331	2,52	333	3,00	2,56 \pm 0,06
221	3,00	400	2,83	420	2,58	440	3,27	2,73 \pm 0,07
310	3,16	330	3,00	422	2,83	531	3,42	2,89 \pm 0,07

Anhand der absoluten Zahlen kann zunächst die Aussage getroffen werden, dass die Diamantstruktur nicht der gesuchten Kristallprobe entspricht. Um die anderen Strukturen bewerten zu können, wird in Tabelle 3 die absolute Abweichung in Prozent angegeben.

Tabelle 3: Vergleich der Verhältnisse mit zusätzlicher Abweichung.

$\left(\frac{m_i}{m_1}\right)_{sc}$	$ Abw_{sc} / \%$	$\left(\frac{m_i}{m_1}\right)_{bcc}$	$ Abw_{bcc} / \%$	$\left(\frac{m_i}{m_1}\right)_{fcc}$	$ Abw_{fcc} / \%$	$\frac{d_1}{d_i}$
1,00	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00	1,0 \pm 0
1,41	1,37	1,41	1,37	1,15	17,23	1,40 \pm 0,04
1,73	2,01	1,73	2,01	1,63	3,82	1,70 \pm 0,05
2,00	2,23	2,00	2,23	1,91	2,12	1,96 \pm 0,05
2,24	2,91	2,24	2,91	2,00	7,95	2,17 \pm 0,05
2,45	2,90	2,45	2,90	2,31	2,98	2,38 \pm 0,06
2,83	10,60	2,65	3,46	2,52	1,59	2,56 \pm 0,06
3,00	9,90	2,83	3,62	2,58	5,41	2,73 \pm 0,07
3,16	9,32	3,00	3,71	2,83	2,22	2,89 \pm 0,07

Zu beobachten ist, dass die bcc-Kristallstruktur kontinuierlich nur geringe Abweichungen unter 4 % aufweist. Somit wird angenommen, dass die Probe eine bcc-Struktur besitzt.

Desweiteren ist die Gitterkonstante a der Probe zu bestimmen. Diese wird nach Gleichung XXX berechnet und in Abbildung 3 gegen $\cos^2(\theta)$ aufgetragen. Durch die verwendete lineare Ausgleichsrechnung

$$a(\cos(\theta)) = b \cos^2(\theta) + c \quad (10)$$

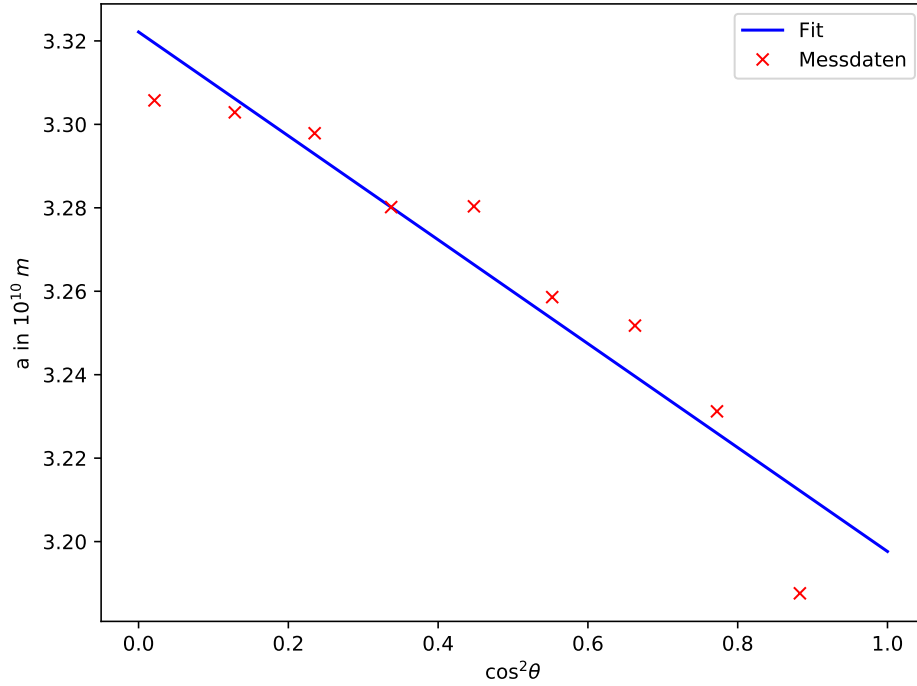


Abbildung 3: Messdaten und Fitergebnis.

werden die in Kapitel XXX angesprochenen systematischen Fehler korrigiert. Die resultierenden Fitparamter lauten:

$$b = (-0,125 \pm 0,016) \text{ \AA} \quad (11)$$

$$c = (3,3221 \pm 0,0084) \text{ \AA} \quad (12)$$

Die Gitterkonstante und die vorliegende bcc-Struktur weist nach [1] auf Niob hin. Die Abweichung zur der in der Literatur angegebenen Gitterkonstante $a = 3,30 \text{ \AA}$ beträgt $(1,038 \pm 0,005) \%$.

6.3 Salzprobe

Die Salzprobe muss eine Gitterstruktur aufweisen, die aus zwei verschiedenen Atomen besteht. Nach [4] werden somit die Zinkblenden-, die Steinsalz, Cäsiumchlorid- und Fluoritstruktur im folgenden untersucht. Dafür werden mit Gleichung XXX alle aufkommenden Reflexe ermittelt. Da das Material unbekannt ist, lässt sich keine Aussagen über den Atomformfaktor f treffen. Aus diesem Grund werden die beiden jeweiligen Untergitter der zuvor genannten Gitterstrukturen untersucht. Tritt also ein Reflex in einem der Untergitter auf, wird dieser zu den Reflexen der Gesamtstruktur hinzugezählt. Diese Methode funktioniert nicht bei der Cäsiumchlorid-Struktur, da dessen Elementarzelle nur zwei Atome besitzt und zusätzlich einer der Koordinaten $(0, 0, 0)$ ist. Somit würde bei jeder Kombination von Millerindizes ein Reflex entstehen. Deshalb wird zur Vereinfachung angenommen:

$$f_1 \approx f_2 \quad (13)$$

Die auf dem Filmstreifen vermessenen Reflexe, die sich daraus ergebenen Winkel θ und die Netzebenenabstände sind in Tabelle 4 aufgelistet.

Tabelle 4: Messdaten der Salzprobe.

s / cm	θ	$d / \text{\AA}$
2,8	0,2	3,24
3,9	0,3	2,31
4,8	0,4	1,90
6,3	0,5	1,48
7,0	0,6	1,34
8,3	0,7	1,16
8,9	0,8	1,10
9,6	0,8	1,04
10,2	0,9	0,99
11,6	1,0	0,91
12,2	1,1	0,88
14,9	1,3	0,80
16,5	1,4	0,78

Zur Auswertung wird für jeweils alle dreizehn Reflexe auf dem Filmstreifen und alle möglichen Millerindizes die Gitterkonstante a berechnet. Stimmt die angenommene Gitterstruktur mit der Gitterstruktur der Probe überein, ist die Gitterkonstante a in einer Diagonale durchgehend zu finden. Da die Zinkblenden-, die Steinsalz und Fluoritstruktur die gleichen Reflexe aufweisen, sind diese zusammen in Abbildung 4 und die Cäsiumchloridstruktur in Abbildung 5 dargestellt.

Bei dem Vergleich von Abbildung 4 und 5 ist zuerkennen, dass die Salzprobe eine Cäsiumchloridstruktur besitzt. Zur Korrektur der systematischen Fehler wird erneut die Gitterkonstante a gegen $\cos^2 \theta$ aufgetragen und eine lineare Ausgleichsrechnung (10) vorgenommen. Es ist anzumerken, dass der in Abbildung 6 grün markierte Messwert nicht in die lineare Ausgleichsrechnung mit eingeht.

Die Ergebnisse der Fitparameter lauten:

$$b = (-0,050 \pm 0,019) \text{\AA} \quad (14)$$

$$c = (4,672 \pm 0,011) \text{\AA} \quad (15)$$

h	k	l	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12	a13
1	1	0	4.5846	3.2643	2.6789	2.0854	1.8997	1.6444	1.6444	1.5546	1.4721	1.4021	1.2885	1.2458	1.1307
2	0	0	6.4836	4.6164	3.7886	2.9492	2.6866	2.3256	2.3256	2.1986	2.0818	1.9828	1.8222	1.7618	1.5990
2	1	1	7.9408	5.6539	4.6401	3.6120	3.2904	2.8483	2.8483	2.6927	2.5497	2.4284	2.2317	2.1578	1.9584
2	2	0	9.1692	6.5286	5.3579	4.1708	3.7994	3.2889	3.2889	3.1093	2.9441	2.8041	2.5770	2.4916	2.1980
3	1	0	10.2515	7.2992	5.9903	4.6631	4.2479	3.6771	3.6771	3.4763	3.2916	3.1351	2.8812	2.7857	2.4574
2	2	2	11.2299	7.9958	6.5620	5.1082	4.6533	4.0281	4.0281	3.8081	3.6058	3.4343	3.1561	3.0515	2.6920
3	2	1	12.1297	8.6365	7.0878	5.5174	5.0262	4.3508	4.3508	4.1132	3.8947	3.7095	3.4090	3.2960	2.9076
4	0	0	12.9672	9.2328	7.5772	5.8984	5.3732	4.6512	4.6512	4.3972	4.1636	3.9656	3.6444	3.5236	3.1084
3	3	0	13.7538	9.7929	8.0368	6.2562	5.6991	4.9333	4.9333	4.6639	4.4162	4.2062	3.8655	3.7373	3.2970
4	1	1	13.7538	9.7929	8.0368	6.2562	5.6991	4.9333	4.9333	4.6639	4.4162	4.2062	3.8655	3.7373	3.2970
4	2	0	14.4978	10.3226	8.4716	6.5946	6.0074	5.2002	5.2002	4.9162	4.6550	4.4337	4.0746	3.9395	3.4753
3	3	2	15.2054	10.8264	8.8851	6.9165	6.3006	5.4540	5.4540	5.1562	4.8823	4.6501	4.2734	4.1318	3.6449
4	2	2	15.8815	11.3078	9.2801	7.2240	6.5808	5.6965	5.6965	5.3854	5.0993	4.8568	4.4635	4.3155	3.8070
5	1	0	16.5300	11.7696	9.6591	7.5190	6.8495	5.9291	5.9291	5.6054	5.3076	5.0552	4.6457	4.4917	3.9624
4	4	0	18.3384	13.0572	10.7158	8.3416	7.5989	6.5778	6.5778	6.2186	5.8882	5.6082	5.1540	4.9831	4.3959
5	3	0	18.9028	13.4590	11.0456	8.5983	7.8327	6.7802	6.7802	6.4100	6.0694	5.7808	5.3126	5.1365	4.5312
4	4	2	19.4508	13.8492	11.3658	8.8476	8.0598	6.9768	6.9768	6.5958	6.2454	5.9484	5.4666	5.2854	4.6626
5	3	2	19.9838	14.2287	11.6772	9.0900	8.2807	7.1680	7.1680	6.7765	6.4165	6.1114	5.6164	5.4302	4.7904
5	4	1	21.0093	14.9588	12.2765	9.5565	8.7056	7.5358	7.5358	7.1243	6.7458	6.4250	5.9046	5.7089	5.0362
4	4	4	22.4598	15.9917	13.1241	10.2163	9.3067	8.0561	8.0561	7.6162	7.2116	6.8686	6.3123	6.1031	5.3839
5	4	3	22.9230	16.3214	13.3947	10.4270	9.4986	8.2222	8.2222	7.7732	7.3603	7.0103	6.4424	6.2289	5.4949
5	5	2	23.8223	16.9617	13.9202	10.8361	9.8712	8.5448	8.5448	8.0782	7.6490	7.2853	6.6952	6.4733	5.7105
5	5	4	26.3365	18.7519	15.3894	11.9797	10.9130	9.4466	9.4466	8.9308	8.4563	8.0542	7.4018	7.1565	6.3132
4	2	2	15.8815	11.3078	9.2801	7.2240	6.5808	5.6965	5.6965	5.3854	5.0993	4.8568	4.4635	4.3155	3.8070

Abbildung 4: Messdaten und Fitergebnis.

h	k	l	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12	a13
1	1	1	5,6150	3,9979	3,2810	2,5541	2,3267	2,0140	1,9040	1,8029	1,7172	1,5781	1,5258	1,3848	1,3460
2	0	0	6,4836	4,6164	3,7886	2,9492	2,6866	2,3256	2,1986	2,0818	1,9828	1,8222	1,7618	1,5990	1,5542
2	2	0	9,1692	6,5286	5,3579	4,1708	3,7994	3,2889	3,1093	2,9441	2,8041	2,5770	2,4916	2,2613	2,1980
1	1	3	10,7518	7,6554	6,2827	4,8907	4,4552	3,8566	3,6460	3,4523	3,2881	3,0218	2,9216	2,6516	2,5773
2	2	2	11,2299	7,9958	6,5620	5,1082	4,6533	4,0281	3,8081	3,6058	3,4343	3,1561	3,0515	2,7695	2,6920
4	0	0	12,9672	9,2328	7,5772	5,8984	5,3732	4,6512	4,3972	4,1636	3,9656	3,6444	3,5236	3,1980	3,1084
1	3	3	14,1307	10,0612	8,2571	6,4276	5,8553	5,0685	4,7917	4,5372	4,3214	3,9714	3,8398	3,4849	3,3873
4	2	0	14,4978	10,3226	8,4716	6,5946	6,0074	5,2002	4,9162	4,6550	4,4337	4,0746	3,9395	3,5755	3,4753
4	2	2	15,8815	11,3078	9,2801	7,2240	6,5808	5,6965	5,3854	5,0993	4,8568	4,4635	4,3155	3,9167	3,8070
3	3	3	16,8449	11,9938	9,8431	7,6622	6,9800	6,0421	5,7121	5,4087	5,1515	4,7342	4,5773	4,1543	4,0379
4	4	0	18,3384	13,0572	10,7158	8,3416	7,5989	6,5778	6,2186	5,8882	5,6082	5,1540	4,9831	4,5227	4,3959
5	3	1	19,1787	13,6555	11,2068	8,7239	7,9471	6,8792	6,5035	6,1580	5,8652	5,3901	5,2115	4,7299	4,5974
4	4	2	19,4508	13,8492	11,3658	8,8476	8,0598	6,9768	6,5958	6,2454	5,9484	5,4666	5,2854	4,7970	4,6626
6	2	0	20,5029	14,5983	11,9806	9,3262	8,4958	7,3542	6,9526	6,5832	6,2702	5,7623	5,5713	5,0655	4,9148
5	3	3	21,2579	15,1359	12,4218	9,6696	8,8086	7,6250	7,2086	6,8256	6,5010	5,9745	5,7764	5,2427	5,0958
6	2	2	21,5037	15,3109	12,5654	9,7814	8,9104	7,7131	7,2919	6,9045	6,5762	6,0436	5,8432	5,3033	5,1547
4	4	4	22,4598	15,9917	13,1241	10,2163	9,3067	8,0561	7,6162	7,2116	6,8686	6,3123	6,1031	5,5391	5,3839
7	1	1	23,1511	16,4838	13,5280	10,5308	9,5931	8,3041	7,8506	7,4335	7,0800	6,5066	6,2909	5,7096	5,5496
6	4	2	24,2594	17,2730	14,1756	11,0349	10,0523	8,7016	8,2264	7,7894	7,4190	6,8180	6,5921	5,9829	5,8153
7	3	1	24,9007	17,7296	14,5504	11,3266	10,3181	8,9316	8,4439	7,9953	7,6151	6,9983	6,7663	6,1411	5,9690
7	3	3	26,5353	18,8934	15,5055	12,0701	10,9954	9,5179	8,9982	8,5201	8,1150	7,4577	7,2105	6,5442	6,3608
6	4	4	26,7326	19,0339	15,6208	12,1599	11,0771	9,5887	9,0651	8,5835	8,1753	7,5131	7,2641	6,5928	6,4081
6	6	0	27,5076	19,5857	16,0737	12,5124	11,3983	9,8667	9,3779	8,8323	8,4123	7,7309	7,4747	6,7840	6,5939
5	5	5	28,0748	19,9896	16,4051	12,7704	11,6333	10,0701	9,5202	9,0145	8,5858	7,8904	7,6288	6,9239	6,7299

Abbildung 5: Messdaten und Fitergebnis.

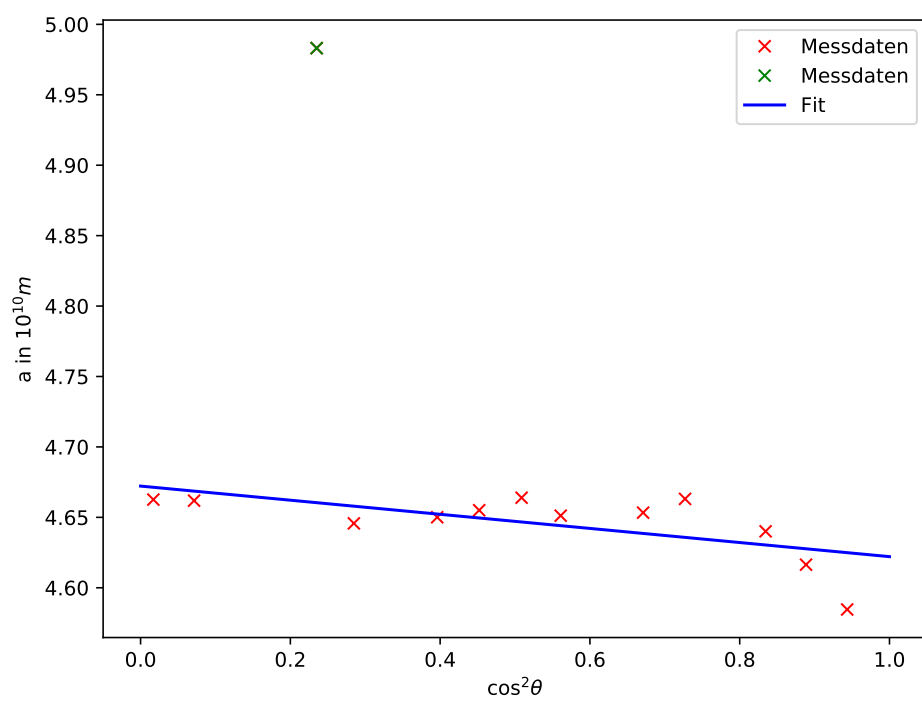


Abbildung 6: Messdaten und Fitergebnis.

7 Diskussion

Literatur

- [1] *Gitterkonstanten*. https://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/mw1_ge/kap_3/illustr/t3_1_1.html. Mai 2018.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] *TU Dortmund - Fachbereich Physik : Fortgeschrittenenpraktikum Anleitung zu Versuch Nr. 23*. http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_FPBSc.html. Mai 2017.