

VERSUCH NUMMER

TITEL

Marius Hötting
Marius.Hoetting@udo.edu

Hubertus Kaiser
Hubertus.Kaiser@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Amplitudenmodulation	3
3	Frequenzmodulation	4
4	Fehlerrechnung	6
5	Versuchsaufbau	7
5.1	Modulation	7
5.1.1	Primitive Modulatorschaltung mittels Diode	7
5.1.2	Ringmodulator	7
5.1.3	Frequenzmodulator mit geringem Frequenzhub	7
5.2	Demodulation	8
5.3	Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen	8
5.4	Demodulator-Schaltung mit einer Gleichrichter-Diode	8
5.5	Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen	8
6	Durchführung	9
6.1	Amplitudenmodulierte Schwingungen	9
6.2	Frequenzmodulierte Schwingungen	9
6.3	Gleichrichtereigenschaften des Ringmodulators	9
6.4	Demodulation einer amplitudenmodulierten Schwingung	9
6.5	Demodulation einer frequenzmodulierten Schwingung	10
7	Auswertung	11
8	Diskussion	12

1 Theorie

Damit eine elektromagnetische Welle zur Informationsübertragung verwendet werden kann, wird einer hochfrequenten Trägerspannung mit einer niederfrequenten Modulationsspannung kombiniert. Diese Kombination kann zum einen durch die Modulierung der Frequenz oder zum anderen durch die Modulierung der Amplitude beider Spannung erzeugt werden. Unter Verwendung mehrerer Trägerspannungen ist es möglich verschiedene Informationen gleichzeitig zu übertragen, wie z.B. bei den Funkkanälen des Radios. Zur Extraktion der Information der Welle am Empfangsort wird die Demodulation angewandt. Die Grundlagen der zuvor angesprochenen Frequenz- und Amplitudenmodulation bzw. Demodulation werden im Kapitel XXX erläutert.

2 Amplitudenmodulation

Bei dieser Methode der Modulation führt die Amplitude einer hochfrequenten Trägerspannung Schwingungen im Rhythmus der niederfrequenten Modulationsspannung, die die Informationen enthält, aus. Beschrieben werden die beiden verwendeten Spannungen durch Gleichungen

$$U_T(t) = \hat{U}_T \cos(\omega_T t) \quad \text{und} \quad U_M(t) = \hat{U}_M \cos(\omega_M t), \quad (1)$$

dabei bezeichnet U_T die Trägerspannung, U_M die Modulationsspannung, ω_T die Trägerfrequenz und ω_M die Modulationsfrequenz. Durch die Kombination der Spannungen ergibt sich

$$U(t) = \hat{U}_T(1 + m \cos(\omega_M t)) \cos(\omega_T t). \quad (2)$$

Der mit m bezeichnete Modulationsgrad und ist über die Amplitude der Modulationsspannung wie folgt definiert:

$$m = \gamma \hat{U}_M \quad \text{mit} \quad m = [0, 1] \quad (3)$$

Wie in Abbildung XXX zu sehen, ergibt sich unter Betrachtung der Extremwerte

$$\hat{U}_T(1 - m) \quad \text{und} \quad \hat{U}_T(1 + m), \quad (4)$$

die abgebildete amplitudenmodulierte Spannung des Signals.

Um das Frequenzspektrum dieser Schwingung zu ermitteln, wird Gleichung XXX mittels trigonometrischen Beziehungen zu

$$U(t) = \hat{U}_T \left(\cos(\omega_T t) + \frac{1}{2} m \cos(\omega_T + \omega_M)t + \frac{1}{2} m \cos(\omega_T - \omega_M)t \right) \quad (5)$$

vereinfacht. Somit besteht das Frequenzspektrum aus den drei Frequenzen

$$\omega_T - \omega_M, \quad \omega, \quad \omega_T + \omega_M. \quad (6)$$

In Abbildung XXX sind die zuvor beschriebenen Kreisfrequenzen gegen die Spannung aufgetragen.

Bei Betrachtung des Spektrums ist zu beachten, dass, wie auch in Abbildung XXX zu sehen, die äußeren beiden Frequenzen, die sogenannten Seitenbänder, identische Informationen enthalten. Im Gegensatz enthält die Frequenz ω_T , die sogenannte Trägerabstrahlung, durch die fehlende Abhängigkeit von ω_M keine Information. Besteht der Umstand, dass ω_M nicht nur aus einer

sondern aus einer Kombination mehrerer Frequenzen besteht, verbreitern die die Seitenbänder in Abbildung XXX. Nachteile der Amplitudenmodulation sind unter anderem die geringe Störsicherheit und die geringe Verzerrungsfreiheit. Beispielsweise kann es in engen Schaltkreise mit mangelnder Abschirmung zur Induktion einer Fremdspeisung kommen, wodurch die Amplitude der Modulation beeinflusst wird. Unbeeinflusst bleibt die Frequenz, weshalb im Folgenden die Frequenzmodulation beschrieben wird.

3 Frequenzmodulation

Bei der Frequenzmodulation entsteht eine Änderung der Trägerfrequenz verursacht durch ein Modulationssignal. Dabei ist zu betonen, dass nur die Frequenz eine Variation erfährt und die Amplitude konstant bleibt. Die modulierte Spannung kann wie folgt dargestellt werden:

$$U(t) = \hat{U} \sin \left(\omega_T t + m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_M t) \right) \quad (7)$$

Die Momentanfrequenz wird dabei beschrieben durch

$$f(t) = \frac{\omega_T}{2\pi} (1 + m \sin(\omega_M t)) . \quad (8)$$

Mit dem Frequenzhub

$$\Delta f = \frac{m \omega_T}{2\pi} \quad (9)$$

wird die Variationsbreite, also ein Maß für die Variation der Frequenz definiert. In Abbildung XXX ist beispielhaft eine Frequenzmodulierte Schwingung skizziert.

Anhand einer sogenannten Schmalband-Frequenzmodulation, bei der gilt

$$m \frac{\omega_T}{\omega_M} \ll 1, \quad (10)$$

soll im folgende grundlegende Eigenschaft der Frequenzmodulation verdeutlicht werden. Mittels trigonometrischer Funktionen wird Gleichung XXX umgeformt zu

$$U(t) = \hat{U} \left(\sin(\omega_T t) \cos \left(m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_M t) \right) + \cos(\omega_T t) \sin \left(m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_M t) \right) \right) . \quad (11)$$

Mit einer Reihenentwicklung der Sinus- und Cosinustherme, bei der nur Terme erster Ordnung betrachtet werden und unter Berücksichtigung von Gleichung XXX, entsteht die Gleichung

$$U(t) = \hat{U} \left(\sin(\omega_T t) + \frac{1}{2} m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_T + \omega_M)t + \frac{1}{2} m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_T - \omega_M)t \right) , \quad (12)$$

die sehr große Ähnlichkeit zur amplitudenmodulierten Spannung aufweist, da auch hier das Frequenzspektrum aus den drei Frequenzen

$$\omega_T - \omega_M, \quad \omega, \quad \omega_T + \omega_M \quad (13)$$

besteht. Der wesentliche Unterschied besteht jedoch in der Trägerschwingung, da diese durch den Sinus um 90° C Phasenverschoben wird. Unter Berücksichtigung höherer Terme in der Reihenentwicklung ergibt sich

$$U(t) = \hat{U} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n \left(m \frac{\omega_T}{\omega_M} \right) \sin (\omega_T + n\omega_M)t . \quad (14)$$

Der Ausdruck $J_n(x)$ steht dabei für die Besselfunktion n -ter Ordnung. Bei der Betrachtung von Gleichung XXX fällt auf, dass der Argument der Summe in der Sinusfunktion ein beliebig großes Frequenzspektrum ermöglicht. Da jedoch die Besselfunktion für steigende n gegen Null strebt müssen nur Frequenzen nahe der Trägerfrequenz ω_T berücksichtigt werden.

4 Fehlerrechnung

Dieses Kapitel listet kurz und bündig die benötigten und aus den Methoden der Statistik bekannten Formeln für die Fehlerrechnung auf. Die Schätzung der Standardabweichung ist

$$\Delta X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} . \quad (15)$$

Der Mittelwert ist

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (16)$$

Der Fehler des Mittelwertes ist

$$\Delta \bar{X} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} . \quad (17)$$

Für fehlerbehaftete Größen, die auch in folgenden Formeln verwendet werden, muss die Fehlerfortpflanzung nach Gauß berücksichtigt werden.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \cdot (\Delta X_i)^2} \quad (18)$$

Bei der linearen Regressionsrechnung sind die Parameter m und b der Ausgleichsgerade $y = mx + b$ wie folgt gegeben:

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad b = \bar{y} - m\bar{x} . \quad (19)$$

Dabei sind x_i und y_i linear abhängige Messgrößen. Der Fehler dieser Parameter wiederum errechnet sich aus

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad \sigma_b^2 = \frac{\sigma^2 \bar{x}^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} . \quad (20)$$

Relative Abweichungen einer Messgröße x gegenüber Literaturwerten x_{Lit} werden nach der Vorschrift

$$R_x = \frac{x - x_{\text{Lit}}}{x_{\text{Lit}}} \quad (21)$$

berechnet.

5 Versuchsaufbau

In diesem Kapitel werden alle in diesem Versuch verwendeten elektronischen Schaltungen für die Modulation als auch die Demodulation beschrieben und erläutert.

5.1 Modulation

5.1.1 Primitive Modulatorschaltung mittels Diode

Zur Realisierung einer Amplitudenmodulation wird eine Schaltung benötigt, die die Trägerspannung mit der Modulationsspannung multipliziert. Eine solcher Aufbau ist in Abbildung XXX dargestellt.

Durch die nicht lineare Diodenkennlinie entstehen während der Multiplikation durch die Potenzreihenentwicklung unerwünschte Terme höherer Ordnung der Träger- und Modulationsspannung. Dessen Frequenzen liegen außerhalb des Intervalls $[\omega_T - \omega_M, \omega_T + \omega_M]$ und können somit durch Bandfilter unterdrückt werden.

5.1.2 Ringmodulator

Durch den sogenannten Ringmodulator, siehe Abbildung XXX, sind die bei der Schaltung im vorherigen Kapitel unerwünscht entstandenen Komponenten zu vermeiden. Wie in Abbildung XXX dargestellt, sind die vier Dioden der Hauptbestandteil der Schaltung.

Durch diese wird eine Spannungsteiler an den Punkten α und β realisiert, wodurch, bei baugleichen Dioden und ohne anliegender Modulationsspannung, keine Potentialdifferenz zwischen dem beiden besagten Punkten auftritt. Erst durch das anlegen einer Modulationsspannung U_M wird das Gleichgewicht gestört und die Teilungsverhältnisse der Dioden schwanken im Rhythmus von $U_M(t)$. Bei idealen Verhältnissen ist somit das Produkt der Eingangsspannungen proportional zur Ausgangsspannung. Zusätzlich entsteht bei dem Ringmodulator keine Trägerabstrahlung, weshalb nur die Seitenbänder entstehen.

5.1.3 Frequenzmodulator mit geringem Frequenzhub

Grundlage ist hierfür der in Kapitel XXX beschriebene Ringmodulator. Da durch diesen nur die Seitenbänder ohne Trägerabstrahlung erzeugt wird, muss die Trägerfrequenz mit einer Phasenverschiebung von $\pi/2$ gesondert hinzugefügt werden. Dieses wird, wie in Abbildung XXX dargestellt, über ein Laufzeitkabel von 250 ns realisiert.

Um die gewünschte Phasenverschiebung zu erhalten, kann über die gegebene Periodendauer die benötigte Frequenz bestimmt werden.

5.2 Demodulation

5.3 Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen

Zur Demodulation wird ebenfalls ein Ringmodulator verwendet. Wie in Abbildung XXX dargestellt, ist am Eingang L die modulierte Spannung und am Eingang R die Trägerspannung angelegt.

Da die Frequenz der Eingänge addiert und subtrahiert werden ergeben sich aus den angelegten Frequenzen $\omega_T \pm \omega_M$ (Eingang L) und ω_T (Eingang R) am Ausgang X die Frequenzen $2\omega_T \pm \omega_M$ und ω_M .

5.4 Demodulator-Schaltung mit einer Gleichrichter-Diode

Ein weiteres Verfahren zur Demodulation einer Amplitudenmodulation besteht in der Verwendung einer Gleichrichterdioden mit geeignetem Tiefpass. Diese Schaltung findet Anwendung wenn die ursprüngliche Trägerspannung nicht zur Demodulation zur Verfügung steht. Wie in Abbildung XXX dargestellt, werden durch die Diode sämtliche negativen Halbwellen der Signalspannung entfernt.

Die in Abbildung XXX dargestellte Spannung am Punkt A enthält zu diesem Zeitpunkt hochfrequente Anteile der Form $\omega_T, 2\omega_T, 4\omega_T$ u.s.w. und ω_M . Da die Beziehung $\omega_T \gg \omega_M$ weiterhin gilt, kann die hohe Trägerfrequenz und deren vielfache durch einen Tiefpass unterdrückt werden, sodass die in Abbildung XXX dargestellte Modulationsfrequenz extrahiert werden kann.

In der Realität ist die erhaltene Frequenz jedoch verzerrt gegenüber der ursprünglichen Modulationsfrequenz, da die Diode eine annähernd exponentiellen Kennlinienverlauf aufweist. Wird jedoch eine sehr kleine Modulationsfrequenz gewählt, kann die Kennlinie der Diode linear genähert werden und so eine Verzerrung vermindert werden.

5.5 Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen

Im ersten Teil der Demodulation findet die Umwandlung in eine amplitudenmodulierte Schwingung statt. Dieses wird durch einen LC-Schwingkreis realisiert, wie in Abbildung XXX zu sehen.

Aus diesem Grund ist die Resonanzfrequenz der Schaltung so gewählt, dass Trägerfrequenz auf der Flanke der Resonanzkurve liegt (siehe Abbildung XXX). Ändert sich Momentanfrequenz der Schwingung, so entsteht am Ausgang der Schaltung eine hochfrequente Spannung, die keine konstante Amplitude mehr aufweist sondern deren Amplitude im Rhythmus der Modulationsfrequenz schwinkt. Im zweiten Schritt ist die Demodulation der amplitudenmodulierten Schwingung durch in Kapitel XXX oder XXX vorgestellte Methoden durchzuführen.

6 Durchführung

6.1 Amplitudenmodulierte Schwingungen

Zu Beginn soll eine amplitudenmodulierte Schwingung erzeugt werden. Dafür werden die Trägerfrequenz ω_T und die Modulationsfrequenz ω_M sogewählt, dass die Trägerfrequenz etwa um einen Faktor 100 hochfrequenter ist als die Modulationsspannung. Für die anschließende Erzeugung wird ein Ringmodulator nach Kapitel XXX verwendet. Um die Korrektheit der amplitudenmodulierten Schwingungen zu überprüfen wird an einem weiteren Kanal des Oszilloskops zusätzlich die Modulationsfrequenz angelegt. Im folgenden wird das Frequenzspektrum mittels Frequenzanalysator untersucht und das Ergebniss von dem Bildschirm des Frequenzanalysators abfotographiert. Anschließend wird die Erzeugung einer amplitudenmodulierten Schwingung mit der in Kapitel XXX vorgestellten Diodenschaltung untersucht. Dabei können die eingestellten Frequenzen beibehalten werden. Es wird ebenfalls mittels Frequenzanalysator das Spektrum untersucht und dokumentiert.

6.2 Frequenzmodulierte Schwingungen

Für die Erzeugung wird die in Kapitel XXX beschriebene Schaltung verwendet. Dabei muss auf die korrekte Phasenverschiebung, verursacht durch das Laufzeitkabel, geachtet werden. Mit einer gegebenen Periodendauer von 250 ns ergibt sich die benötigte Frequenz zu $\omega = 1$ MHz. An dem Oszilloskop werden Einstellungen vorgenommen, sodass die Verschmierung der modulierten Spannung über eine Periode zu erkennen ist. Mit Hilfe der "Curser"-Funktion wird zusätzlich die maximale Breite in X-Richtung der Verschmierung in mitten einer Periode bestimmt. Alles zwischenschritte werden dabei dokumentiert und das aufgenommene Frequenzspektrum am Frequenzanalysator fotografiert.

6.3 Gleichrichtereigenschaften des Ringmodulators

Mit der in Kapitel XXX beschriebenen Schaltung wird die Spannung in Anhängigkeit der Trägerfrequenz mit Hilfe eines Voltmeters vermessen. Die sich ergebende Proportionalität zum Cosinus der Phase ϕ wird solange vermessen, bis die aufgenommenen Daten für eine volle Periode ausreichen.

6.4 Demodulation einer amplitudenmodulierten Schwingung

In diesem Abschnitt soll eine amplitudenmodulierte Schwingung demoduliert werden, mittels der in Kapitel XXX beschriebenen Schaltung. Erneut wird mit dem zweiten Kanal des Oszilloskops überprüft, ob demodulierte Schwingung der ursprünglichen modulationsfrequenz übereinstimmt. Auch hier wird wieder anschließend das Frequenzspektrum mit Hilfe des Frequenzanalysator aufgezeichnet.

Ebenfalls soll die amplitudenmodulierte Schwingung, die durch die Diodenschaltung nach Kapitel XXX erzeugt wurde, demoduliert werden. Hierzu wird die Schaltung aus Kapitel XXX verwendet. Diese Mal werden auch die Zwischenschritte(nach der Diode und nach dem Tiefpass) dokumentiert, sodass die einzelnen Vorgänge besser nachvollzogen werden können.

6.5 Demodulation einer frequenzmodulierten Schwingung

Als letztes soll die frequenzmodulierte Schwingung, durch den in Kapitel XXX beschriebenen Aufbau demoduliert werden. Hierfür muss die Kapazität des Kondensators so gewählt werden, dass sich die Frequenzen der Seitenbänder auf der Flanke der Resonanzkurve befinden. Somit müsste eine amplitudenmodulierte Schwingung am Oszilloskop messbar sein. Auch hier werden wieder die Teilschritte (nach der Diode und nach dem Tiefpass) genau dokumentiert. Schlussendlich wird die erzeugte demodulierte Spannung mit der ursprünglichen Modulationsspannung verglichen.

7 Auswertung

8 Diskussion