

V59

Modulation und Demodulation

Marius Hötting
Marius.Hoetting@udo.edu

Hubertus Kaiser
Hubertus.Kaiser@udo.edu

Durchführung: 15.10.2018

Abgabe: 5.11.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Amplitudenmodulation	3
1.2	Frequenzmodulation	4
2	Fehlerrechnung	6
3	Versuchsaufbau	7
3.1	Modulation	7
3.1.1	Primitive Modulatorschaltung mittels Diode	7
3.1.2	Ringmodulator	7
3.1.3	Frequenzmodulator mit geringem Frequenzhub	8
3.1.4	Phasenempfindlichkeit der Gleichrichterdiode	8
3.2	Demodulation	9
3.2.1	Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen	9
3.2.2	Demodulator-Schaltung mit einer Gleichrichter-Diode	9
3.2.3	Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen	10
4	Durchführung	12
4.1	Amplitudenmodulierte Schwingungen	12
4.2	Frequenzmodulierte Schwingungen	12
4.3	Gleichrichtereigenschaften des Ringmodulators	12
4.4	Demodulation einer amplitudenmodulierten Schwingung	12
4.5	Demodulation einer frequenzmodulierten Schwingung	13
5	Auswertung	14
5.1	Erzeugung von amplitudenmodulierten Schwingungen mit Hilfe eines Ringmodulators	14
5.2	Erzeugung amplitudenmodulierter Schwingungen mit Hilfe einer Diode	14
5.3	Erzeugung einer frequenzmodulierten Schwingung	16
5.4	Phasenabhängigkeit der Ringmodulatorspannung	20
5.5	Demodulation einer amplitudenmodulierten Schwingung mit Hilfe eines Ringmodulators	20
5.6	Demodulation mit amplitudenmodulierten Spannung mit einer Gleichrichterdiode	22
5.7	Demodulation einer frequenzmodulierten Schwingung	22
6	Diskussion	26
	Literatur	27

1 Theorie

Damit eine elektromagnetische Welle zur Informationsübertragung verwendet werden kann, wird eine hochfrequenten Trägerspannung mit einer niederfrequenten Modulationsspannung kombiniert. Diese Kombination kann zum einen durch die Modulierung der Frequenz oder zum anderen durch die Modulierung der Amplitude beider Spannung erzeugt werden. Unter Verwendung mehrerer Trägerspannungen ist es möglich verschiedene Informationen gleichzeitig zu übertragen, wie z.B. bei den Funkkanälen des Radios. Zur Extraktion der Information der Welle am Empfangsort wird die Demodulation angewandt. Die Grundlagen der zuvor angesprochenen Frequenz- und Amplitudenmodulation bzw. Demodulation werden in Kapitel 1.1 und 1.2 erläutert.

1.1 Amplitudenmodulation

Bei dieser Methode der Modulation führt die Amplitude einer hochfrequenten Trägerspannung Schwingungen im Rhythmus der niederfrequenten Modulationsspannung, die die Informationen enthält, aus. Beschrieben werden die beiden verwendeten Spannungen durch die Gleichungen

$$U_T(t) = \hat{U}_T \cos(\omega_T t) \quad \text{und} \quad U_M(t) = \hat{U}_M \cos(\omega_M t), \quad (1)$$

dabei bezeichnet U_T die Trägerspannung, U_M die Modulationsspannung, ω_T die Trägerfrequenz und ω_M die Modulationsfrequenz. Durch die Kombination der Spannungen ergibt sich

$$U(t) = \hat{U}_T(1 + m \cos(\omega_M t)) \cos(\omega_T t). \quad (2)$$

Der mit m bezeichnete Modulationsgrad ist über die Amplitude der Modulationsspannung wie folgt definiert:

$$m = \gamma \hat{U}_M \quad \text{mit} \quad m = [0, 1] \quad (3)$$

Wie in Abbildung 1 zu sehen, ergibt sich unter Betrachtung der Extremwerte

$$\hat{U}_T(1 - m) \quad \text{und} \quad \hat{U}_T(1 + m), \quad (4)$$

die abgebildete amplitudenmodulierte Spannung des Signals.

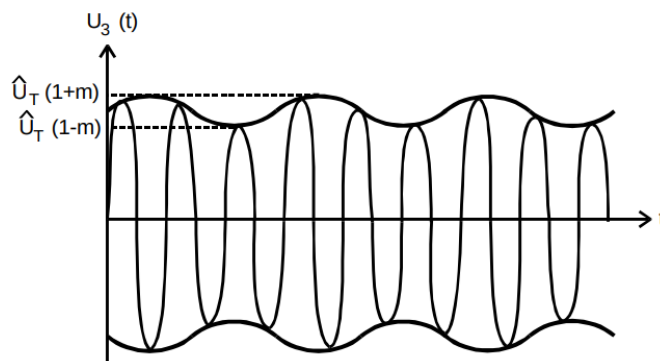


Abbildung 1: Darstellung einer amplitudenmodulierten Spannung in Abhängigkeit der Zeit t [1].

Um das Frequenzspektrum dieser Schwingung zu ermitteln, wird Gleichung (2) mittels trigonometrischen Beziehungen zu

$$U(t) = \hat{U}_T \left(\cos(\omega_T t) + \frac{1}{2}m \cos(\omega_T + \omega_M)t + \frac{1}{2}m \cos(\omega_T - \omega_M)t \right) \quad (5)$$

vereinfacht. Somit besteht das Frequenzspektrum aus den drei Frequenzen

$$\omega_T - \omega_M, \quad \omega, \quad \omega_T + \omega_M. \quad (6)$$

In Abbildung 2 sind die zuvor beschriebenen Kreisfrequenzen gegen die Spannung aufgetragen.

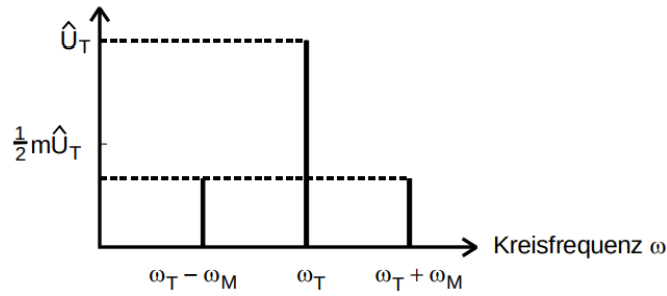


Abbildung 2: Darstellung eines Frequenzspektrums einer amplitudenmodulierten Spannung[1].

Bei der Betrachtung des Spektrums ist zu beachten, dass, wie auch in Abbildung 2 zu sehen, die äußeren beiden Frequenzen, die sogenannten Seitenbänder, identische Informationen enthalten. Im Gegensatz dazu enthält die Frequenz ω_T , die sogenannte Trägerabstrahlung, durch die fehlende Abhängigkeit von ω_M keine Information. Besteht der Umstand, dass ω_M nicht nur aus einer sondern aus einer Kombination mehrerer Frequenzen besteht, verbreitern sich die Seitenbänder in Abbildung 2. Nachteile der Amplitudenmodulation sind unter anderem die geringe Störsicherheit und die geringe Verzerrungsfreiheit. Beispielsweise kann es in engen Schaltkreise mit mangelnder Abschirmung zur Induktion einer Fremdspannung kommen, wodurch die Amplitude der Modulation beeinflusst wird. Unbeeinflusst bleibt die Frequenz, weshalb im Folgenden die Frequenzmodulation beschrieben wird.

1.2 Frequenzmodulation

Bei der Frequenzmodulation entsteht eine Änderung der Trägerfrequenz verursacht durch ein Modulationssignal. Dabei ist zu betonen, dass nur die Frequenz eine Variation erfährt und die Amplitude konstant bleibt. Die modulierte Spannung kann wie folgt dargestellt werden:

$$U(t) = \hat{U} \sin \left(\omega_T t + m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_M t) \right) \quad (7)$$

Die Momentanfrequenz wird dabei beschrieben durch

$$f(t) = \frac{\omega_T}{2\pi} (1 - m \sin(\omega_M t)) . \quad (8)$$

Mit dem Frequenzhub

$$\Delta f = \frac{m\omega_T}{2\pi} \quad (9)$$

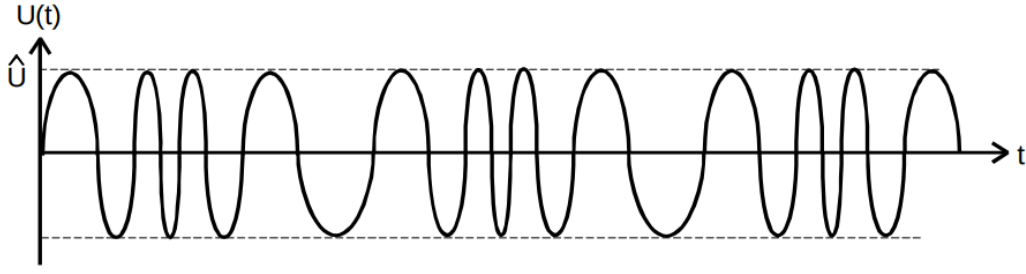


Abbildung 3: Darstellung einer frequenzmodulierten Spannung in Abhängigkeit der Zeit $t[1]$.

wird die Variationsbreite, also ein Maß für die Variation der Frequenz definiert. In Abbildung 3 ist beispielhaft eine Frequenzmodulierte Schwingung skizziert.

Anhand einer sogenannten Schmalband-Frequenzmodulation, bei der gilt

$$m \frac{\omega_T}{\omega_M} \ll 1, \quad (10)$$

soll im folgende grundlegende Eigenschaften der Frequenzmodulation verdeutlicht werden. Mittels trigonometrischer Funktionen wird Gleichung (7) umgeformt zu

$$U(t) = \hat{U} \left(\sin(\omega_T t) \cos \left(m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_M t) \right) + \cos(\omega_T t) \sin \left(m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_M t) \right) \right). \quad (11)$$

Mit einer Reihenentwicklung der Sinus- und Cosinustherme, bei der nur Terme erster Ordnung betrachtet werden, entsteht die folgende Gleichung

$$U(t) = \hat{U} \left(\sin(\omega_T t) + \frac{1}{2} m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_T + \omega_M)t + \frac{1}{2} m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_T - \omega_M)t \right), \quad (12)$$

die sehr große Ähnlichkeit zur amplitudenmodulierten Spannung aufweist, da auch hier das Frequenzspektrum aus den drei Frequenzen

$$\omega_T - \omega_M, \quad \omega, \quad \omega_T + \omega_M \quad (13)$$

besteht. Der wesentliche Unterschied besteht jedoch in der Trägerschwingung, da diese durch den Sinus um 90° Phasenverschoben wird. Unter Berücksichtigung höherer Terme in der Reihenentwicklung ergibt sich

$$U(t) = \hat{U} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n \left(m \frac{\omega_T}{\omega_M} \right) \sin(\omega_T + n\omega_M)t. \quad (14)$$

Der Ausdruck $J_n(x)$ steht dabei für die Besselfunktion n -ter Ordnung. Bei der Betrachtung von Gleichung (14) fällt auf, dass der Iterator der Summe in der Sinusfunktion ein beliebig großes Frequenzspektrum ermöglicht. Da jedoch die Besselfunktion für steigende n gegen Null strebt müssen nur Frequenzen nahe der Trägerfrequenz ω_T berücksichtigt werden.

2 Fehlerrechnung

Dieses Kapitel listet kurz und bündig die benötigten und aus den Methoden der Statistik bekannten Formeln für die Fehlerrechnung auf. Die Schätzung der Standardabweichung ist

$$\Delta X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} . \quad (15)$$

Der Mittelwert ist

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (16)$$

Der Fehler des Mittelwertes ist

$$\Delta \bar{X} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} . \quad (17)$$

Für fehlerbehaftete Größen, die auch in folgenden Formeln verwendet werden, muss die Fehlerfortpflanzung nach Gauß berücksichtigt werden.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \cdot (\Delta X_i)^2} \quad (18)$$

Bei der linearen Regressionsrechnung sind die Parameter m und b der Ausgleichsgerade $y = mx + b$ wie folgt gegeben:

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad b = \bar{y} - m\bar{x} . \quad (19)$$

Dabei sind x_i und y_i linear abhängige Messgrößen. Der Fehler dieser Parameter wiederum errechnet sich aus

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad \sigma_b^2 = \frac{\sigma^2 \bar{x}^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} . \quad (20)$$

Relative Abweichungen einer Messgröße x gegenüber Literaturwerten x_{Lit} werden nach der Vorschrift

$$R_x = \frac{x - x_{\text{Lit}}}{x_{\text{Lit}}} \quad (21)$$

berechnet.

3 Versuchsaufbau

In diesem Kapitel werden alle in diesem Versuch verwendeten elektronischen Schaltungen für die Modulation als auch die Demodulation beschrieben und erläutert.

3.1 Modulation

3.1.1 Primitive Modulatorschaltung mittels Diode

Zur Realisierung einer Amplitudenmodulation wird eine Schaltung benötigt, die die Trägerspannung mit der Modulationsspannung multipliziert. Eine solcher Aufbau ist in Abbildung 4 dargestellt.

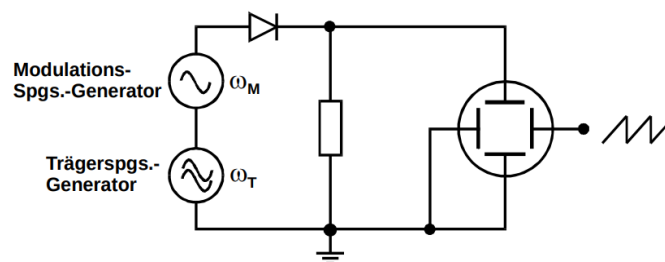


Abbildung 4: Aufbau einer Modulatorschaltung mittels Diode[1].

Durch die nicht lineare Diodenkennlinie entstehen während der Multiplikation durch die Potenzreihenentwicklung unerwünschte Terme höherer Ordnung der Träger- und Modulationsspannung. Dessen Frequenzen liegen außerhalb des Intervalls $[\omega_T - \omega_M, \omega_T + \omega_M]$ und können somit durch Bandfilter unterdrückt werden.

3.1.2 Ringmodulator

Durch den sogenannten Ringmodulator, siehe Abbildung 5, sind die bei der Schaltung im vorherigen Kapitel unerwünscht entstandenen Komponenten zu vermeiden. Wie in Abbildung 5 dargestellt, sind die vier Dioden der Hauptbestandteil der Schaltung.

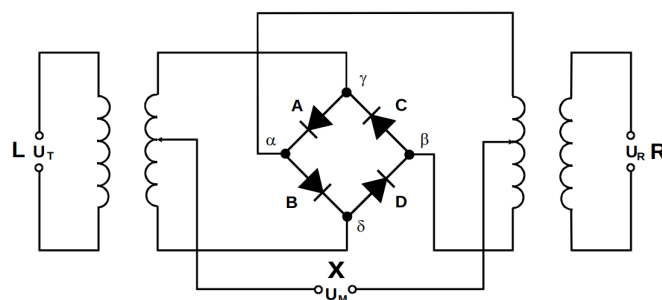


Abbildung 5: Aufbau eines Ringmodulatorschaltung [1].

Durch diese wird eine Spannungsteiler an den Punkten α und β realisiert, wodurch, bei baugleichen Dioden und ohne anliegender Modulationsspannung, keine Potentialdifferenz zwischen den beiden besagten Punkten auftritt. Erst durch das anlegen einer Modulationsspannung U_M wird das Gleichgewicht gestört und die Teilungsverhältnisse der Dioden schwingen im Rhythmus von

$U_M(t)$. Bei idealen Verhältnissen ist somit das Produkt der Eingangsspannungen proportional zur Ausgangsspannung. Zusätzlich entsteht bei dem Ringmodulator keine Trägerabstrahlung, weshalb nur die Seitenbänder entstehen.

3.1.3 Frequenzmodulator mit geringem Frequenzhub

Grundlage ist hierfür der in Kapitel 3.1.2 beschriebene Ringmodulator. Da durch diesen nur die Seitenbänder ohne Trägerabstrahlung erzeugt werden, muss die Trägerfrequenz mit einer Phasenverschiebung von $\pi/2$ gesondert hinzugefügt werden. Dieses wird, wie in Abbildung 6 dargestellt, über ein Laufzeitkabel von 250 ns realisiert.

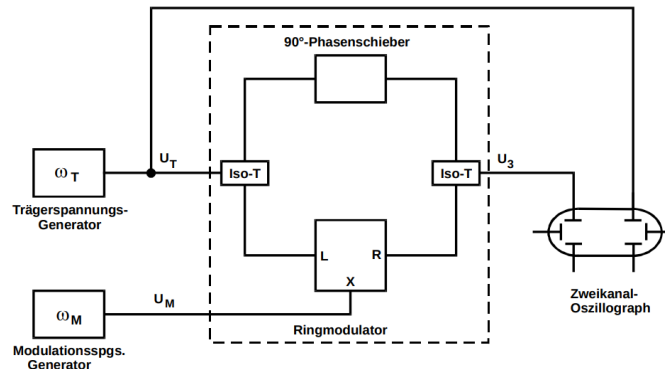


Abbildung 6: Darstellung einer Frequenzmodulatorschaltung mit Laufzeitkabel [1].

Um die gewünschte Phasenverschiebung zu erhalten, kann über die gegebene Periodendauer die benötigte Frequenz bestimmt werden.

3.1.4 Phasenempfindlichkeit der Gleichrichterdiode

Mit der folgenden Schaltung in Abbildung 7 wird durch die Variation der Frequenz und einem Laufzeitkabel die Phasenverschiebung erzeugt. Über das Voltmeter nach dem Tiefpass kann diese

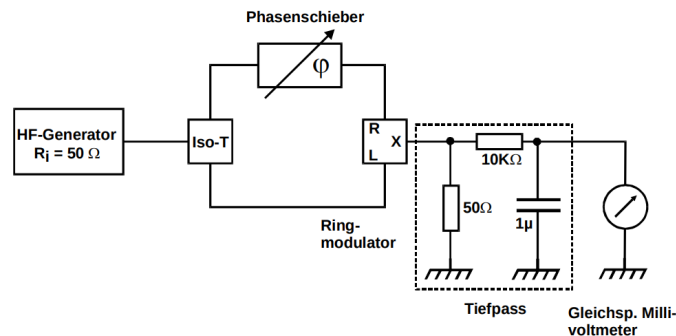


Abbildung 7: Darstellung einer Ringdiodenschaltung in Verbindung mit einem Laufzeitkabel und einem Amperemeter zu Überprüfung der Phasendifferenz [1].

Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz dargestellt werden.

3.2 Demodulation

3.2.1 Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen

Zur Demodulation wird ebenfalls ein Ringmodulator verwendet. Wie in Abbildung 8 dargestellt, ist am Eingang L die modulierte Spannung und am Eingang R die Trägerspannung angelegt.

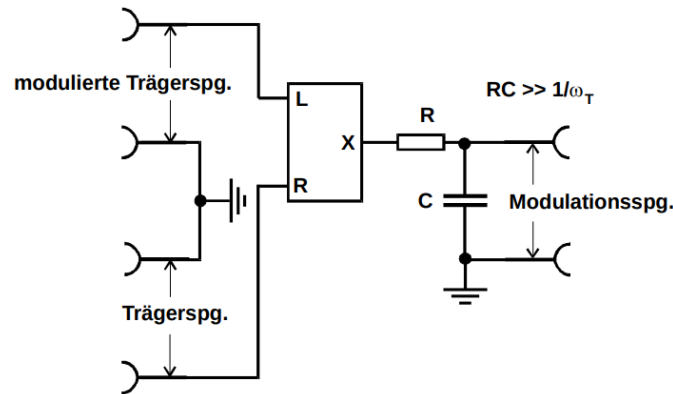


Abbildung 8: Darstellung eines Ringmodulators zur Demodulation einer amplitudenmodulierten Schwingung [1].

Da die Frequenz der Eingänge addiert und subtrahiert werden ergeben sich aus den angelegten Frequenzen $\omega_T \pm \omega_M$ (Eingang L) und ω_T (Eingang R) am Ausgang X die Frequenzen $2\omega_T \pm \omega_M$ und ω_M .

3.2.2 Demodulator-Schaltung mit einer Gleichrichter-Diode

Ein weiteres Verfahren zur Demodulation einer Amplitudenmodulation besteht in der Verwendung einer Gleichrichterdiode mit geeignetem Tiefpass. Diese Schaltung findet Anwendung wenn die ursprüngliche Trägerspannung nicht zur Demodulation zur Verfügung steht. Wie in Abbildung 9 dargestellt, werden durch die Diode sämtliche negativen Halbwellen der Signalspannung entfernt.

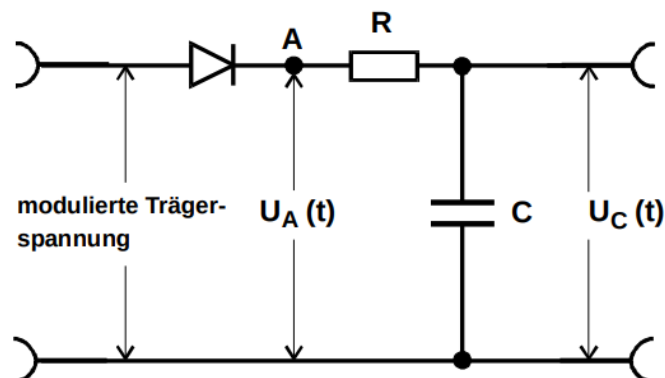


Abbildung 9: Darstellung einer Demodulationsschaltung mit Hilfe einer Gleichrichterdiode [1].

Die in Abbildung 10 dargestellte Spannung am Punkt A enthält zu diesem Zeitpunkt hochfrequente Anteile der Form ω_T , $2\omega_T$, $4\omega_T$ u.s.w. und ω_M . Da die Beziehung $\omega_T \gg \omega_M$ weiterhin gilt, kann

die hohe Trägerfrequenz und deren vielfache durch einen Tiefpass unterdrückt werden, sodass die in Abbildung 11 dargestellte Modulationsfrequenz extrahiert werden kann.

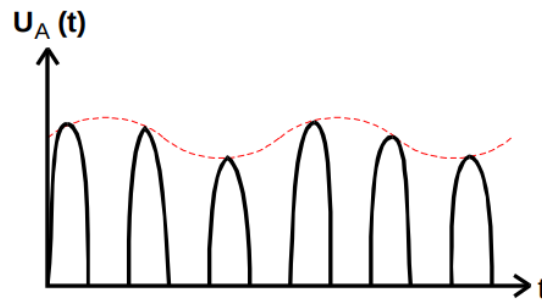


Abbildung 10: Darstellung der Spannung am Punkt A der Schaltung 9 [1].

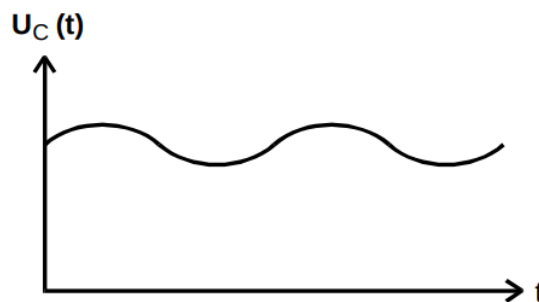


Abbildung 11: Darstellung der Spannung nach dem Tiefpass der Schaltung 9 [1].

In der Realität ist die erhaltene Frequenz jedoch verzerrt gegenüber der ursprünglichen Modulationsfrequenz, da die Diode eine annähernd exponentiellen Kennlinienverlauf aufweist. Wird jedoch eine sehr kleine Modulationsfrequenz gewählt, kann die Kennlinie der Diode linear genähert werden und so eine Verzerrung vermindert werden.

3.2.3 Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen

Im ersten Teil der Demodulation findet die Umwandlung in eine amplitudenmodulierte Schwingung statt. Dieses wird durch einen LC-Schwingkreis realisiert, wie in Abbildung 12 zu sehen.

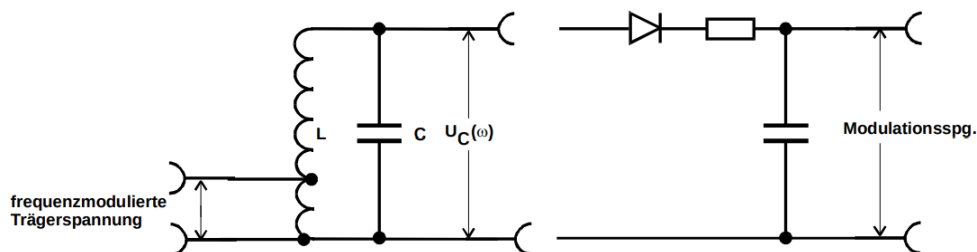


Abbildung 12: Darstellung eines LC-Schwingkreises mit dem die frequenzmodulierte Schwingung in eine amplitudenmodulierte Schwingung überführt wird. [1].

Aus diesem Grund ist die Resonanzfrequenz der Schaltung so gewählt, dass Trägerfrequenz auf der Flanke der Resonanzkurve liegt (siehe Abbildung 13). Ändert sich Momentanfrequenz der Schwingung, so entsteht am Ausgang der Schaltung eine hochfrequente Spannung, die keine

konstante Amplitude mehr aufweist sondern deren Amplitude im Rhythmus der Modulationsfrequenz schwingt. Im zweiten Schritt ist die Demodulation der amplitudenmodulierten Schwingung durch die in Kapitel 3.2.1 oder 3.2.2 vorgestellte Methoden durchzuführen.

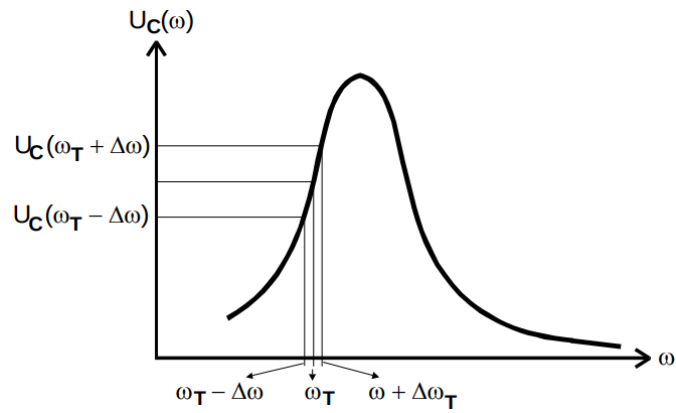


Abbildung 13: Darstellung der Resonanzkurve des LC-Schwingkreises und dem Frequenzspektrum der modulierten Schwingung auf dessen Flanke [1].

4 Durchführung

4.1 Amplitudenmodulierte Schwingungen

Zu Beginn soll eine amplitudenmodulierte Schwingung erzeugt werden. Dafür werden die Trägerfrequenz ω_T und die Modulationsfrequenz ω_M so gewählt, dass die Trägerfrequenz etwa um einen Faktor 100 hochfrequenter ist als die Modulationsspannung. Für die anschließende Erzeugung wird ein Ringmodulator nach Kapitel 3.1.2 verwendet. Um die Korrektheit der amplitudenmodulierten Schwingungen zu überprüfen wird an einem weiteren Kanal des Oszilloskops zusätzlich die Modulationsfrequenz angelegt. Im folgenden wird das Frequenzspektrum mittels Frequenzanalysator untersucht und das Ergebnis von dem Bildschirm des Frequenzanalysators abphotographiert.

Anschließend wird die Erzeugung einer amplitudenmodulierten Schwingung mit der in Kapitel 3.1.1 vorgestellten Diodenschaltung untersucht. Dabei können die eingestellten Frequenzen beibehalten werden. Es wird ebenfalls mittels Frequenzanalysator das Spektrum untersucht und dokumentiert.

4.2 Frequenzmodulierte Schwingungen

Für die Erzeugung wird die in Kapitel 3.1.3 beschriebene Schaltung verwendet. Dabei muss auf die korrekte Phasenverschiebung, verursacht durch das Laufzeitkabel, geachtet werden. Mit einer gegebenen Periodendauer von 250 ns ergibt sich die benötigte Frequenz zu $\omega = 1 \text{ MHz}$. An dem Oszilloskop werden Einstellungen vorgenommen, sodass die Verschmierung der modulierten Spannung über eine Periode zu erkennen ist. Mit Hilfe der "Cursor"-Funktion wird zusätzlich die maximale Breite in x-Richtung der Verschmierung in mitten einer Periode bestimmt. Alle Zwischenschritte werden dabei dokumentiert und das aufgenommene Frequenzspektrum am Frequenzanalysator photographiert.

4.3 Gleichrichtereigenschaften des Ringmodulators

Mit der in Kapitel 3.1.4 beschriebenen Schaltung wird die Spannung in Abhängigkeit der Trägerfrequenz mit Hilfe eines Voltmeters vermessen. Die sich ergebende Proportionalität zum Cosinus der Phase ϕ wird solange vermessen, bis die aufgenommenen Daten für eine volle Periode ausreichen.

4.4 Demodulation einer amplitudenmodulierten Schwingung

In diesem Abschnitt soll eine amplitudenmodulierte Schwingung demoduliert werden, mittels der in Kapitel 3.2.1 beschriebenen Schaltung. Erneut wird mit dem zweiten Kanal des Oszilloskops überprüft, ob die demodulierte Schwingung der ursprünglichen Modulationsfrequenz übereinstimmt. Auch hier wird wieder anschließend das Frequenzspektrum mit Hilfe des Frequenzanalysators aufgezeichnet.

Ebenfalls soll die amplitudenmodulierte Schwingung, die durch die Diodenschaltung nach Kapitel 3.1.1 erzeugt wurde, demoduliert werden. Hierzu wird die Schaltung aus Kapitel 3.2.2 verwendet. Diese Mal werden auch die Zwischenschritte (nach der Diode und nach dem Tiefpass) dokumentiert, sodass die einzelnen Vorgänge besser nachvollzogen werden können.

4.5 Demodulation einer frequenzmodulierten Schwingung

Als letztes soll die frequenzmodulierte Schwingung, durch den in Kapitel 3.2.3 beschriebenen Aufbau demoduliert werden. Hierfür muss die Kapazität des Kondensators so gewählt werden, dass sich die Frequenzen der Seitenbänder auf der Flanke der Resonanzkurve befinden. Somit müsste eine amplitudenmodulierte Schwingung am Oszilloskop messbar sein. Auch hier werden wieder die Teilschritte (nach der Diode und nach dem Tiefpass) genau dokumentiert. Schlussendlich wird die erzeugte demodulierte Spannung mit der ursprünglichen Modulationsspannung verglichen.

5 Auswertung

5.1 Erzeugung von amplitudenmodulierten Schwingungen mit Hilfe eines Ringmodulators

In Abbildung 14 ist das Signal einer amplitudenmodulierten Schwingung dargestellt. Das Signal wird wie in Kapitel 4 beschrieben erzeugt.

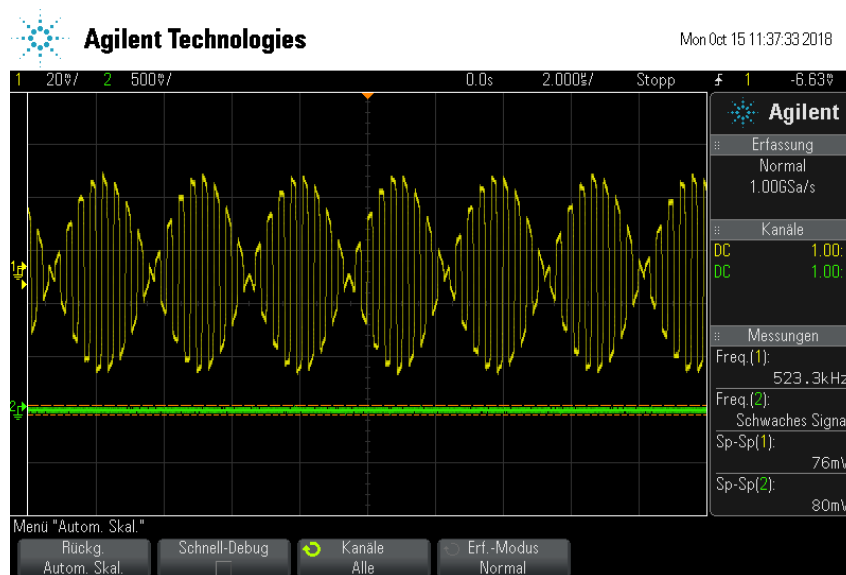


Abbildung 14: Darstellung des Modulationssignals des Ringmodulators.

Für die Modulation werden zwei Sinusspannungen verschiedener Frequenzen und Spannungen verwendet. Für die Spannung des Trägersignals wurde eine Spannung von 40 mV und eine Frequenz von 2.87 MHz verwendet, die Modulationsspannung betrug 38 mV mit einer Frequenz von 172.12 kHz. Zusätzlich zu dem modulierten Spannungsverlauf wurde das Frequenzspektrum des Signal aufgenommen. Aus dieser Spektrum, vgl.15 lassen die Frequenzen $\nu_T, \nu_L = \nu_T - \nu_M$ und $\nu_R = \nu_T + \nu_M$ bestimmen. Die zentrale Frequenz $\nu_z = 2.879$ MHz, welches Peak 3 des Frequenzspektrums 15 entspricht, lässt sich als Trägerfrequenz interpretieren. Die Frequenzen ν_L und ν_R entsprechen den Frequenzen $\nu_T - \nu_M$ und $\nu_T + \nu_R$ und können den Peak 1/2 im Frequenzspektrum zugeordnet werden. Was zusätzlich auffällt ist das die Amplitude von ν_z deutlich abgeschwächt ist. Dieses lässt sich auf die Trägerunterdrückung zurückführen.

5.2 Erzeugung amplitudenmodulierter Schwingungen mit Hilfe einer Diode

Zur Modulation eines amplitudenmodulierten Signals mit Trägerabstrahlung wird eine einfache Diode verwendet. Das so aufgenommene Signal ist in Abbildung 16 zu sehen. Ziel ist die Bestimmung des Modulationsgerades m , welcher durch die maximal und minimal Werte des modulierten Signales bestimmt werden kann:

$$m = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\max} + U_{\min}}. \quad (22)$$

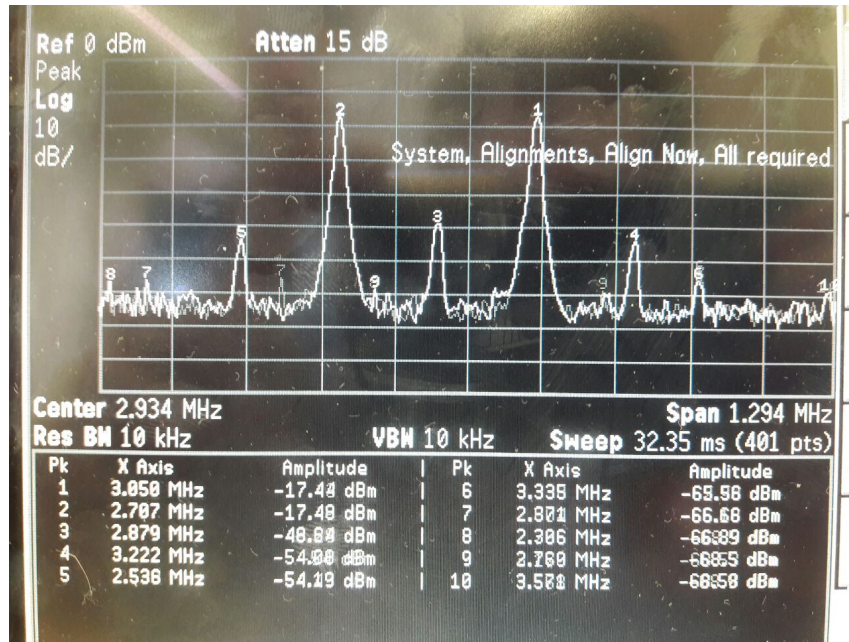


Abbildung 15: Das Frequenzspektrum des amplituden modulierten Signals des Ringmodulators.

Die maximal und minimal Werte der Spannungen wurden mit Hilfe der Cursor ausgelesen werden, sie werden unten rechts im aufgenommenen Bild 16 angezeigt.

$$U_{\min} = 45.750 \text{ mV} \quad U_{\max} = 83.750 \text{ mV} \quad (23)$$

Es ergibt sich für den Modulationsgrad $m=0.2934$. Des Weiteren wurde das Signal des Frequenzspektrum aufgenommen, welches in Abbildung 17 zusehen ist. Die ersten 6 Maxima können deutlich als solche identifiziert werden und sind in der Tabelle 1 aufgelistet. Es werden die gemessenen Frequenzen mit den theoretisch bestimmten verglichen und die Abweichung in % angegeben. Tabelle mit Messdaten Der Modulationsgrad kann zusätzlich über die Leistung der

Tabelle 1: Die entnommenen Werte des Frequenzspektrums 17, zusätzlich die theoretisch berechneten Vorhersagen für die Oberwellen und deren Abweichungen zur Theorie.

Peak Nr.	ν_{gem} in Mhz	ν_{theo} in Mhz	Abweichug in %
1	2.879	2.88	0.3%
2	3.050	3.051	0.03%
3	2.707	2.708	0.03%
4	3.222	3.224	0.06 %
5	2.536	2.536	0%
6	3.335	3.395	1.8%

aufgenommenen Frequenzen bestimmt werden. Dafür muss zuerst die Amplitude in Leistung umgerechnet werden, hierfür wurde die folgende Formel verwendet

$$P = 10 \cdot \frac{L}{10 \text{ dBm}} \text{ 1 mW.} \quad (24)$$

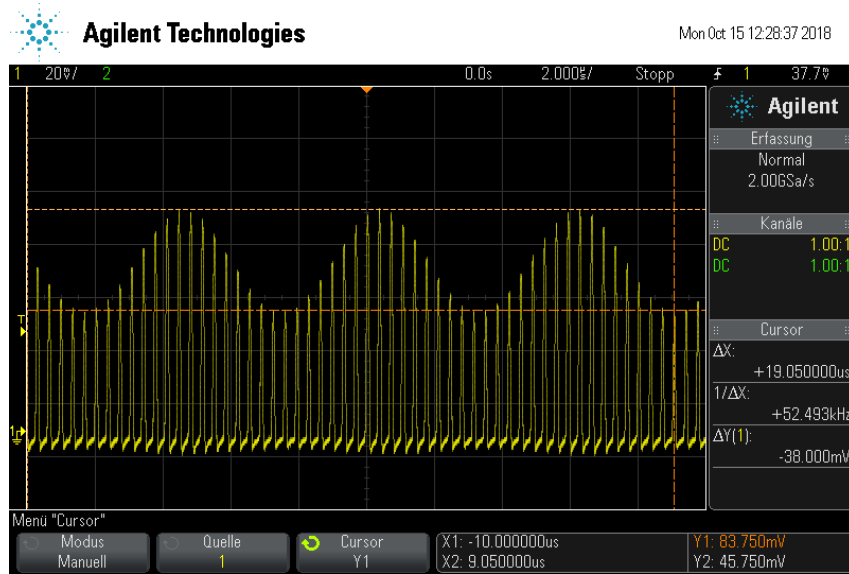


Abbildung 16: Darstellung des Modulationssignals der Diode.

Die Amplitude L ist in Dezibel Milliwatt angegeben und die resultierende Leistung ist folglich in Watt angegeben. Der Modulationsgrad kann über die Beziehung $U^2 = PR$ und einem konstanten Widerstand und bekannter Leistung berechnet werden. Es ergibt sich eine Beziehung für den Modulationsgrad

$$m_{\pm} = 2\sqrt{\frac{P_{\omega_T \pm \omega_M}}{P_{\omega_T}}}$$

Mit den Amplituden aus den Frequenzspektrum.

$$L_1 = L_{\omega_T} = -19.85 \text{ dBm} \quad (25)$$

$$L_2 = L_{\omega_T - \omega_M} = -32.78 \text{ dBm} \quad (26)$$

$$L_3 = L_{\omega_T + \omega_M} = -32.86 \text{ dBm} \quad (27)$$

$$(28)$$

ergeben sich folgende Werte für die Modulationsgerade:

$$m_{\omega_T - \omega_M} = 0.45 \quad m_{\omega_T + \omega_M} = 0.44.$$

$$\rightarrow m = 0.45 \pm 0.01$$

5.3 Erzeugung einer frequenzmodulierten Schwingung

Zur Modulierung wird nun frequenzmodulierten Schwingungen betrachtet, das Trägersignal hat eine Spannung von $U_T = 410.925 \text{ mV}$ und einer Frequenz von $\nu_T = 1.26 \text{ MHz}$. Das Modulationssignal hat eine Spannung von $U_M = 350 \text{ mV}$ und eine Frequenz von $\nu_M = 125 \text{ kHz}$. Das so modulierte Signal ist in Abbildung 18 zu sehen, für die weitere Aufgabenteile wird eine Detailaufnahme des zentralen Bereiche aus Abbildung 18 aufgenommen. Diese ist in Abbildung

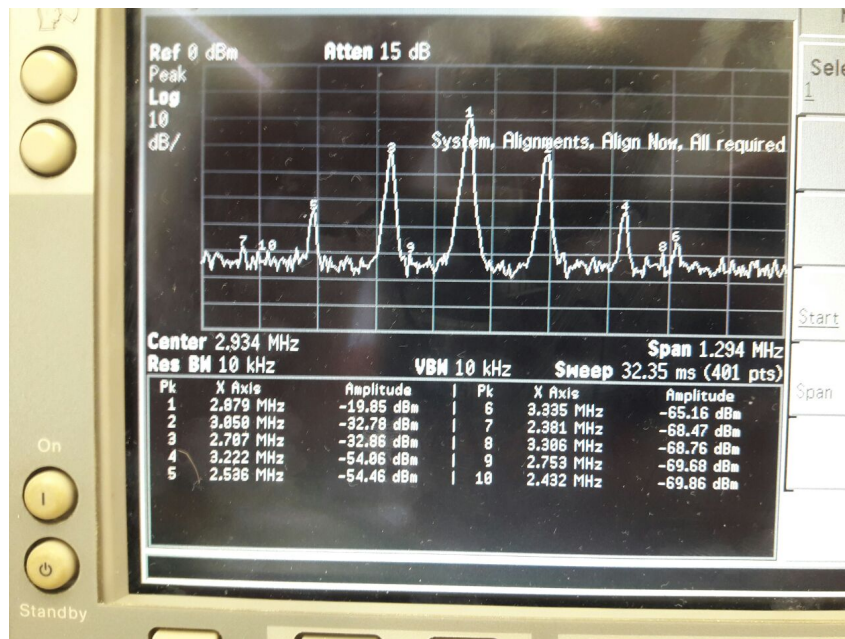


Abbildung 17: Das Frequenzspektrum des amplituden modulierten Signals der Diode.

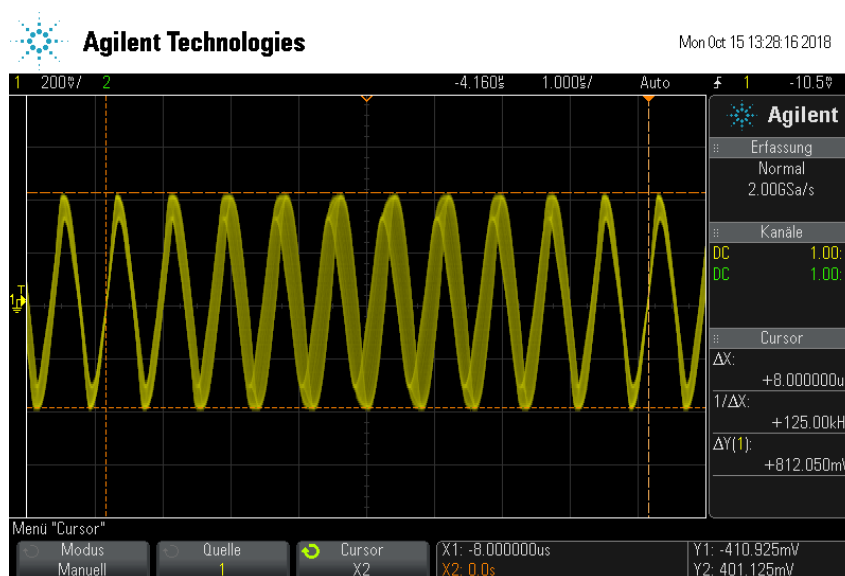


Abbildung 18: Darstellung des frequenzmodulierten Signals. Der Effekt der Verschmierung ist innerhalb der aufgenommenen Periode zu erkennen.

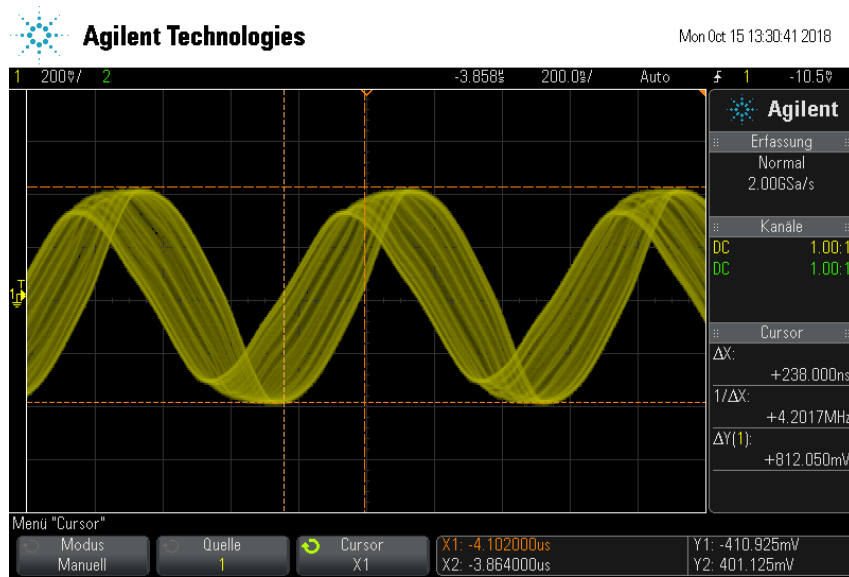


Abbildung 19: Detailaufnahme des frequenzmodulierten Signals, die Cursor kennzeichnen die Breite der Verschmierung.

19 dargestellt, hier ist die Verschmierung genauer zu sehen.

Ziel ist es mit Hilfe der Verschmierung und der Frequenz des Trägersignals einen Zusammenhang zum Modulationsgrad herzuleiten. Dafür wird zuerst die Verschmierung genauer Vermessen. Mit Hilfe der Cursor wurde die Verschmierung zu

$$\Delta T = (238 \pm 10) \text{ ns}$$

genau bestimmt. Dabei ist $\pm 10 \text{ ns}$ die angenommene Unsicherheit.

Für die Berechnung des Frequenzhubes und des Modulationsgrades darf die Momentanfrequenz keine Zeitabhängigkeit mehr enthalten. Dazu wird bei der Bestimmung der Momentanfrequenz über eine halbe Periode gemittelt, dies hat zur Folge das die Zeitabhängigkeit verschwindet. Damit folgt:

$$\bar{\nu}(\phi_0) = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \frac{\omega_T}{2\pi} [1 - m \cdot \sin(\omega_M t + \phi_0)] dt = \frac{\omega_T}{2\pi} - \frac{\omega_T \cdot m}{\pi^2} \cos(\phi_0)$$

Aufgrund des $\cos(\phi_0)$ gibt es einen Bereich die die gemittelte Frequenzen aus der Frequenzmodulation annehmen können. Es lässt sich jedoch eine maximale und minimale Frequenz angeben:

$$\nu_{\min}^- = \bar{\nu}(\phi_0 = 0) = \frac{\omega_T}{2\pi} - \frac{\omega \cdot m}{\pi^2} \quad (29)$$

$$\nu_{\max}^- = \bar{\nu}(\phi_0 = \phi_0) = \frac{\omega_T}{2\pi} + \frac{\omega \cdot m}{\pi^2} \quad (30)$$

Der Modulationsgrad lässt sich nun über die Beziehung

$$\Delta T' = T_{\max} - T_{\min} = \frac{1}{\nu_{\min}} - \frac{1}{\nu_{\max}} \quad (31)$$

$$= \frac{1}{\frac{\omega T}{2\pi} - \frac{\omega \cdot m}{\pi^2}} - \frac{1}{\frac{\omega T}{2\pi} + \frac{\omega \cdot m}{\pi^2}} \quad (32)$$

$$\Leftrightarrow m^2 + \frac{2\pi^2}{\omega_T \Delta T'} m - \frac{\pi^2}{4} = 0 \quad (33)$$

$$\rightarrow m_{\pm} = -\frac{\pi}{4\nu_M \Delta T} \pm \sqrt{\frac{\pi^2}{16\nu_T^2 \Delta T^2} + \frac{\pi^2}{4}}. \quad (34)$$

bestimmen. Dabei muss berücksichtigt werden, dass nur positive Werte für den Modulationsgrad sinnvoll sind. Des Weiteren ist $\Delta T' = 2\nu_M \nu_T \Delta T$ die mittlere Verschmierung pro halbe Schwingung. Setzt man nun die Werte ein ergibt sich für den Modulationsgrad

$$m = 0.606 \pm 0.002$$

Mit Hilfe des Modulationsgrades kann nun der Frequenzhub berechnet werden.

$$\Delta\nu = m\nu_T = (76.4 \pm 0.2) \text{ kHz}$$

Außerdem kann durch die Bestimmung des Modulationsgrad gezeigt werden, dass die Schmalbandnäherung

$$m \frac{\omega_T}{\omega_M} \ll 1$$

nicht gut erfüllt ist.

Alternativ soll der Modulationsgrad über das Frequenzspektrum bestimmt werden. Dazu werden die Amplituden der gemessenen Frequenzen in die Leistung umgerechnet und über die Gleichung

$$m = 2 \frac{\nu_M}{\nu_T} \sqrt{\frac{P_{\omega_T} \pm \omega_W}{P_{\omega_T}}}$$

Die Amplituden der Frequenzen sind:

$$L_2 = L_{\omega_T} = -3.403 \text{ dBm} \quad (35)$$

$$L_5 = L_{\omega_T - \omega_M} = -14.21 \text{ dBm} \quad (36)$$

$$L_6 = L_{\omega_T + \omega_M} = -14.29 \text{ dBm} \quad (37)$$

$$(38)$$

diese werden mit Hilfe der Formel 24 in die entsprechenden mW Werte umgerechnet. Damit ergeben sich folgende Werte für die Modulationsgrade

$$m_+ = 0.576 \quad m_- = 0.571$$

$$\rightarrow m = 0.574 \pm 0.003$$

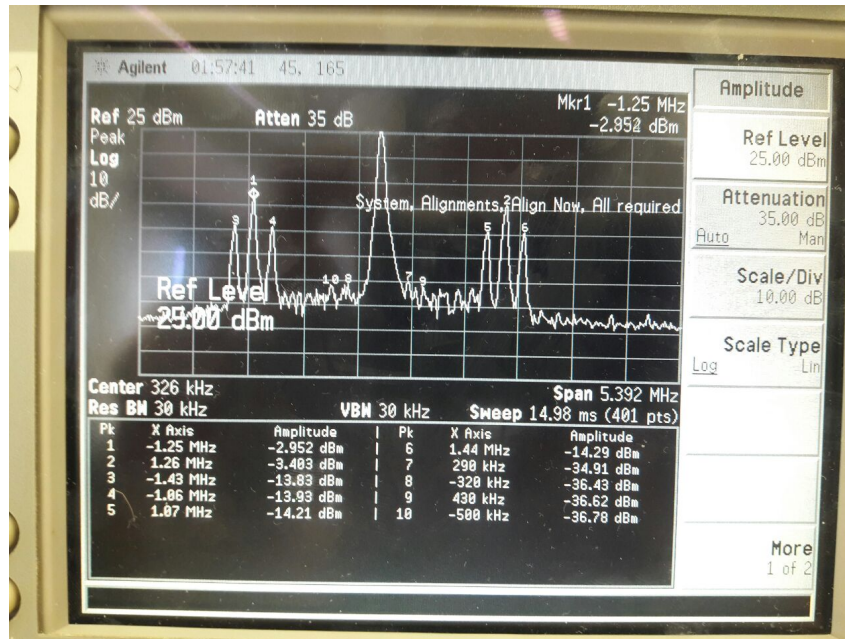


Abbildung 20: Frequenzspektrum des frequenzmodulierten Signals.

5.4 Phasenabhängigkeit der Ringmodulatorspannung

Es soll gezeigt werden, dass die Gleichspannung des Ringmodulators eine Abhängigkeit zur Phasendifferenz zur Eingangsspannung aufweist. Für diese Messung wird die Eingangsspannung U_E und die Spannung nach dem Tiefpass (U_{TP}) aufgenommen. Um die Phasenabhängigkeit des Ringmodulators zu überprüfen, müssen zuerst die aufgenommenen Frequenzen f in die Phase umgerechnet werden. Hier wird die Gleichung

$$\phi = 2\pi fT, \quad T = 290 \text{ ns}$$

verwendet. Die Zeit $T = 290 \text{ ns}$ ist eine Phasendifferenz die manuell eingebaut wird. In folgenden wird eine Funktionsanpassung der Form

$$U_{\text{norm}}(\phi) = U_0 \cos(b\phi + \phi_{\text{off}}) + U_{\text{off}}$$

verwendet. Die aufgenommenen Daten und die berechnete Phase ϕ sind in der Tabelle 2 aufgelistet und in der Grafik 21 dargestellt.

Für die Parameter der Funktionsanpassung ergeben sich die Werte:

$$U_0 = 0.174 \pm 0.006 \quad (39)$$

$$b = 0.84 \pm 0.01 \quad (40)$$

$$\phi_{\text{off}} = 3.18 \pm 0.09 \quad (41)$$

$$U_{\text{off}} = 0.003 \pm 0.004 \quad (42)$$

5.5 Demodulation einer amplitudenmodulierten Schwingung mit Hilfe eines Ringmodulators

Das Ziel ist hier die Demodulation des Signal mit Hilfe eines Ringmodulators. Das demodulierte Signal ist in Abbildung 22 zu sehen. Es lässt sich feststellen, dass bis auf eine Phasenverschiebung

Tabelle 2: Die entnommenen Werte des Frequenzspektrums 17, zusätzlich die theoretisch berechneten Vorhersagen für die Oberwellen und deren Abweichungen zur Theorie.

Frequenz f in MHz	Spannung U_T	Eingangsspannung U_E	Phasenverschiebung Φ
1	-0.002	1.35	1.82
1.2	0.055	1.27	2.19
1.4	0.108	1.21	2.55
1.6	0.163	1.27	2.92
1.8	0.212	1.11	3.28
2.0	0.247	1.08	3.64
2.2	0.222	1.27	4.01
2.4	0.176	1.31	4.37
2.6	0.127	1.23	4.73
2.8	0.07	1.37	5.10
3.0	0.015	1.38	5.47
3.2	-0.04	1.31	5.83
3.4	-0.091	1.33	6.20
3.6	-0.145	1.37	6.56
3.8	-0.201	1.19	6.92
4.0	-0.244	1.23	7.29
4.2	-0.239	1.41	7.65
4.4	-0.192	1.35	8.02
4.6	-0.147	1.51	8.38
4.8	-0.094	1.63	8.75
5.0	-0.029	1.63	9.11
5.2	0.019	1.45	9.48
5.4	0.068	1.71	9.83

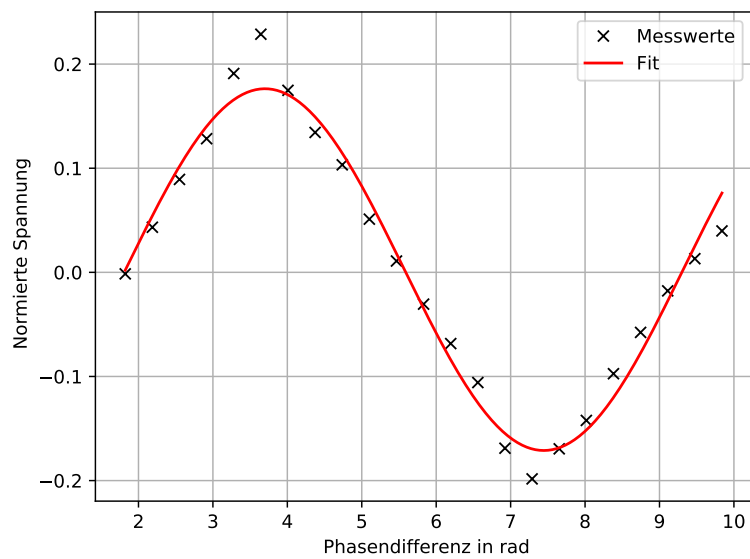


Abbildung 21: Darstellung der normierten Spannung U und der Phase ϕ mit Ausgleichsfunktion. .

und einer verringerten Amplitude, sich das Signal, welches zuvor moduliert worden ist, demodulieren ließ. Die Spannung des Modulationssignal liegt bei $U_M = 119.5 \text{ mV}$ und das demodulierte Signal bei $U_{De} 95.7 \text{ mV}$.

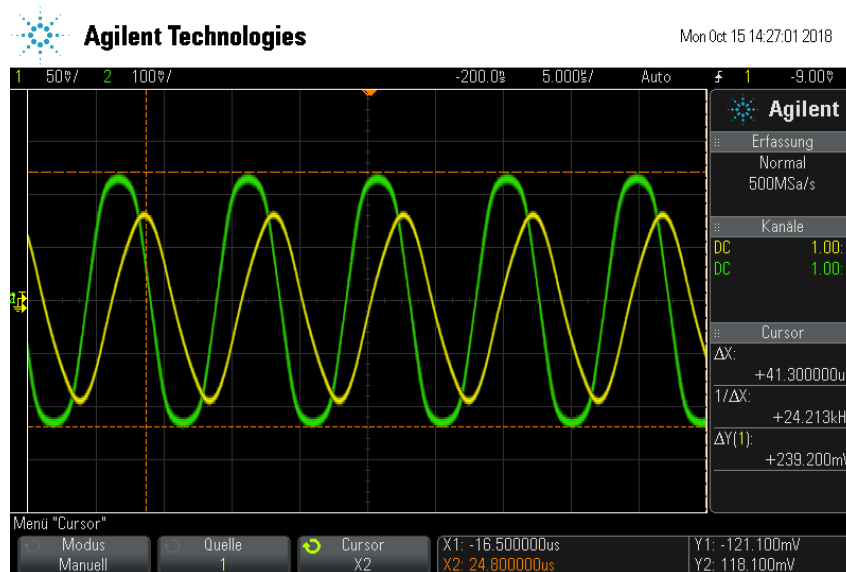


Abbildung 22: Darstellung des demodulierten Signal des Ringmodulators.

5.6 Demodulation mit amplitudenmodulierten Spannung mit einer Gleichrichterdiode

Das amplitudenmodulierte Signal wird nach den einzelnen Bauteilen betrachtet. Die Bilder 23 und 24 stellt das Signal vor und nach dem Tiefpass dar. Die Frequenz des Trägersignals beträgt $\nu_T = 1.90 \text{ MHz}$ und das Modulationssignal besitzt eine Frequenz von $\nu_M = 104.8 \text{ kHz}$. Durch Betrachtung des demodulierten Signals wird deutlich, dass sich die Amplitude deutlich verringert. Zu Beginn hat sie einen Wert von $U_B = 470 \text{ mV}$ und fällt nach dem Tiefpass auf ca $U_{TP} = 3.7 \text{ mV}$ ab. Die Frequenz hat sich jedoch von $\nu_M = 104.8 \text{ kHz}$ auf $\nu_M = 209.6 \text{ kHz}$ so gut wie verdoppelt.

5.7 Demodulation einer frequenzmodulierten Schwingung

Zur Untersuchung der Demodulation einer frequenzmodulierten Spannung werden Aufnahmen der Spannungsverläufe nach jedem der verwendeten Bauteile angefertigt. Bei dem ersten Schritt wird das frequenzmodulierte Signal in ein amplitudenmoduliertes überführt, vgl. Abbildung 25. Anschließend werden die unteren Halbwellen des Signal abgeschnitten, welches in Abbildung 26 zusehen ist. Als letztes wird wieder ein Tiefpass verwendet. Das Signal nach dem Tiefpass ist in der Grafik 27 dargestellt. Die Frequenz des Signal ist bis auf eine vernachlässigbare Schwankung von $\nu_M = 44.53 \text{ kHz}$ auf $\nu_M = 44.52 \text{ kHz}$ gesunken und das Signal wurde erfolgreich demoduliert. Die Amplitude hingegen weist einen deutlichen Verlust der Spannung von $U = 550 \text{ mV}$ auf 5 mV auf.

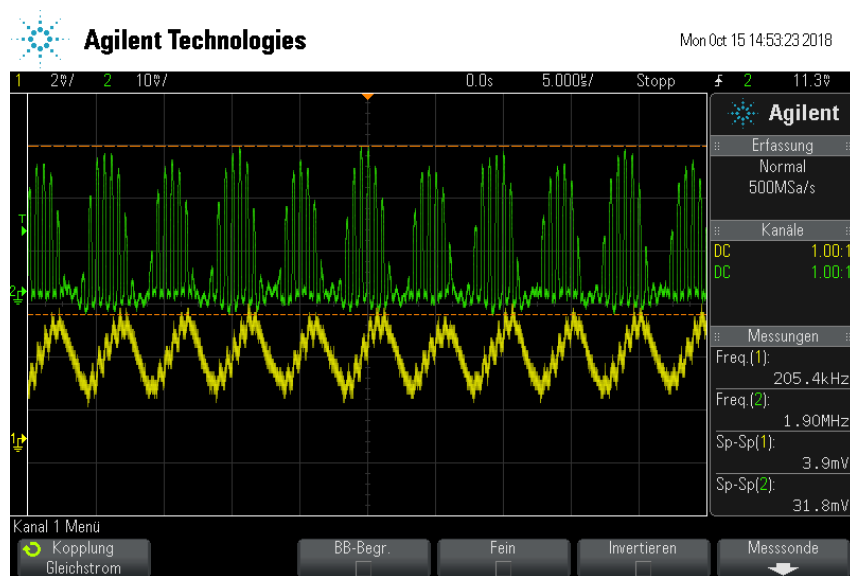


Abbildung 23: Ursprüngliches Modulationssignal und das Signal nach der Gleichrichterdiode.

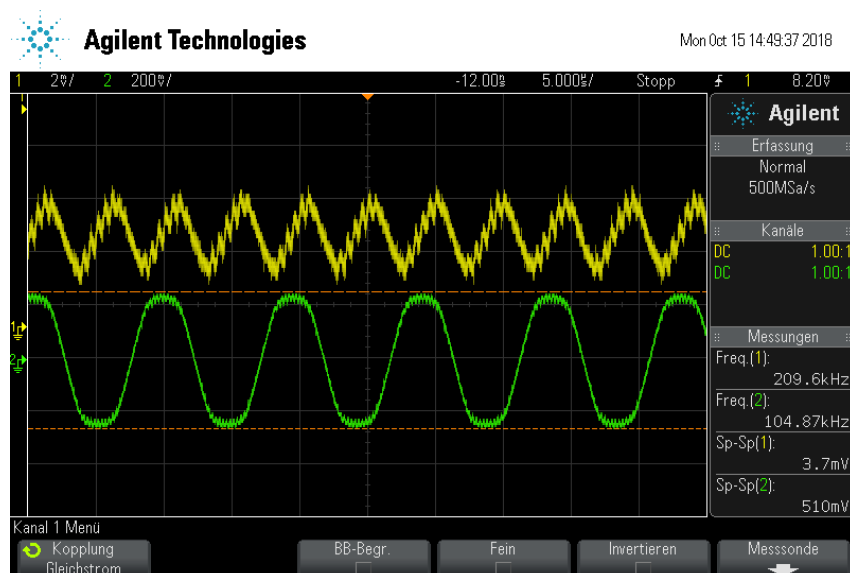


Abbildung 24: Darstellung des ursprünglichen Modulationssignals und das demodulierte Signal nach dem Tiefpass.

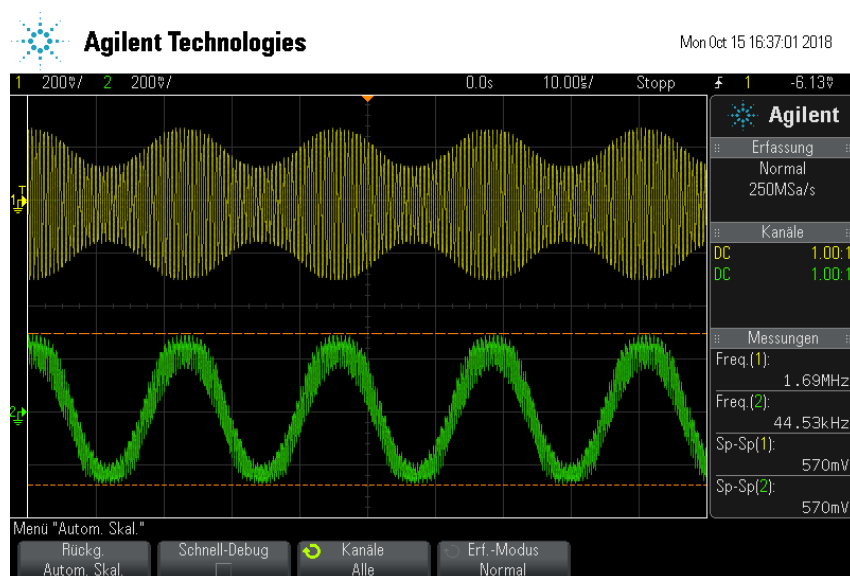


Abbildung 25: Darstellung des zu modulierende Signals vor und nach dem Schwingkreis.

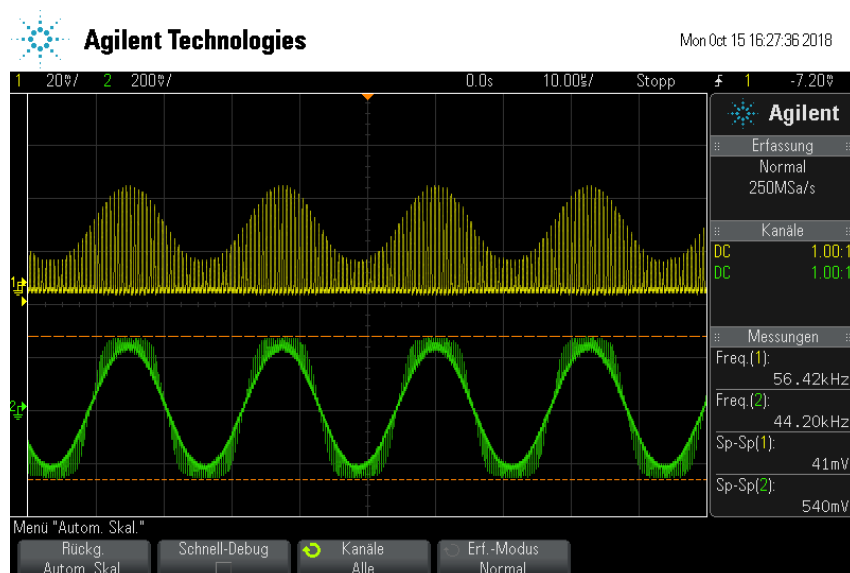


Abbildung 26: Signal nach abschneiden der unteren Halbwellen mit Hilfe einer Gleichrichter-diode.

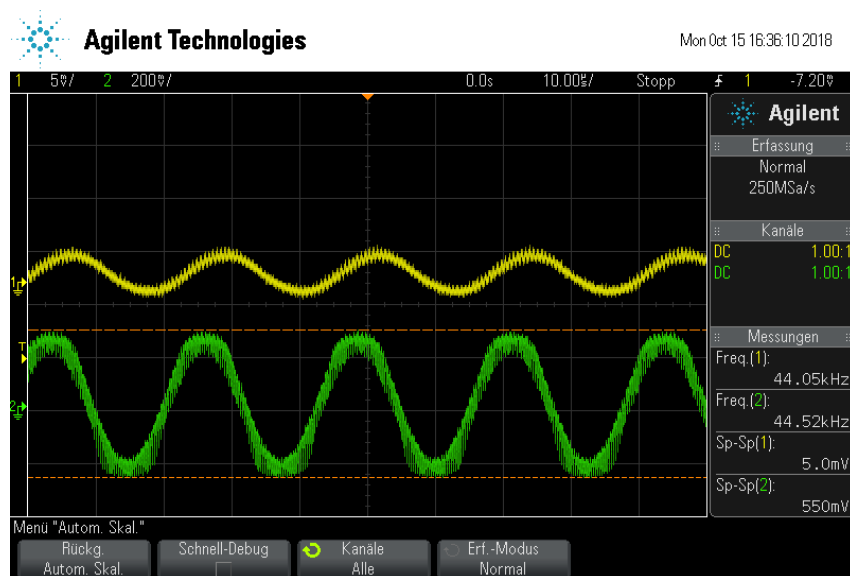


Abbildung 27: Darstellung des ursprünglichen Modulationssignals und das demodulierte Signal nach dem Tiefpass.

6 Diskussion

Zu Beginn wurde eine amplituden Modulation mit Hilfe eines Schwingkreises durchgeführt. Diese konnte erfolgreich durchgeführt werden, sodass eine Analyse der Frequenzspektrums möglich war. Am analysierten Frequenzspektrum konnten die Peaks der Frequenzen $\nu_T \pm \nu_m$ identifiziert werden. Außerdem ließ sich am Frequenzspektrum die Trägerunterdrückung erkennen, da diese Frequenz mit einer kleinen Amplitude auftrat.

Anschließend wurde das amplitudenmodulierte Signal mit Trägerabstrahlung erzeugt. Im Gegensatz zur Trägerunterdrückung führt der Effekt der Trägerabstrahlung dazu, dass sich höhere Schwingungsmoden besser erkennen lassen und vermessen werden können. Dieser Effekt ist auf die Nichtlinearität der Diode zurückzuführen. Durch die Werte der maximalen und minimalen Spannung ließ sich der Modulationsgrad auf $m = 0.2934$ bestimmen.

Alternativ wurde der Modulationsgrad über das Frequenzspektrum bestimmt. Hierfür ergab sich ein Wert von $m = 0.45$. Die berechneten Werte der beiden Methoden stimmen nicht überein. Ein möglicher Grund für diese Abweichung sind die im Zeitsignal auftretenden Oberwellen erklären. Diese werden sowohl im Frequenzspektrum als auch in der Theorie nicht berücksichtigt. Dieses könnte erklären, warum der Modulationsgrad aus der Frequenzanalyse größer ist.

Anschließend wurde eine Modulationsgradbestimmung für die frequenzmodulierten Schwingungen durchgeführt. Hier konnte der Modulationsgrad auf $m = 0.606 \pm 0.002$ festgelegt werden. Der daraus resultierende Frequenzhub liegt bei $\Delta\nu = (76.4 \pm 0.2)$ kHz.

Ebenfalls wurde hier eine Frequenzanalyse zur Bestimmung des Modulationsgrades durchgeführt. Der damit bestimmte Modulationsgrad liegt bei $m = 0.0574 \pm 0.003$. Die Abweichungen der verschiedenen Modulationsgrade liegt bei 5%. Die Überprüfung der Phasenabhängigkeit $\cos(\phi)$ des Ringmodulators wurde mit Hilfe einer Funktionsanpassung durchgeführt. Es fiel auf, dass die Messwerte alternierend linear ansteigen und abfallen. Dennoch ließ sich der $\cos(\phi)$ gut durch die Messwerte legen und die Fitparameter liegen im Rahmen der These. Der Offset $U_{\text{off}} \approx 0$ und $b \approx 1$, die Amplitude U_0 spielt keine Rolle zur Überprüfung der Abhängigkeit. Die Demodulationen wurden mit verschiedenen Methoden durchgeführt. Bei der Demodulation mit Hilfe eines Ringmodulators ist ein modulierte Signal erfolgreich demoduliert worden, sodass das Ausgangssignal kenntlich gemacht wurde.

Anschließend wurde eine Demodulation des zuvor modulierten Signals mit Hilfe einer Gleichrichterdiode demoduliert. Bei dieser Demodulation ist ein leichter Phasenshift zu erkennen. Des Weiteren wird durch die Gleichrichterdiode die Frequenz des demodulierten Signals verdoppelt, was zu erwarten war und durch die Messungen bestätigt wurde.

Nach den amplitudenmodulierten Signal wird zuletzt das frequenzmodulierte Signal untersucht. Hier konnte auch analog zu den ersten Demodulationen das Modulationssignal erfolgreich extrahiert werden. Was hier besonders deutlich wurde ist der Amplitudenverlust durch die Demodulation. Des Weiteren wurde sich durch den Tiefpass ein leichter Bias eingefangen.

Literatur

- [1] *TU Dortmund - Fachbereich Physik : Fortgeschrittenenpraktikum Anleitung zu Versuch Nr. 23.* http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_FPBSc.html. Mai 2017.