

**VERSUCH NUMMER**

**TITEL**

Marius Hötting  
Marius.Hoetting@udo.edu

Matthias Jaeger  
Matthias.Jaeger@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Magnetische Momente und Landé-Faktoren . . . . .	3
2.2	Zeeman-Effekt . . . . .	4
2.3	Optisches Pumpen . . . . .	5
2.4	Hochfrequenz-Spektroskopie . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Fehlerrechnung</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Durchführung</b>	<b>10</b>
<b>6</b>	<b>Auswertung</b>	<b>11</b>
<b>7</b>	<b>Diskussion</b>	<b>12</b>
	<b>Literatur</b>	<b>13</b>

# 1 Ziel

Ziel ist es in diesem Versuch mit der Hochfrequenzspektroskopie die Landé-Faktoren und den Kernspin der Rubidium-Isotope  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{85}\text{Rb}$  zu bestimmen. Zusätzlich wird das Erdmagnetfeld und das Isotopenverhältnis vermessen und mit theoretischen Werten verglichen.

## 2 Theorie

### 2.1 Magnetische Momente und Landé-Faktoren

Aus einer bewegten Ladung resultiert ein magnetisches Moment. Dadurch entsteht mittels der Spin-Bahn-Kopplung die Verknüpfung

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}, \quad (1)$$

dabei bezeichnet  $\vec{S}$  den Spin,  $\vec{L}$  den Bahndrehimpuls und  $\vec{J}$  Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle. Des weiteren setzt sich der Gesamtdrehimpuls  $\vec{F}$  des Atoms aus der Kopplung des Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$  und dem Kernspin  $\vec{I}$  wie folgt zusammen:

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} \quad (2)$$

Die jeweiligen magnetischen Momente stehen antiparallel zu dem jeweiligen Vektor und unterscheiden sich durch einen konstanten Term im Betrag.

$$\vec{\mu}_S = -g_S \mu_B \vec{S} \quad (3)$$

$$\vec{\mu}_L = -\mu_B \vec{L} \quad (4)$$

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_S + \vec{\mu}_L = -g_J \mu_B \vec{J} \quad (5)$$

$$\vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{S} \quad (6)$$

$$\vec{\mu}_I = -g_I \mu_K \vec{I} \quad (7)$$

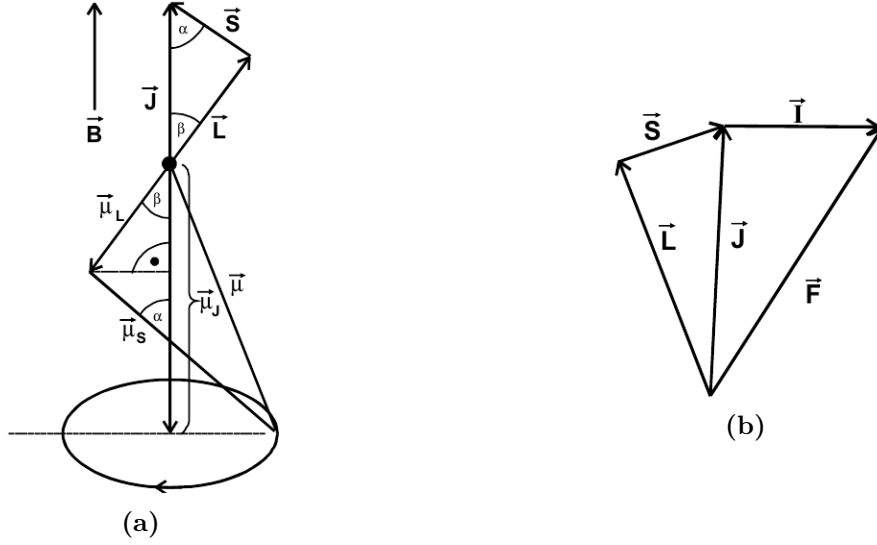
Die konstanten Terme vor den Drehimpulsen ergeben sich aus dem Bohrschen Magneton  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ , dem Kernmagneton  $\mu_K = \frac{e\hbar}{2m_p}$  und dem Landé-Faktor  $g$ . Der letztere unterscheidet sich von Teilchen zu Teilchen und ist beispielsweise für ein freies Elektronen geben durch  $g_S = 2,00232$  [1].

Aufgrund einer Präzessionsbewegung um die Gesamtdrehimpulsrichtung  $\vec{J}$  mitteln sich alle senkrecht dazu stehenden Komponenten des magnetischen Moments  $\vec{\mu}_J$  zeitlich heraus (siehe Abbildung 1a). Aus den Beträgen der magnetischen Momente

$$|\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)} \quad (8)$$

$$|\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \quad (9)$$

$$|\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (10)$$



**Abbildung 1:** Geometrische Anordnung der zuvor beschriebenen Drehimpulse und den dazugehörigen magnetischen Momenten. [1]

folgt nach Abbildung 1b der geometrische Zusammenhang

$$|\vec{\mu}_J| = |\vec{\mu}_L| \cos(\beta) + |\vec{\mu}_S| \cos(\alpha) . \quad (11)$$

Mit dem magnetische Moment des Kerns

$$|\vec{\mu}_I| = g_I \mu_k \sqrt{I(I+1)} \quad (12)$$

und Gleichung 11 berechnet sich das magnetische Moments des Atoms unter Berücksichtigung von Abbildung 1b zu

$$|\vec{\mu}_F| = |\vec{\mu}_J| \cos(\vec{J}, \vec{F}) + |\vec{\mu}_I| \cos(\vec{I}, \vec{F}) . \quad (13)$$

Der zweite Summand wird aufgrund des Massenunterschieds zwischen Nukleon und Elektron ( $\mu_K \ll \mu_B$ ) vernachlässigt. Mit dem Kosinussatz ergibt sich schlussendlich für den Landé-Faktor des Kerns

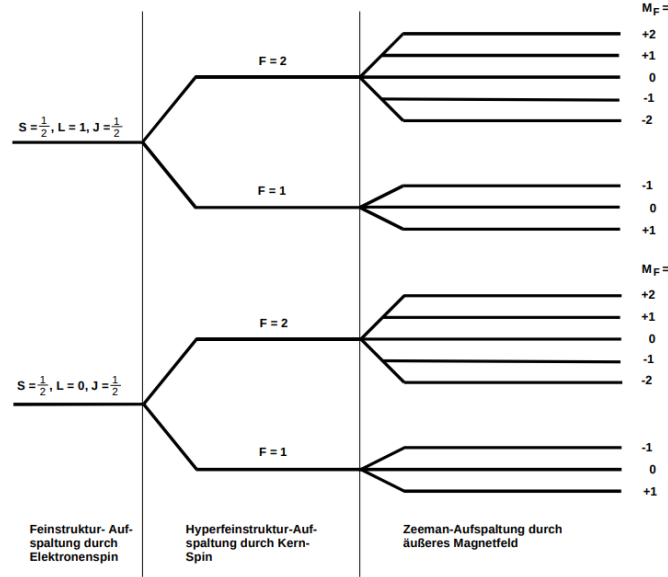
$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} . \quad (14)$$

## 2.2 Zeeman-Effekt

In einem äußeren Magnetfeld wechselwirkt das magnetische Moment mit dem Feld. Die dabei entstehende potentielle Energie wird als Wechselwirkungsenergie bezeichnet. Da nur die zum Feld parallel Komponenten von  $\vec{\mu}$  relevant sind, kann aufgrund der Richtungsquantelung das magnetische Moment durch die Orientierungsquantenzahl  $M_J$  ersetzt werden, sodass folgt

$$U_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_J \vec{B} = M_J g_J \mu_B B . \quad (15)$$

Durch den Elektronenspin und der Wechselwirkung mit dem Drehimpuls des selben, spalten sich die Energieniveaus auf. Liegt zudem ein nicht verwindender Kernspin vor, erfolgt eine weitere Aufspaltung. Schlussendlich erfolgt eine dritte, die durch das Anlegen eines äußeres Magnetfelds in Erscheinung tritt, den zuvor beschriebenen Zeeman-Effekt. Zusammenfassend entstehende drei Bereiche: die Feinstruktur, die Hyperfeinstruktur und die Zeeman-Aufspaltung (vgl. Abbildung 2).



**Abbildung 2:** Aufspaltung der Energieniveaus unterteilt in die Bereiche der Feinstruktur, der Hyperfeinstruktur und der Zeeman-Aufspaltung. [1]

Die Energiedifferenz zwischen den Niveaus beträgt

$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B, \quad (16)$$

wobei durch hohe Magnetfelder die Spin-Bahn-Wechselwirkung einen immer größeren Einfluss hat. Die Näherung der Energiedifferenz in zweiter Ordnung wird als Breit-Rabi-Formel bezeichnet

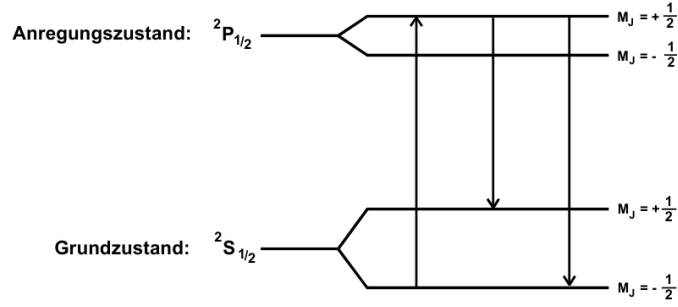
$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{(1 - 2M_F)}{\Delta E_{\text{Hy}}}, \quad (17)$$

wobei  $\Delta E_{\text{Hy}}$  die Energiedifferenz der Hyperfeinstruktur zwischen den Niveaus mit den Quantenzahlen  $F$  und  $F + 1$  beschreibt.

## 2.3 Optisches Pumpen

Befinden sich zwei Zustände im thermischen Gleichgewicht, ist der energetisch niedrigere Zustand stärker besetzt als der energetisch höhere. Das Prinzip des optischen Pumpen sieht vor diesen Besetzungszustand zu invertieren. Anhand der von Abbildung 3 soll dieses Prinzip beschrieben werden.

Für das Erreichen einer Inversion wird rechtszirkular-polarisiertes Licht eingestrahlt. Aufgrund der Auswahlregel  $\Delta M_J = +1$  gehen die Zustände vom Grundzustand  $^2S_{1/2}$  ( $M_J = -\frac{1}{2}$ ) in den angeregten Zustand  $^2P_{1/2}$  ( $M_J = +\frac{1}{2}$ ) über. Die Zustände im Grundzustand  $^2S_{1/2}$  ( $M_J = +\frac{1}{2}$ ) werden nicht angeregt, da kein Zustand existiert, der die Auswahlregel erfüllt. Im angeregten



**Abbildung 3:** Aufspaltung der Energieniveaus eines Alkali-Atoms mit eingezeichneten erlaubten Übergängen, die durch Anregung bzw. spontane Emission verursacht werden. [1]

Zustand  $^2P_{1/2}$  ( $M_J = +\frac{1}{2}$ ) befindliche Zustände gehen durch spontane Emission, bei der ein Photon emittiert wird, wieder in den Grundzustand über. Dabei ist es gleich wahrscheinlich, dass der Übergang in den Zustand  $^2S_{1/2}$  ( $M_J = -\frac{1}{2}$ ) und  $^2S_{1/2}$  ( $M_J = +\frac{1}{2}$ ) stattfindet. Somit wird der Grundzustand  $^2S_{1/2}$  ( $M_J = -\frac{1}{2}$ ) leer "gepumpt" und es entsteht zu  $^2S_{1/2}$  ( $M_J = +\frac{1}{2}$ ) eine Besetzungszahlinversion.

## 2.4 Hochfrequenz-Spektroskopie

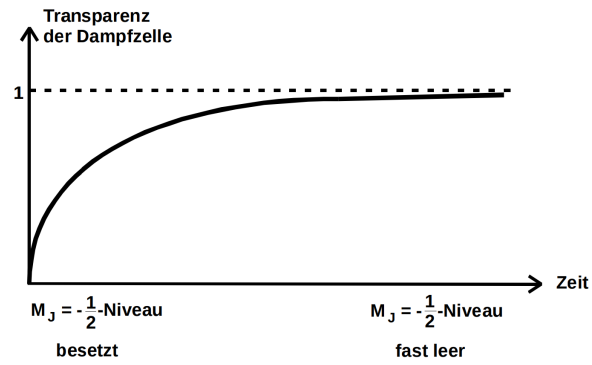
Das im Kapitel 2.3 angesprochene Verfahren kann unter anderem dazu verwendet werden, die Abstände zwischen zwei Energieniveaus zu vermessen. Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten wie Elektronen, nachdem sich eine Besetzungsinversion eingestellt hat, vom "vollgepumpten" Zustand in den Grundzustand übergehen können. Die erste Möglichkeit besteht in der spontanen Emission. Dabei wird ohne eine Einwirkung von außen ein Photon emittiert. Die Energie des Photons gleicht dabei der Energiedifferenz der beiden betrachteten Zuständen. Bei der zweiten Möglichkeit, der induzierten Emission, wird ein durch ein Hochfrequenzfeld erzeugtes Photon eingestreut. Daraufhin wird ein in Polarität, Frequenz und Energie gleiches Photon emittiert und der Zustand geht in den Grundzustand über. Die dafür benötigte Energie des eingestrahnten Photons entspricht

$$h\nu = g_J \mu_B B_m \Delta M_J. \quad (18)$$

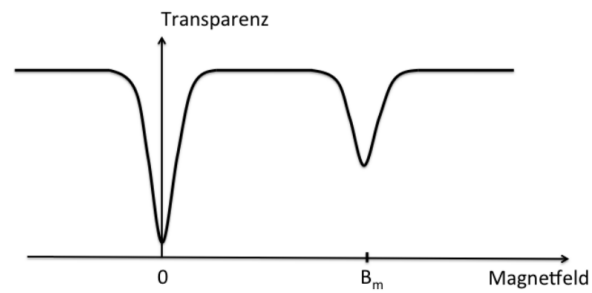
Welcher der beiden Möglichkeiten dominiert ist Frequenzabhängig, in dem vorliegenden Fall kann die spontane Emission vernachlässigt werden. Um die Breite der Energielücke zu bestimmen wird die Transparenz ausgenutzt, diese entsteht, wenn einfallende Photonen nicht mehr absorbiert werden. In dem vorliegenden Fall tritt dieses auf, wenn der Grundzustand "leer gepumpt" wurde und das hier verwendete  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{85}\text{Rb}$  somit transparent wird. In Abbildung 4 ist die entstehende Transparenz gegen die Zeit aufgetragen.

Zur Bestimmung der Breite der Bandlücke wird nun die Resonanzstelle gesucht, die sich in der Transparenz widerspiegelt. In Abbildung 5 ist dieses Verhalten bei variierenden Magnetfeld dargestellt.

Bei verschwindendem Magnetfeld findet keine Zeeman-Aufspaltung statt, wodurch bei  $B = 0$  die Transparenz auf Null absinkt. Mit der zweiten Resonanzstelle und Gleichung 18 kann die somit die Breite der Bandlücke bestimmt werden.



**Abbildung 4:** Verlauf der Transparenz in einer Alkali-Dampfzelle gegen die Zeit, in der  $D_1$ -Licht eingestrahlt wird. [1]



**Abbildung 5:** Verlauf der Transparenz in einer Alkali-Dampfzelle gegen das Magnetfeld, bei angelegtem Hochfrequenzfeld. [1]

### 3 Fehlerrechnung

Dieses Kapitel listet kurz und bündig die benötigten und aus den Methoden der Statistik bekannten Formeln für die Fehlerrechnung auf. Die Schätzung der Standardabweichung ist

$$\Delta X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} . \quad (19)$$

Der Mittelwert ist

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (20)$$

Der Fehler des Mittelwertes ist

$$\Delta \bar{X} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} . \quad (21)$$

Für fehlerbehaftete Größen, die auch in folgenden Formeln verwendet werden, muss die Fehlerfortpflanzung nach Gauß berücksichtigt werden.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \cdot (\Delta X_i)^2} \quad (22)$$

Bei der linearen Regressionsrechnung sind die Parameter  $m$  und  $b$  der Ausgleichsgerade  $y = mx + b$  wie folgt gegeben:

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad b = \bar{y} - m\bar{x} . \quad (23)$$

Dabei sind  $x_i$  und  $y_i$  linear abhängige Messgrößen. Der Fehler dieser Parameter wiederum errechnet sich aus

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad \sigma_b^2 = \frac{\sigma^2 \bar{x}^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} . \quad (24)$$

Relative Abweichungen einer Messgröße  $x$  gegenüber Literaturwerten  $x_{\text{Lit}}$  werden nach der Vorschrift

$$R_x = \frac{x - x_{\text{Lit}}}{x_{\text{Lit}}} \quad (25)$$

berechnet.



## 4 Versuchsaufbau

Der verwendete Versuchsaufbau nutzt als Photonenquelle eine Spektrallampe (siehe Abbildung 6). Das Licht wird, um schlussendlich nur  $D_1$ -Licht zu erhalten, durch eine Sammellinse fokussiert, daraufhin die entsprechende Wellenlänger heraus gefiltert und linear polarisiert. Mit einem  $\lambda/4$ -Plättchen wird eine Phasenverschiebung von  $\pi/2$  erzeugt, wodurch das Licht rechtszirkular polarisiert wird. Das Licht trifft dann auf eine Dampfzelle in der sich das  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{85}\text{Rb}$ -Gas befindet. Um diese Zelle herum befinden sich drei Helmholtz-Spulen und eine Sweep-Spule, die die benötigte Hochfrequenz erzeugt. Danach wird das Licht auf eine Si-Doide fokussiert, die die Intensität bestimmt und auf einem angeschlossenen Oszilloskop dargestellt.

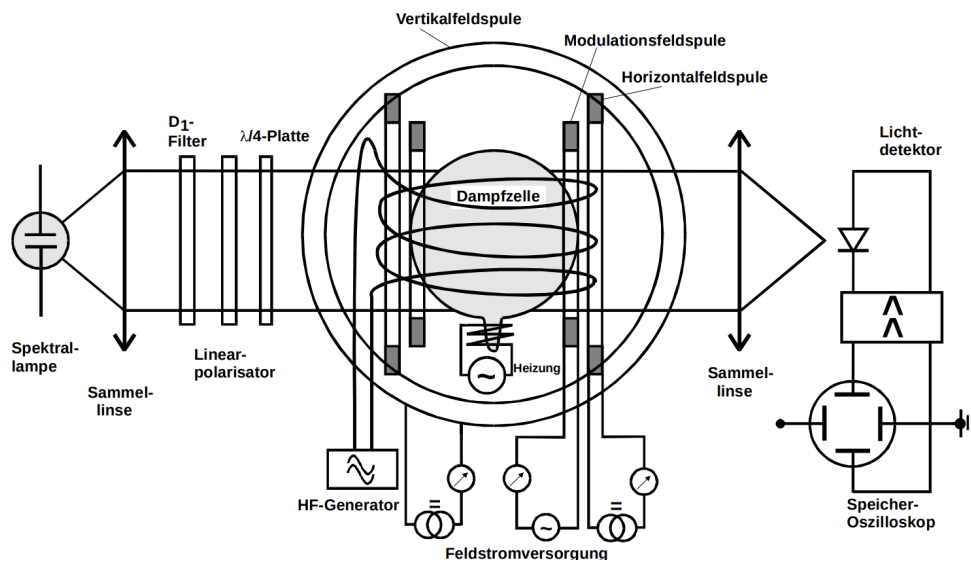


Abbildung 6: Versuchsaufbau. [1]

## 5 Durchführung

Zu Beginn werden die optischen Elemente so positioniert, dass die Diodenspannung maximal wird. Dann wird der Versuchsaufbau parallel zu der horizontalen Komponente des Erdmagnetfelds ausgerichtet und die vertikale Komponente durch die Helmholtsspule kompensiert. Durch die vorgenommenen Einstellungen minimiert sich die Breite der Resonanzkurve.

In ersten Versuchsteil wird die angelegt Frequenz von 100 kHz in 100 kHz-Schritten bis 1 MHz erhöht. Für jede Frequenz wird die Resonanzstelle der beiden Rubidium-Isotope gesucht. Hier ist anzumerken, dass durch die zwei vorhandenen Isotope auch zwei Resonanzstellen erzeugt werden. Für diesen Vorgang wird die Modulationsspule verwendet, falls diese jedoch bei höheren Frequenzen nicht mehr ausreicht, wird zusätzlich ein horizontales Feld angelegt. Am Ende der Messreihe wird zusätzlich ein Bild des Kurvenverlaufs aufgenommen.

In zweiten Teil kommt ein zusätzlicher Funktionsgenerator zum Einsatz, der eine Rechteckspannung erzeugt mit einer Amplitude von 0 – 5V und einer Frequenz von 5 Hz. Die an- und absteigende Flanke des Kurvenlaufs der Transparenz wird abfotografiert. Danach wird die Frequenz der Rechteckspannung in 1 V-Schritten im Bereich von 0,5 V – 10 V variiert und für jede Frequenz wird die Zeit für einen Periodendurchlauf bestimmt.

## **6 Auswertung**

## 7 Diskussion

## Literatur

- [1] *TU Dortmund - Fachbereich Physik : Fortgeschrittenenpraktikum Anleitung zu Versuch Nr. 23.* [http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung\\_FPBSc.html](http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_FPBSc.html). Mai 2017.