

**VERSUCH NUMMER**

**TITEL**

Marius Hötting  
Marius.Hoetting@udo.edu

Hubertus Kaiser  
Hubertus.Kaiser@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Amplitudenmodulation . . . . .	3
1.2	Frequenzmodulation . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Fehlerrechnung</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>7</b>
3.1	Modulation . . . . .	7
3.1.1	Primitive Modulatorschaltung mittels Diode . . . . .	7
3.1.2	Ringmodulator . . . . .	7
3.1.3	Frequenzmodulator mit geringem Frequenzhub . . . . .	8
3.1.4	Phasenempfindlichkeit der Gleichrichterdiode . . . . .	8
3.2	Demodulation . . . . .	9
3.2.1	Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen . . . . .	9
3.2.2	Demodulator-Schaltung mit einer Gleichrichter-Diode . . . . .	9
3.2.3	Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>12</b>
4.1	Amplitudenmodulierte Schwingungen . . . . .	12
4.2	Frequenzmodulierte Schwingungen . . . . .	12
4.3	Gleichrichtereigenschaften des Ringmodulators . . . . .	12
4.4	Demodulation einer amplitudenmodulierten Schwingung . . . . .	12
4.5	Demodulation einer frequenzmodulierten Schwingung . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>14</b>
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>15</b>
	<b>Literatur</b>	<b>16</b>

# 1 Theorie

Damit eine elektromagnetische Welle zur Informationsübertragung verwendet werden kann, wird eine hochfrequenten Trägerspannung mit einer niederfrequenten Modulationsspannung kombiniert. Diese Kombination kann zum einen durch die Modulierung der Frequenz oder zum anderen durch die Modulierung der Amplitude beider Spannung erzeugt werden. Unter Verwendung mehrerer Trägerspannungen ist es möglich verschiedene Informationen gleichzeitig zu übertragen, wie z.B. bei den Funkkanälen des Radios. Zur Extraktion der Information der Welle am Empfangsort wird die Demodulation angewandt. Die Grundlagen der zuvor angesprochenen Frequenz- und Amplitudenmodulation bzw. Demodulation werden in Kapitel 1.1 und 1.2 erläutert.

## 1.1 Amplitudenmodulation

Bei dieser Methode der Modulation führt die Amplitude einer hochfrequenten Trägerspannung Schwingungen im Rhythmus der niederfrequenten Modulationsspannung, die die Informationen enthält, aus. Beschrieben werden die beiden verwendeten Spannungen durch die Gleichungen

$$U_T(t) = \hat{U}_T \cos(\omega_T t) \quad \text{und} \quad U_M(t) = \hat{U}_M \cos(\omega_M t), \quad (1)$$

dabei bezeichnet  $U_T$  die Trägerspannung,  $U_M$  die Modulationsspannung,  $\omega_T$  die Trägerfrequenz und  $\omega_M$  die Modulationsfrequenz. Durch die Kombination der Spannungen ergibt sich

$$U(t) = \hat{U}_T(1 + m \cos(\omega_M t)) \cos(\omega_T t). \quad (2)$$

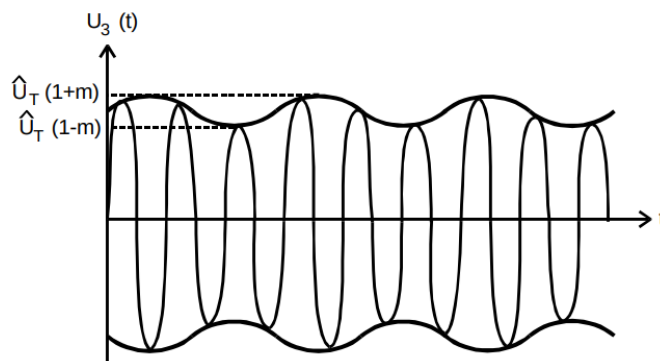
Der mit  $m$  bezeichnete Modulationsgrad ist über die Amplitude der Modulationsspannung wie folgt definiert:

$$m = \gamma \hat{U}_M \quad \text{mit} \quad m = [0, 1] \quad (3)$$

Wie in Abbildung 1 zu sehen, ergibt sich unter Betrachtung der Extremwerte

$$\hat{U}_T(1 - m) \quad \text{und} \quad \hat{U}_T(1 + m), \quad (4)$$

die abgebildete amplitudenmodulierte Spannung des Signals.



**Abbildung 1:** Darstellung einer amplitudenmodulierten Spannung in Abhängigkeit der Zeit  $t$ [1].

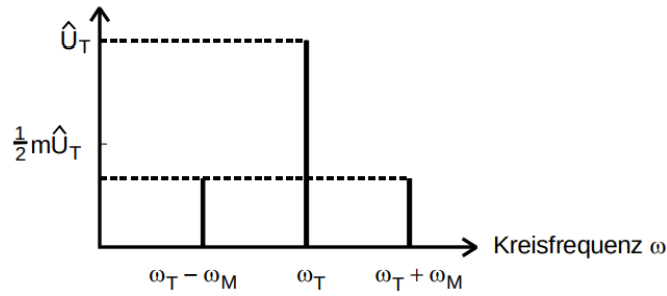
Um das Frequenzspektrum dieser Schwingung zu ermitteln, wird Gleichung (2) mittels trigonometrischen Beziehungen zu

$$U(t) = \hat{U}_T \left( \cos(\omega_T t) + \frac{1}{2}m \cos(\omega_T + \omega_M)t + \frac{1}{2}m \cos(\omega_T - \omega_M)t \right) \quad (5)$$

vereinfacht. Somit besteht das Frequenzspektrum aus den drei Frequenzen

$$\omega_T - \omega_M, \quad \omega, \quad \omega_T + \omega_M. \quad (6)$$

In Abbildung 2 sind die zuvor beschriebenen Kreisfrequenzen gegen die Spannung aufgetragen.



**Abbildung 2:** Darstellung eines Frequenzspektrums einer amplitudenmodulierten Spannung[1].

Bei der Betrachtung des Spektrums ist zu beachten, dass, wie auch in Abbildung 2 zu sehen, die äußeren beiden Frequenzen, die sogenannten Seitenbänder, identische Informationen enthalten. Im Gegensatz dazu enthält die Frequenz  $\omega_T$ , die sogenannte Trägerabstrahlung, durch die fehlende Abhängigkeit von  $\omega_M$  keine Information. Besteht der Umstand, dass  $\omega_M$  nicht nur aus einer sondern aus einer Kombination mehrerer Frequenzen besteht, verbreitern sich die Seitenbänder in Abbildung 2. Nachteile der Amplitudenmodulation sind unter anderem die geringe Störsicherheit und die geringe Verzerrungsfreiheit. Beispielsweise kann es in engen Schaltkreise mit mangelnder Abschirmung zur Induktion einer Fremdspannung kommen, wodurch die Amplitude der Modulation beeinflusst wird. Unbeeinflusst bleibt die Frequenz, weshalb im Folgenden die Frequenzmodulation beschrieben wird.

## 1.2 Frequenzmodulation

Bei der Frequenzmodulation entsteht eine Änderung der Trägerfrequenz verursacht durch ein Modulationssignal. Dabei ist zu betonen, dass nur die Frequenz eine Variation erfährt und die Amplitude konstant bleibt. Die modulierte Spannung kann wie folgt dargestellt werden:

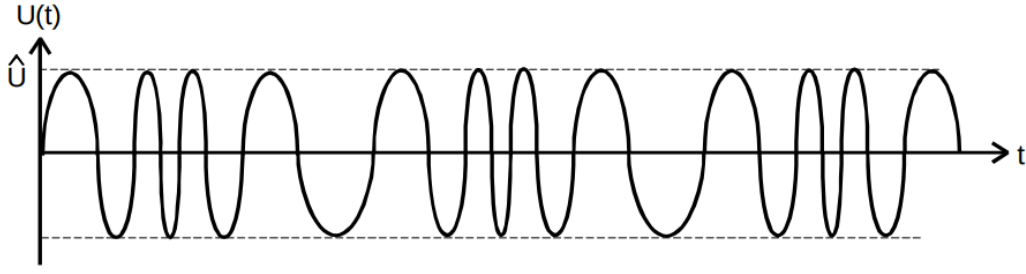
$$U(t) = \hat{U} \sin \left( \omega_T t + m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_M t) \right) \quad (7)$$

Die Momentanfrequenz wird dabei beschrieben durch

$$f(t) = \frac{\omega_T}{2\pi} (1 - m \sin(\omega_M t)) . \quad (8)$$

Mit dem Frequenzhub

$$\Delta f = \frac{m\omega_T}{2\pi} \quad (9)$$



**Abbildung 3:** Darstellung einer frequenzmodulierten Spannung in Abhängigkeit der Zeit  $t[1]$ .

wird die Variationsbreite, also ein Maß für die Variation der Frequenz definiert. In Abbildung 3 ist beispielhaft eine Frequenzmodulierte Schwingung skizziert.

Anhand einer sogenannten Schmalband-Frequenzmodulation, bei der gilt

$$m \frac{\omega_T}{\omega_M} \ll 1, \quad (10)$$

soll im folgende grundlegende Eigenschaften der Frequenzmodulation verdeutlicht werden. Mittels trigonometrischer Funktionen wird Gleichung (7) umgeformt zu

$$U(t) = \hat{U} \left( \sin(\omega_T t) \cos \left( m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_M t) \right) + \cos(\omega_T t) \sin \left( m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_M t) \right) \right). \quad (11)$$

Mit einer Reihenentwicklung der Sinus- und Cosinustherme, bei der nur Terme erster Ordnung betrachtet werden, entsteht die folgende Gleichung

$$U(t) = \hat{U} \left( \sin(\omega_T t) + \frac{1}{2} m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_T + \omega_M)t + \frac{1}{2} m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_T - \omega_M)t \right), \quad (12)$$

die sehr große Ähnlichkeit zur amplitudenmodulierten Spannung aufweist, da auch hier das Frequenzspektrum aus den drei Frequenzen

$$\omega_T - \omega_M, \quad \omega, \quad \omega_T + \omega_M \quad (13)$$

besteht. Der wesentliche Unterschied besteht jedoch in der Trägerschwingung, da diese durch den Sinus um  $90^\circ$  Phasenverschoben wird. Unter Berücksichtigung höherer Terme in der Reihenentwicklung ergibt sich

$$U(t) = \hat{U} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n \left( m \frac{\omega_T}{\omega_M} \right) \sin(\omega_T + n\omega_M)t. \quad (14)$$

Der Ausdruck  $J_n(x)$  steht dabei für die Besselfunktion  $n$ -ter Ordnung. Bei der Betrachtung von Gleichung (14) fällt auf, dass der Iterator der Summe in der Sinusfunktion ein beliebig großes Frequenzspektrum ermöglicht. Da jedoch die Besselfunktion für steigende  $n$  gegen Null strebt müssen nur Frequenzen nahe der Trägerfrequenz  $\omega_T$  berücksichtigt werden.

## 2 Fehlerrechnung

Dieses Kapitel listet kurz und bündig die benötigten und aus den Methoden der Statistik bekannten Formeln für die Fehlerrechnung auf. Die Schätzung der Standardabweichung ist

$$\Delta X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} . \quad (15)$$

Der Mittelwert ist

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (16)$$

Der Fehler des Mittelwertes ist

$$\Delta \bar{X} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} . \quad (17)$$

Für fehlerbehaftete Größen, die auch in folgenden Formeln verwendet werden, muss die Fehlerfortpflanzung nach Gauß berücksichtigt werden.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \cdot (\Delta X_i)^2} \quad (18)$$

Bei der linearen Regressionsrechnung sind die Parameter  $m$  und  $b$  der Ausgleichsgerade  $y = mx + b$  wie folgt gegeben:

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad b = \bar{y} - m\bar{x} . \quad (19)$$

Dabei sind  $x_i$  und  $y_i$  linear abhängige Messgrößen. Der Fehler dieser Parameter wiederum errechnet sich aus

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad \sigma_b^2 = \frac{\sigma^2 \bar{x}^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} . \quad (20)$$

Relative Abweichungen einer Messgröße  $x$  gegenüber Literaturwerten  $x_{\text{Lit}}$  werden nach der Vorschrift

$$R_x = \frac{x - x_{\text{Lit}}}{x_{\text{Lit}}} \quad (21)$$

berechnet.

### 3 Versuchsaufbau

In diesem Kapitel werden alle in diesem Versuch verwendeten elektronischen Schaltungen für die Modulation als auch die Demodulation beschrieben und erläutert.

#### 3.1 Modulation

##### 3.1.1 Primitive Modulatorschaltung mittels Diode

Zur Realisierung einer Amplitudenmodulation wird eine Schaltung benötigt, die die Trägerspannung mit der Modulationsspannung multipliziert. Eine solcher Aufbau ist in Abbildung 4 dargestellt.

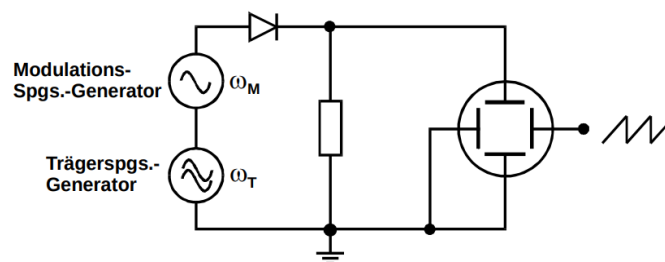


Abbildung 4: Aufbau einer Modulatorschaltung mittels Diode[1].

Durch die nicht lineare Diodenkennlinie entstehen während der Multiplikation durch die Potenzreihenentwicklung unerwünschte Terme höherer Ordnung der Träger- und Modulationsspannung. Dessen Frequenzen liegen außerhalb des Intervalls  $[\omega_T - \omega_M, \omega_T + \omega_M]$  und können somit durch Bandfilter unterdrückt werden.

##### 3.1.2 Ringmodulator

Durch den sogenannten Ringmodulator, siehe Abbildung 5, sind die bei der Schaltung im vorherigen Kapitel unerwünscht entstandenen Komponenten zu vermeiden. Wie in Abbildung 5 dargestellt, sind die vier Dioden der Hauptbestandteil der Schaltung.

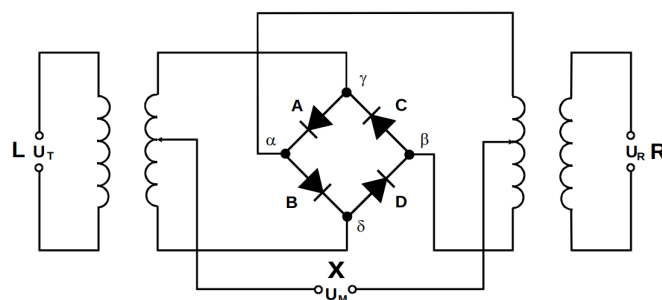


Abbildung 5: Aufbau eines Ringmodulatorschaltung [1].

Durch diese wird eine Spannungsteiler an den Punkten  $\alpha$  und  $\beta$  realisiert, wodurch, bei baugleichen Dioden und ohne anliegender Modulationsspannung, keine Potentialdifferenz zwischen dem beiden besagten Punkten auftritt. Erst durch das anlegen einer Modulationsspannung  $U_M$  wird das Gleichgewicht gestört und die Teilungsverhältnisse der Dioden schwingen im Rhythmus von

$U_M(t)$ . Bei idealen Verhältnissen ist somit das Produkt der Eingangsspannungen proportional zur Ausgangsspannung. Zusätzlich entsteht bei dem Ringmodulator keine Trägerabstrahlung, weshalb nur die Seitenbänder entstehen.

### 3.1.3 Frequenzmodulator mit geringem Frequenzhub

Grundlage ist hierfür der in Kapitel 3.1.2 beschriebene Ringmodulator. Da durch diesen nur die Seitenbänder ohne Trägerabstrahlung erzeugt werden, muss die Trägerfrequenz mit einer Phasenverschiebung von  $\pi/2$  gesondert hinzugefügt werden. Dieses wird, wie in Abbildung 6 dargestellt, über ein Laufzeitkabel von 250 ns realisiert.

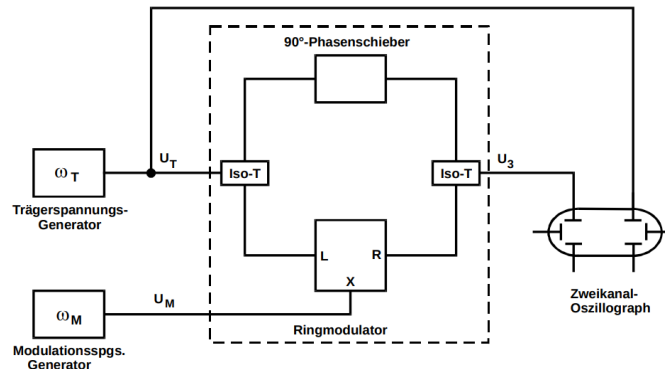


Abbildung 6: Darstellung einer Frequenzmodulatorschaltung mit Laufzeitkabel [1].

Um die gewünschte Phasenverschiebung zu erhalten, kann über die gegebene Periodendauer die benötigte Frequenz bestimmt werden.

### 3.1.4 Phasenempfindlichkeit der Gleichrichterdiode

Mit der folgenden Schaltung in Abbildung 7 wird durch die Variation der Frequenz und einem Laufzeitkabel die Phasenverschiebung erzeugt. Über das Voltmeter nach dem Tiefpass kann diese

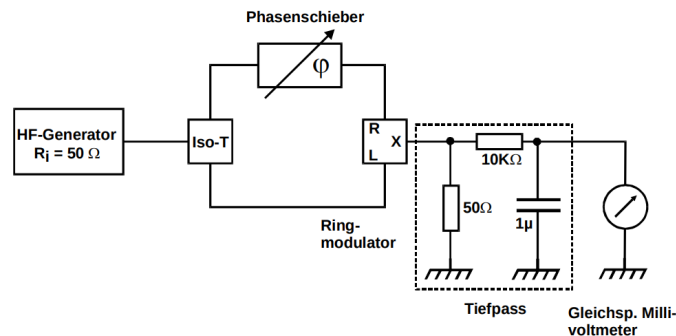


Abbildung 7: Darstellung einer Ringdiodenschaltung in Verbindung mit einem Laufzeitkabel und einem Amperemeter zu Überprüfung der Phasendifferenz [1].

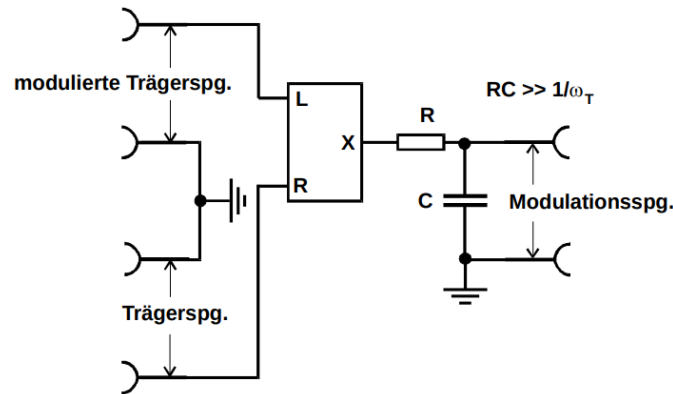
Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz dargestellt werden.



## 3.2 Demodulation

### 3.2.1 Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen

Zur Demodulation wird ebenfalls ein Ringmodulator verwendet. Wie in Abbildung 8 dargestellt, ist am Eingang L die modulierte Spannung und am Eingang R die Trägerspannung angelegt.

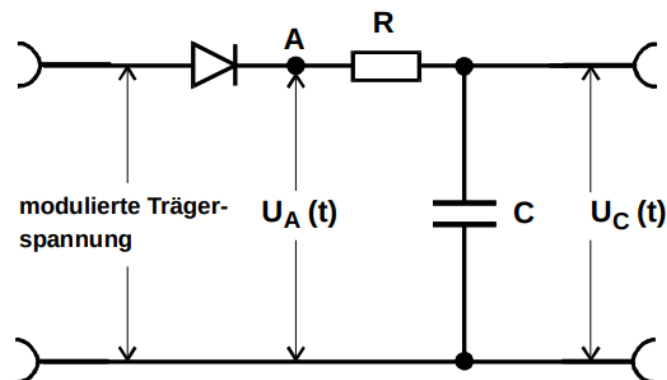


**Abbildung 8:** Darstellung eines Ringmodulators zur Demodulation einer amplitudenmodulierten Schwingung [1].

Da die Frequenz der Eingänge addiert und subtrahiert werden ergeben sich aus den angelegten Frequenzen  $\omega_T \pm \omega_M$  (Eingang L) und  $\omega_T$  (Eingang R) am Ausgang X die Frequenzen  $2\omega_T \pm \omega_M$  und  $\omega_M$ .

### 3.2.2 Demodulator-Schaltung mit einer Gleichrichter-Diode

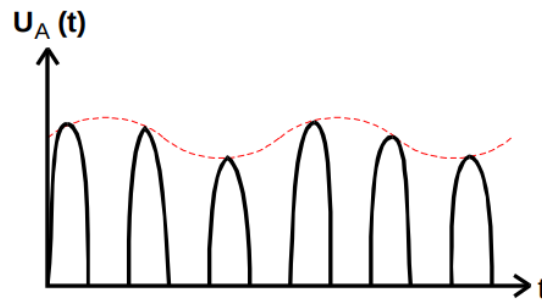
Ein weiteres Verfahren zur Demodulation einer Amplitudenmodulation besteht in der Verwendung einer Gleichrichterdiode mit geeignetem Tiefpass. Diese Schaltung findet Anwendung wenn die ursprüngliche Trägerspannung nicht zur Demodulation zur Verfügung steht. Wie in Abbildung 9 dargestellt, werden durch die Diode sämtliche negativen Halbwellen der Signalspannung entfernt.



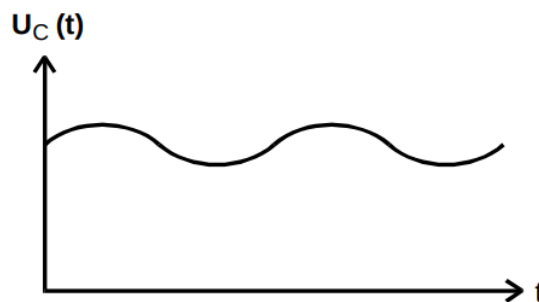
**Abbildung 9:** Darstellung einer Demodulationsschaltung mit Hilfe einer Gleichrichterdiode [1].

Die in Abbildung 10 dargestellte Spannung am Punkt A enthält zu diesem Zeitpunkt hochfrequente Anteile der Form  $\omega_T$ ,  $2\omega_T$ ,  $4\omega_T$  u.s.w. und  $\omega_M$ . Da die Beziehung  $\omega_T \gg \omega_M$  weiterhin gilt, kann

die hohe Trägerfrequenz und deren vielfache durch einen Tiefpass unterdrückt werden, sodass die in Abbildung 11 dargestellte Modulationsfrequenz extrahiert werden kann.



**Abbildung 10:** Darstellung der Spannung am Punkt A der Schaltung 9 [1].

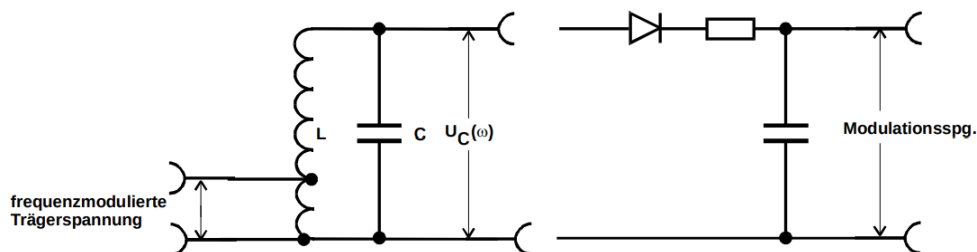


**Abbildung 11:** Darstellung der Spannung nach dem Tiefpass der Schaltung 9 [1].

In der Realität ist die erhaltene Frequenz jedoch verzerrt gegenüber der ursprünglichen Modulationsfrequenz, da die Diode eine annähernd exponentiellen Kennlinienverlauf aufweist. Wird jedoch eine sehr kleine Modulationsfrequenz gewählt, kann die Kennlinie der Diode linear genähert werden und so eine Verzerrung vermindert werden.

### 3.2.3 Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen

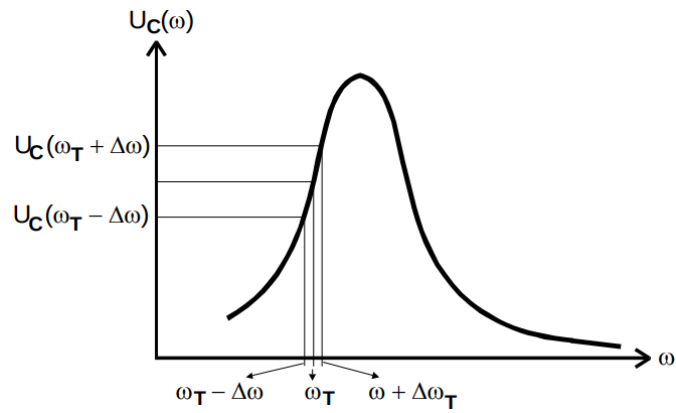
Im ersten Teil der Demodulation findet die Umwandlung in eine amplitudenmodulierte Schwingung statt. Dieses wird durch einen LC-Schwingkreis realisiert, wie in Abbildung 12 zu sehen.



**Abbildung 12:** Darstellung eines LC-Schwingkreises mit dem die frequenzmodulierte Schwingung in eine amplitudenmodulierte Schwingung überführt wird. [1].

Aus diesem Grund ist die Resonanzfrequenz der Schaltung so gewählt, dass Trägerfrequenz auf der Flanke der Resonanzkurve liegt (siehe Abbildung 13). Ändert sich Momentanfrequenz der Schwingung, so entsteht am Ausgang der Schaltung eine hochfrequente Spannung, die keine

konstante Amplitude mehr aufweist sondern deren Amplitude im Rhythmus der Modulationsfrequenz schwingt. Im zweiten Schritt ist die Demodulation der amplitudenmodulierten Schwingung durch die in Kapitel 3.2.1 oder 3.2.2 vorgestellte Methoden durchzuführen.



**Abbildung 13:** Darstellung der Resonanzkurve des LC-Schwingkreises und dem Frequenzspektrum der modulierten Schwingung auf dessen Flanke [1].

## 4 Durchführung

### 4.1 Amplitudenmodulierte Schwingungen

Zu Beginn soll eine amplitudenmodulierte Schwingung erzeugt werden. Dafür werden die Trägerfrequenz  $\omega_T$  und die Modulationsfrequenz  $\omega_M$  so gewählt, dass die Trägerfrequenz etwa um einen Faktor 100 hochfrequenter ist als die Modulationsspannung. Für die anschließende Erzeugung wird ein Ringmodulator nach Kapitel 3.1.2 verwendet. Um die Korrektheit der amplitudenmodulierten Schwingungen zu überprüfen wird an einem weiteren Kanal des Oszilloskops zusätzlich die Modulationsfrequenz angelegt. Im folgenden wird das Frequenzspektrum mittels Frequenzanalysator untersucht und das Ergebnis von dem Bildschirm des Frequenzanalysators abphotographiert.

Anschließend wird die Erzeugung einer amplitudenmodulierten Schwingung mit der in Kapitel 3.1.1 vorgestellten Diodenschaltung untersucht. Dabei können die eingestellten Frequenzen beibehalten werden. Es wird ebenfalls mittels Frequenzanalysator das Spektrum untersucht und dokumentiert.

### 4.2 Frequenzmodulierte Schwingungen

Für die Erzeugung wird die in Kapitel 3.1.3 beschriebene Schaltung verwendet. Dabei muss auf die korrekte Phasenverschiebung, verursacht durch das Laufzeitkabel, geachtet werden. Mit einer gegebenen Periodendauer von 250 ns ergibt sich die benötigte Frequenz zu  $\omega = 1$  MHz. An dem Oszilloskop werden Einstellungen vorgenommen, sodass die Verschmierung der modulierten Spannung über eine Periode zu erkennen ist. Mit Hilfe der "Cursor"-Funktion wird zusätzlich die maximale Breite in x-Richtung der Verschmierung in mitten einer Periode bestimmt. Alle Zwischenschritte werden dabei dokumentiert und das aufgenommene Frequenzspektrum am Frequenzanalysator photographiert.

### 4.3 Gleichrichtereigenschaften des Ringmodulators

Mit der in Kapitel 3.1.4 beschriebenen Schaltung wird die Spannung in Abhängigkeit der Trägerfrequenz mit Hilfe eines Voltmeters vermessen. Die sich ergebende Proportionalität zum Cosinus der Phase  $\phi$  wird solange vermessen, bis die aufgenommenen Daten für eine volle Periode ausreichen.

### 4.4 Demodulation einer amplitudenmodulierten Schwingung

In diesem Abschnitt soll eine amplitudenmodulierte Schwingung demoduliert werden, mittels der in Kapitel 3.2.1 beschriebenen Schaltung. Erneut wird mit dem zweiten Kanal des Oszilloskops überprüft, ob die demodulierte Schwingung der ursprünglichen Modulationsfrequenz übereinstimmt. Auch hier wird wieder anschließend das Frequenzspektrum mit Hilfe des Frequenzanalysators aufgezeichnet.

Ebenfalls soll die amplitudenmodulierte Schwingung, die durch die Diodenschaltung nach Kapitel 3.1.1 erzeugt wurde, demoduliert werden. Hierzu wird die Schaltung aus Kapitel 3.2.2 verwendet. Diese Mal werden auch die Zwischenschritte(nach der Diode und nach dem Tiefpass) dokumentiert, sodass die einzelnen Vorgänge besser nachvollzogen werden können.

## 4.5 Demodulation einer frequenzmodulierten Schwingung

Als letztes soll die frequenzmodulierte Schwingung, durch den in Kapitel 3.2.3 beschriebenen Aufbau demoduliert werden. Hierfür muss die Kapazität des Kondensators so gewählt werden, dass sich die Frequenzen der Seitenbänder auf der Flanke der Resonanzkurve befinden. Somit müsste eine amplitudenmodulierte Schwingung am Oszilloskop messbar sein. Auch hier werden wieder die Teilschritte (nach der Diode und nach dem Tiefpass) genau dokumentiert. Schlussendlich wird die erzeugte demodulierte Spannung mit der ursprünglichen Modulationsspannung verglichen.

## **5 Auswertung**

## 6 Diskussion

## Literatur

- [1] *TU Dortmund - Fachbereich Physik : Fortgeschrittenenpraktikum Anleitung zu Versuch Nr. 23.* [http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung\\_FPBSc.html](http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_FPBSc.html). Mai 2017.