

# Versuch 245 - Induktion

Marius Mangold

January 10, 2022

## Contents

<b>0 Motivation</b>	<b>2</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>2</b>
1.1 Ziel des Versuchs und Durchführung . . . . .	2
1.2 Physikalische Grundlagen . . . . .	2
<b>2 Durchführung des Versuchs</b>	<b>4</b>
2.1 Vorversuch . . . . .	4
2.2 Induktion bei rotierender Spule . . . . .	4
2.3 Induktion bei periodischem Magnetfeld . . . . .	4
2.4 Erdmagnetfeld . . . . .	4
<b>3 Messprotokol</b>	<b>5</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>10</b>
4.1 Induktion bei periodischem Magnetfeld . . . . .	12
4.2 Erdmagnetfeld . . . . .	14
<b>5 Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>16</b>
5.1 Vorversuch . . . . .	16
5.2 Induktion bei rotierende Spule . . . . .	16
5.3 Induktion bei Periode Magnetfeld . . . . .	16
5.4 Erdmagnetfeld . . . . .	17
5.5 Fehlerquellen . . . . .	17
5.5.1 Falsche Ausrichtung der Messvorrichtung. . . . .	17
5.5.2 Messgeräte . . . . .	18
5.5.3 Beeinflussung der Versuchsteile . . . . .	18
5.5.4 Äußere Magnetfelder . . . . .	18
5.5.5 Fazit . . . . .	18

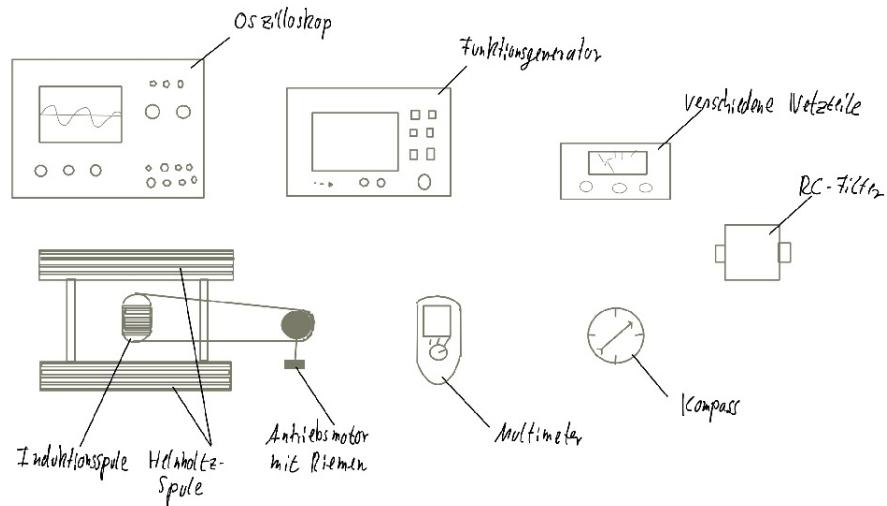
# 0 Motivation

Die Induktion ist aus der Moderne nicht heraus zu denken, so nutzen wir alle täglich Netzteile, um die wilde 50Hz Wechselspannung aus der Steckdose in gemütlichen Gleichstrom für unsere sensiblen Geräte umzuwandeln. In diesem Versuch möchten wir dieses mysteriöse Verfahren, bei welchem Strom quasi durch die Luft, abhängig von Winkeln und Drehgeschwindigkeiten, auf ein anderes Objekt übertragen wird, näher untersuchen und greifbarer machen.

## 1 Einleitung

### 1.1 Ziel des Versuchs und Durchführung

In diesem Versuch werden wir die elektromagnetische Induktion in einer Spule untersuchen. Dabei betrachten wir die Fälle, dass entweder die Spule rotiert oder das sich das Magnetfeld von außen ändert. Zuletzt wollen wir den Betrag und den Inklinationswinkel des Erdmagnetfeldes in Heidelberg messen.



Skizze 1: Der Versuchsaufbau

### 1.2 Physikalische Grundlagen

Eine Helmholtz-Spule ist eine Anordnung aus zwei axial übereinander angeordnete Einzelspulen (siehe Skizze 1). Sei  $N$  die Anzahl der Windungen pro Spule,  $d$  der Spulen Abstand,  $R$  der Radius,  $I$  der Strom durch die Spule und die  $z$ -Achse die Symmetriearchse (mit Mittelpunkt bei  $z = 0$ ), dann ist die Flussdichte auf der  $z$ -Achse:

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 N I}{2} \left( \frac{R^2}{\sqrt{R^2 + (z - \frac{d}{2})^2}} + \frac{R^2}{\sqrt{R^2 + (z^2 + \frac{d}{2})^2}} \right) \vec{e}_z \quad (1)$$

bei unserer Helmholtz-Spule ist  $R = d$ . dann folgt für  $z = 0$ :

$$\vec{B}(z) = \frac{8\mu_0 N I}{\sqrt{125} R} \vec{e}_z \quad (2)$$

Nun befindet sich eine Induktionsspule mit Windungszahl  $n$  in der Helmholtz-Spule. Diese soll zunächst mit Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  rotieren, das konstante Magnetfeld sei  $B$ , die Fläche der Induktionsspule  $A$ . Dann gilt für die induzierte Spannung:

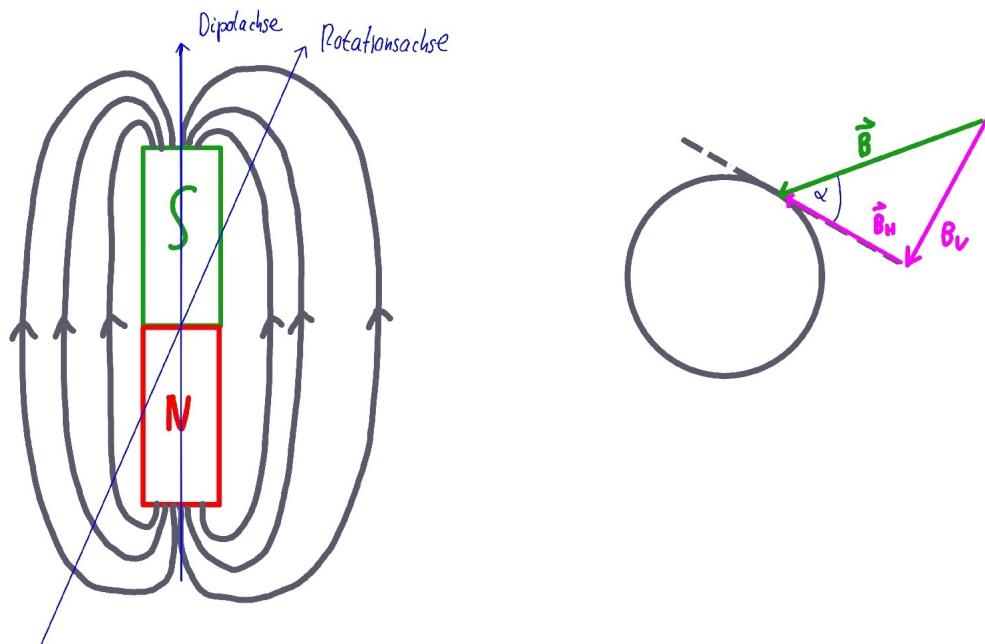
$$U_i(t) = -\frac{d}{dt}\Phi(t) = -BAn\omega \sin(\omega t) \quad (3)$$

Die erste Gleichheit ist das Induktionsgesetz. Fließt nun jedoch durch die Helmholtz-Spule ein Wechselstrom mit Kreisfrequenz  $\Omega$  bei ruhender Induktionsspule, dann wird eine Spannung

$$U_i(t) = BAn\Omega \sin(\Omega t) \cos(\alpha) \quad (4)$$

induziert. Hier ist  $\alpha$  der Winkel zwischen Magnetfeld und Flächennormalen der Induktionsspule und  $B$  die Magnetfeldamplitude.

Nicht nur Spulen erzeugen Magnetfelder. Auch die Erde hat ein eigenes Magnetfeld, da sich im Erdinneren leitende Materie bewegt. Das Erdmagnetfeld ist dabei in erster Näherung ein Dipol, wobei die Dipolachse leicht zur Erdrotationsachse verschoben ist. Der geografische Nordpol trifft hierbei auf den magnetischen Südpol.



Skizze 2: Das Erdmagnetfeld

Der Winkel  $\alpha$ , unter dem das Erdmagnetfeld auf die Erdoberfläche trifft, heißt Inklinationswinkel. Dieser beträgt in Deutschland ca. 66 Grad

## 2 Durchführung des Versuchs

### 2.1 Vorversuch

Wir verbinden die Enden einer Spule mit vielen Windungen mit dem Oszilloskop. Nun wird ein Stabmagnet in und durch die Spule bewegt und dabei die Geschwindigkeit variiert. Die Spannung beobachteten wir am Oszilloskop. Auch lassen wir einen Magneten durch die Spule hindurchfallen und variieren die Fallhöhe (und dann die Geschwindigkeit). Wir halten den Magneten fest und bewegen die Spule relativ dazu und beobachten auf dem Oszilloskop.

### 2.2 Induktion bei rotierender Spule

Wir verkabeln zunächst die Helmholtz-Spule und messen mit einem Multimeter den Widerstand der Anordnung. Aus der maximal zulässigen Stromstärke  $I_{max} = 5A$  berechnen wir die Maximalspannung  $U_{max}$  über das Ohmsche Gesetz. Mit diesem Wissen wählen wir ein passendes Netzteil und schließen dies an die Helmholtz-Spule an. Auch sollten wir das Multimeter in Reihe schalten, um dauerhaft den Strom messen zu können. Nun verbinden wir die Anschlüsse der Induktionsspule mit dem Oszilloskop. Wir installieren den Motor und legen den Riemen an die Induktionsspule an. Die Drehfrequenz kann im Folgenden am Oszilloskop abgelesen werden. Wir messen zunächst in einem Frequenzbereich von 3 Hz bis 15 Hz in 3er Schritten die Amplitude der induzierten Spannung am Oszilloskop. Der Strom soll dabei ca. 4 Ampere betragen. Als Nächstes stellen wir eine konstante Frequenz (etwa 10 Hz) ein und messen die Induktionsspannung in einem Strombereich von 0,5 Ampere bis 4,5 Ampere in 0,5 Ampere-Schritten.

### 2.3 Induktion bei periodischem Magnetfeld

Wir schließen an die Helmholtz-Spule den Funktionsgenerator an und stellen eine Wechselspannung von 100 Hz ein (Spannungsamplitude nicht zu groß). Dieses Signal und das induzierte Signal werden auf Kanal 1 und Kanal 2 des Oszilloskops gelegt.

- i) Wir messen die induzierte Spannungsamplitude in Abhängigkeit vom Winkel  $\alpha$  (Winkel zwischen B-feld und Flächennormale der Induktionsspule ; wird mit angebautem Winkelmesser gemessen)
- ii) Wir messen induzierte Spannung und den Strom der Helmholtz-Spule in Abhängigkeit von der Wechselspannungsfrequenz (mit dem Oszilloskop und Multimeter) im Bereich von 20 Hz bis 2 kHz (im Bereich 20 Hz bis 200 Hz in 20 Hz-Schritten; im Bereich 200 Hz bis 2 kHz in 200 Hz-Schritten).
- iii) Wir stellen nun eine hohe Wechselspannungsfrequenz ein und lassen gleichzeitig die Induktionsspule langsam rotieren. Wir beobachten, wie bei der induzierten Spannung eine Schwebung auftritt und prüfen qualitativ, dass die Schwebungsfrequenz mit der Drehfrequenz übereinstimmt.

### 2.4 Erdmagnetfeld

Wir richten die Versuchsordnung mithilfe des Kompasses in Nord-Süd-Richtung aus. Wir lassen die Induktionsspule mit ca. 15 Hz drehen und beobachten das Oszilloskop. Wir überlegen uns, wie wir das hochfrequente Rauschen minimieren können (dazu die RC-filter). Zunächst messen wir dann die induzierte Spannungsamplitude und notieren die Drehfrequenz. Nun messen wir mit Kompensation: Dazu schließen wir wieder eine Spannung an die Helmholtz-Spule an und variieren die Stromstärke mit einem Potentiometer (Messung des Stroms mit Multimeter). Bei drehender Spule beobachten wir das Oszilloskopbild. Wir variieren nun solange den Strom (gegebenenfalls auch umpolen) bis die Induktionsspannung minimal ist (dann ist die Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes kompensiert). Wir messen dann den Kompensationstrom, die induzierte Spannungsamplitude und die Drehfrequenz.

### 3 Messprotokol

20.10.21

Messprotokol 245

Dominik Körke  
Marius Mangold

V1

#### Qualitative Beobachtungen Induktion

- a) Beim einführen des Stabmagneten in die Spule zeigte das Oszilloskop ein Spannungsauftakt an. Das Vorzeichen der Spannung wechselte beim ausführen. Bei schnellerem Einführen kam es zu höherer Induktionsspannung.
- b) Symmetrisch zu Teil a) entstand eine Induktionsspannung in Abhängigkeit von Gesch. und Richtung.

Wir beobachteten die Äquivalenz der beiden Beobachtungsweisen, was die Beobachtung Einsteins unterstützt.

#### Bestätigung des Induktionsgesetzes

- a) Berechnung von maximaler Betriebsspannung.

Bei  $1,000 \text{ A} \pm 0,001 \text{ A}$  benötigt man eine Betr.spann. von  $2,560 \text{ V} \pm 0,001 \text{ V}$

Daraus folgt der Widerstand

$$R = \frac{U}{I} = \frac{2,560 \text{ V}}{1 \text{ A}} = 2,560 \Omega \quad (1)$$

(Fehlerrechnung ?)

Einschub 1: Messprotokoll 1 von 5

Daraus erhalten wir schlussendlich die max. Betriebsspann.

$$U = Z_C R \cdot I_A = 12,18 \text{ V}$$

1) Messung der Scheitelspannung bei verschiedenen Frequenzen

Frequenz [Hz]	Scheitelspannung [V]
3,0 $\pm 0,1$	1,02 $\pm 0,02$
6,0 $\pm 0,1$	2,02 $\pm 0,02$
9,0 $\pm 0,1$	2,96 $\pm 0,02$
12,0 $\pm 0,1$	3,91 $\pm 0,02$
15,0 $\pm 0,1$	4,81 $\pm 0,02$

Tabelle 1: U2.1

2) Messung bei 10 Hz bei Änderung des Spulenstroms

Spulenstrom [A]	Scheitelspannung [V]
0,5	0,45 $\pm 0,02$
1	0,88 $\pm 0,02$
1,5	1,31 $\pm 0,02$
2	1,72 $\pm 0,02$
2,5	2,12 $\pm 0,02$

Einschub 2: Messprotokoll 2 von 5

3	$2,56 \pm 0,02$
3,5	$3,00 \pm 0,02$
4	$3,36 \pm 0,02$
4,5	$3,80 \pm 0,02$

Tabelle 2 : V2.2

### V.3

- 1) Messung von Scheitelspannung abhängig vom Winkel bei 100 Hz Wechselspannung mit Strom von 0,5 A  
 $1,44 \text{ V}$

Drehwinkel [°]	Scheitelspannung [V]
0	$1,40 \pm 0,02$
30	$1,22 \pm 0,02$
60	$0,70 \pm 0,02$
90	$0,05 \pm 0,02$
120	$0,80 \pm 0,02$
150	$1,27 \pm 0,02$
180	$1,40 \pm 0,02$

Tabelle 3 : V3.1

Einschub 3: Messprotokoll 3 von 5

2) Messung Scheitelspannung bei Erhöhung der Frequenz des Wechselstromes

Scheitelspannung Induktion [V]	Scheitelspannung Hh-Spule [V]	Frequenz [Hz]	Ström Hh-Spule [A]
0,150 ± 0,002	0,380 ± 0,002	20 ± 0,1	0,556 ± 0,001
0,204 ± 0,002	0,384 ± 0,002	40 ± 0,1	0,420 ± 0,001
0,232 ± 0,002	0,384 ± 0,002	60 ± 0,1	0,318 ± 0,001
0,244 ± 0,002	0,384 ± 0,002	80 ± 0,1	0,253 ± 0,001
0,252 ± 0,002	0,384 ± 0,002	100 ± 0,1	0,207 ± 0,001
0,255 ± 0,002	0,384 ± 0,002	120 ± 0,1	0,175 ± 0,001
0,256 ± 0,002	0,384 ± 0,002	140 ± 0,1	0,153 ± 0,001
0,26 ± 0,002	0,384 ± 0,002	160 ± 0,1	0,134 ± 0,001
0,26 ± 0,002	0,384 ± 0,002	180 ± 0,1	0,119 ± 0,001
0,26 ± 0,002	0,384 ± 0,002	200 ± 0,1	0,108 ± 0,001
0,265 ± 0,002	11	400 ± 1	0,054 ± 0,001
11	11	600 ± 1	0,036 ± 0,001
11	0,376 ± 0,002	800 ± 1	0,026 ± 0,001
11	0,376 ± 0,002	1000 ± 1	0,0210 ± 0,001
11	0,372 ± 0,002	1200 ± 5	0,017 ± 0,001
	0,368 ± 0,002	1400 ± 5	0,014 ± 0,001

Einschub 4: Messprotokoll 4 von 5

11	$0,364 \pm 0,002$	$1600 \pm 5$	$0,012 \pm 0,001$
$0,272 \pm 0,002$	$0,356 \pm 0,002$	$1800 \pm 5$	$0,010 \pm 0,001$
$0,276 \pm 0,001$	$0,356 \pm 0,002$	$2000 \pm 70$	$0,009 \pm 0,001$

Tabelle 4: V3.2

3) Wir beobachten, dass die beiden Frequenzen übereinstimmen.

#### V4

1) Messung ohne Kompensation

Bei  $21,73 \text{ Hz} \pm 0,2 \text{ Hz}$  erhalten wir eine Induktionsspannung von  $66 \text{ mV} \pm 1 \text{ mV}$ .

2) Messung mit Kompensation

Bei  $22 \text{ Hz} \pm 1 \text{ Hz}$  erhalten wir eine Induktionsspannung von  $45 \text{ mV} \pm 2 \text{ mV}$  und einen Strom von  $58 \text{ mA} \pm 0,1 \text{ mA}$ .

Zo · 10 · Z1 absolute Oszys

Einschub 5: Messprotokoll 5 von 5

## 4 Auswertung

In zwei Messreihen maßen dir einmal die Induktionsspannung in Abhängigkeit von der Drehfrequenz  $f$  bei konstantem Strom und einmal in Abhängigkeit vom Spulenstrom bei konstanter Drehfrequenz  $\lambda$  (siehe Tabelle 1 und 2). Die jeweiligen Messwerte sind in Diagramm 1 und 2 aufgetragen (wobei wir hier  $\omega = 2\pi f$  mit dem Fehler  $\Delta\omega = 2\pi f$  als x-Werte nehmen). Es ist jeweils auch direkt eine Ausgleichsgerade mit Python durch die Messwerte gelegt in Diagramm 1 und 2.

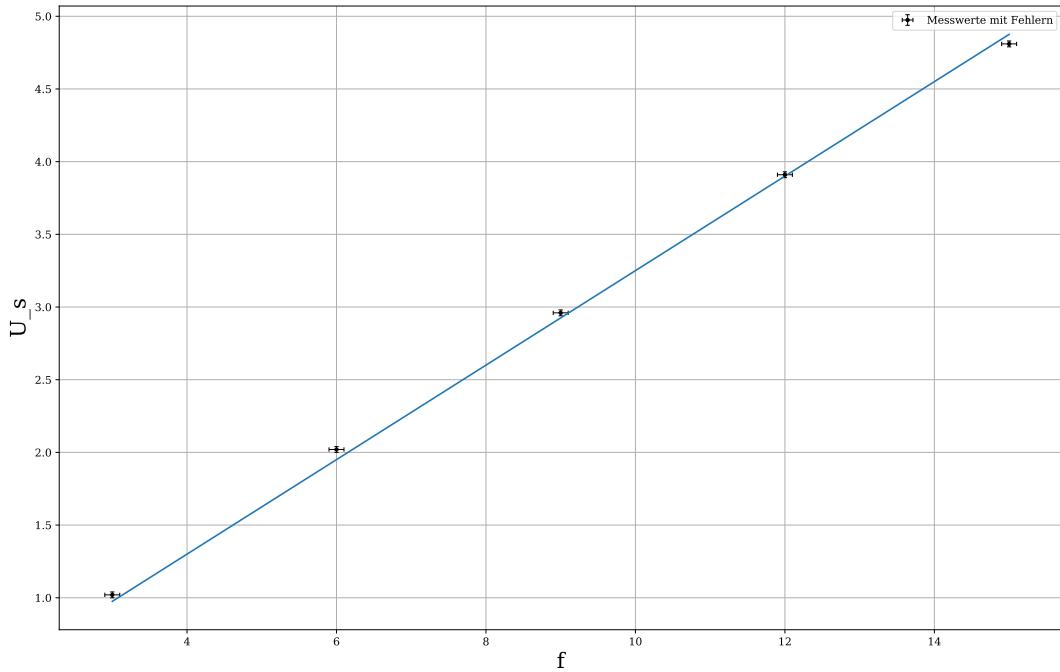


Diagramm1: Spannung in Abhängigkeit der Drehfrequenz

Als Fitparameter im Diagramm 1 erhalten wir aus Python die Geradensteigung.

$$a = (0.3250 \pm 0.0025) Vs \quad (5)$$

Nach Gleichung (3) sollte für die Steigung gelten:  $a = BAn$  (da immer nur die Amplitude der induzierten Spannung gemessen wurde).

Bei uns ist

$$A = 41.1 \text{ cm}^2 = 4.17 * 10^{-3} \text{ m}^2 \quad (6)$$

wobei:

$$B = \frac{a}{An} \quad (7)$$

mit dem Fehler

$$\Delta B = \frac{\Delta a}{An} \quad (8)$$

Wir erhalten:

$$B = (3.101 \pm 0.024) \text{ mT} \quad (9)$$

Das theoretisch zu erwartende B-Feld bei unserer Helmholtzspule ist nach Gleichung (2):

$$B_T = \frac{8\mu_0 NI}{\sqrt{125}R} \quad (10)$$

mit der Windungszahl N und dem Spulenradius R erhalten wir mit dem Fehler

$$\Delta B_T = \frac{8\mu_0 N}{\sqrt{125}R} \Delta I \quad (11)$$

$$B_T = (3,55 \pm 0,04)mT \quad (12)$$

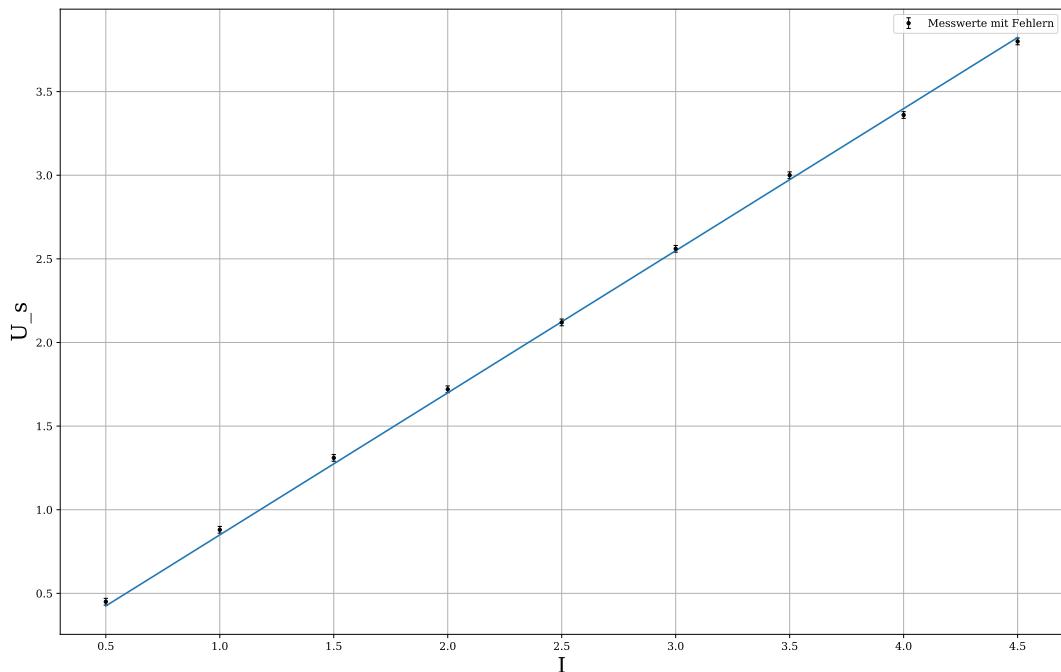


Diagramm 2: Spannung in Abhängigkeit des Spulenstroms

In Diagramm 2 erkennt man einen klaren linearen Verlauf, der sehr gut durch die Ausgleichsgerade dargestellt wird. Hier ist also die Induzierte Spannung proportional zum Spulenstrom. Genau dies ist auch zu erwarten, da nach Gleichungen (3) gilt:

$$U_m \propto B \quad (13)$$

und

$$B \propto I \quad (14)$$

also:

$$U_m \propto I \quad (15)$$

## 4.1 Induktion bei periodischem Magnetfeld

Nun steht die Induktionsspule still und wir legen an die Helmholtzspule eine Wechselspannung an. Zunächst legten wir eine Wechselspannung mit der Frequenz  $f = (100 \pm 1)$  Herz und Amplitude einfügen einfügen einfügen. Dann variiert wir für den Winkel  $\alpha$  zwischen B-Feld und Flächennormalen der Induktionsspule (siehe Tabelle 3) Punkt in Diagramm 3 tragen wir die gemessene induzierte Spannung in Abhängigkeit von  $\alpha$  auf.

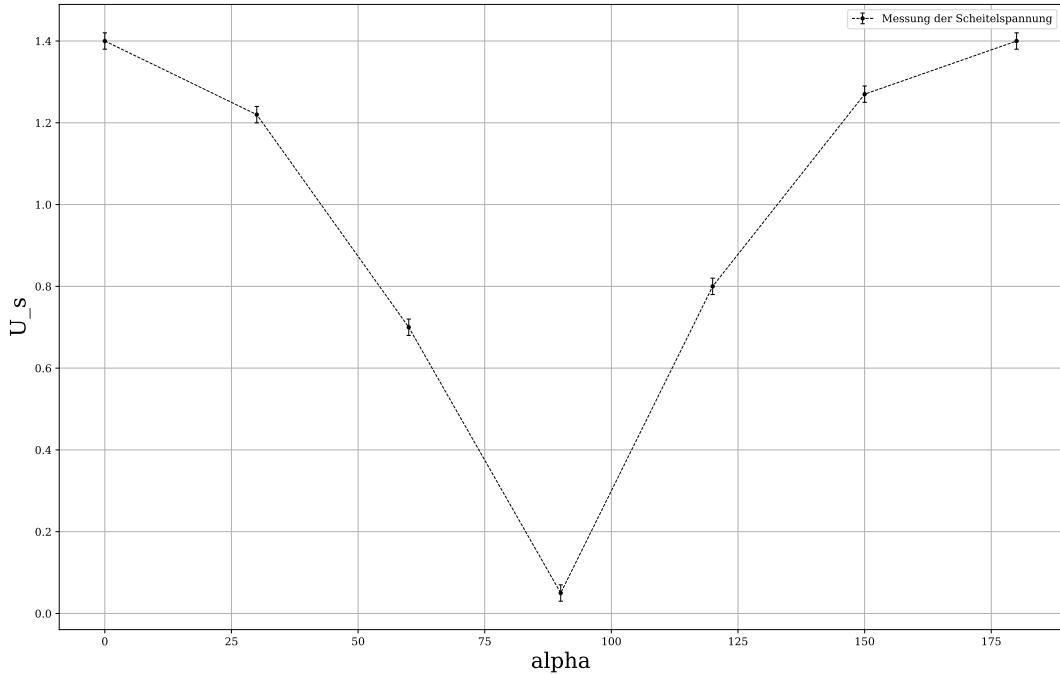


Diagramm 3: Spannung in Abhängigkeit des Winkels

Als nächstes maßen wir die induzierte Spannung, um die Eingangsspannung  $U_0$  und den Strom in Abhängigkeit von der Wechselstromfrequenz  $f$  (siehe Tabelle 4) zu bestimmen.

In Diagramm 4 tragen wir nun das Verhältnis von Formel Formel Formel als Funktion der Winkelfrequenz Omega auf mit

$$\omega = 2\pi f \quad (16)$$

und Fehlern nach Fehlerfortpflanzung

$$\Delta\omega = 2\pi\Delta f \quad (17)$$

$$\Delta \frac{U_m}{U_u} = \sqrt{\left(\frac{\Delta U_m}{U_n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_n U_m}{U_n}\right)^2} \quad (18)$$

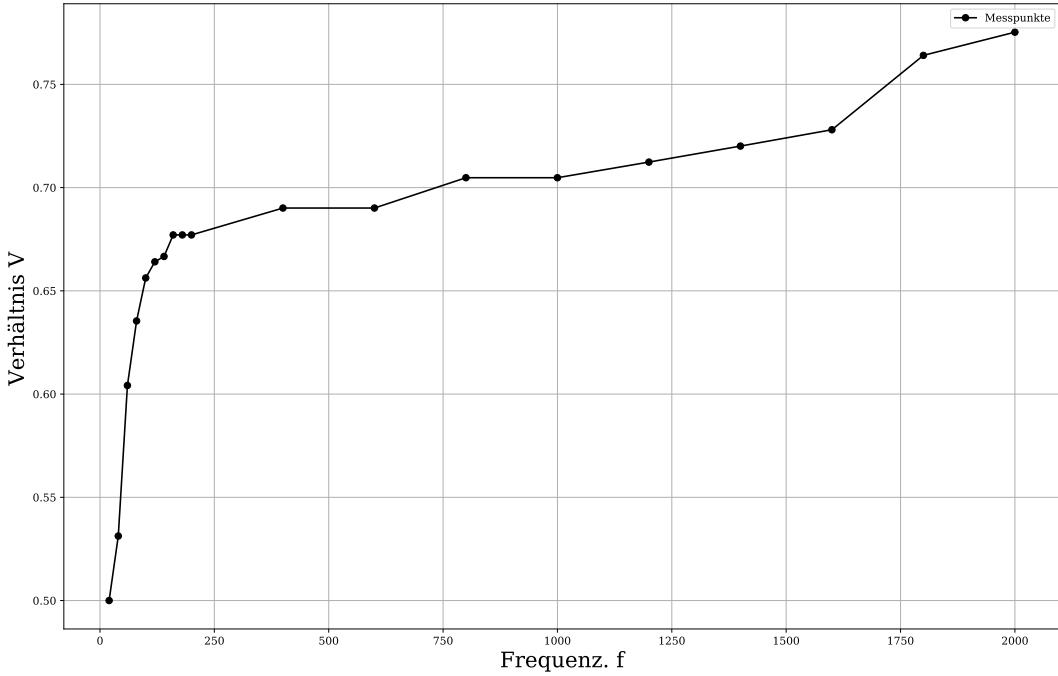


Diagramm 4: Verhältnis von Induktions-/Eingangsspannung gegen Kreisfrequenz

Wir erkennen einen Plateauartigen Verlauf in einem Bereich von  $\omega \in [1100\text{Hz}; 9000\text{Hz}]$ . Das heißt, dass die induzierte Spannung in diesem Frequenzbereich unabhängig von der Frequenz der Wechselspannung ist (da die Eingangsspannung dauerhaft konstant eingestellt ist). Wir erkennen anhand der Messwerte auch, dass der Spulenstrom bei konstanter Eingangsspannung bei wachsender Frequenz abnimmt. Dies liegt daran, dass die Impedanz der Spule Formel Formel (mit Induktivität L) mit der Frequenz zunimmt. Dies untersuchen wir im Folgenden. Deshalb stellen wir in Diagramm fünf das Verhältnis aus angelegter Spannung zu Spulenstrom, also den Spulenwiderstand  $R_L$  (bei Wechselstrom), als Funktion der Kreisfrequenz  $\omega$  da. Dabei ist

$$R_L = \frac{U_u}{I} \quad (19)$$

mit dem Fehler

$$\Delta R_L = \sqrt{\left(\frac{\Delta U_u}{I}\right)^2 + \left(\frac{U_u \Delta I}{I^2}\right)^2} \quad (20)$$

In Diagramm 5 ließen wir allerdings die letzten fünf Werte aus Tabelle 4 außen vor, da hier der Strom mit der gewählten Multimeter Einstellung nicht mehr gemessen werden konnte (wir konnten den Messbereich des Multimeters nicht anpassen, da sich sonst der Multimeter Widerstand geändert hätte). Durch die Messwerte legten wir wieder mithilfe von Python eine Ausgleichsgerade.

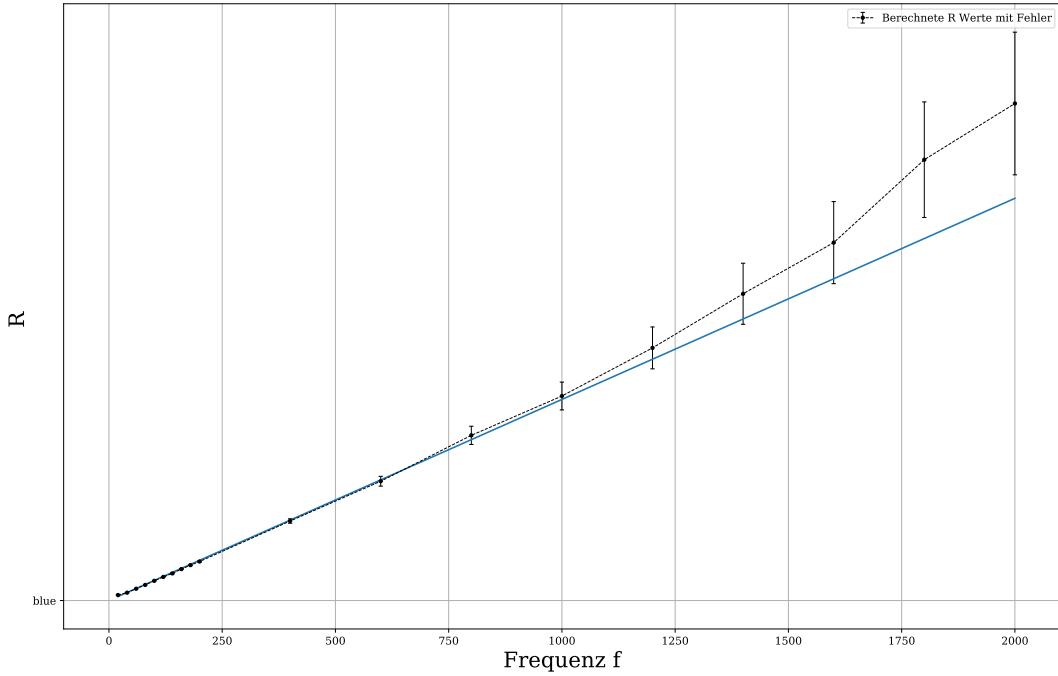


Diagramm 5: Verhältnis Spannung/Spulenstrom gegen Kreisfrequenz

Die Steigung  $a$  ließen wir uns als fit Parameter ausgeben, mit

$$a = (0,01200 \pm 0,00027)\Omega s \quad (21)$$

Da der Betrag der Spulenimpedanz gerade  $|R_L| = \omega L$  ist, entspricht die Steigung korrigiert um den faktor  $\frac{1}{2\pi}$  der Induktivität der Helmholtzspule:

$$L = (20 \pm 4)mH \quad (22)$$

## 4.2 Erdmagnetfeld

Zunächst ließen wir die Induktionsspule mit  $f = (11,8 \pm 0,2)Hz$  rotieren und maßen die Induktionsspannung

$$U_m = (66 \pm 1)mV \quad (23)$$

Nach Gleichung (3) gilt dann für den Betrag des Erdmagnetfeldes  $B_{Erde}$

$$B_{Erde} = \frac{U_m}{An\omega} = \frac{U_m}{An2\pi f} \quad (24)$$

Der Fehler ist dann nach Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta B_{Erde} = \frac{1}{An2\pi} \sqrt{\left(\frac{U_m}{f}\right)^2 + \left(\frac{U_m \Delta f}{f^2}\right)^2} \quad (25)$$

Wir erhalten:

$$B_{Erde} = (5,37 \pm 0,19)10^{-5}T \quad (26)$$

Danach kompensierten wir den vertikalen Anteil des Erdmagnetfeldes mit einem Spulenstrom von  $(58 \pm 0,1)mA$  und erhielten eine Induktionsspannung  $(45 \pm 2)mV$  bei einer Drehfrequenz

von  $(22 \pm 1) Hz$ . Mit dem Strom  $I$  berechnen wir nach Gleichung (zwei) die Vertikalkomponente  $B_v$  (da hier das Helmholtz fällt dem vertikal Anteil entspricht):

$$B_v = \frac{8\mu_0 NI}{\sqrt{125}R} \quad (27)$$

mit dem Fehler

$$B_v = \frac{8\mu_0 N}{\sqrt{125}R} \Delta I \quad (28)$$

Wir erhalten:

$$B_v = (2.69 \pm 0,18) 10^{-5} T \quad (29)$$

Nach Gleichung (3) ergibt sich dann die Horizontale komponente:

$$B_H = \frac{U_m}{2\pi Anf} \quad (30)$$

mit Fehler

$$\Delta B_H = \frac{1}{An2\pi} \sqrt{\left(\frac{U_m}{f}\right)^2 + \left(\frac{U_m \Delta f}{f^2}\right)^2} \quad (31)$$

Damit erhalten wir:

$$B_H = (1,95 \pm 0,09) 10^{-5} T \quad (32)$$

Damit ergibt sich ein Inklinationswinkel  $\alpha$  von:

$$\tan(\alpha) = \frac{B_v}{B_H} \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{B_v}{B_H}\right) \quad (33)$$

$$\alpha = (85.9 \pm 0.2) \quad (34)$$

## 5 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Versuch beschäftigten wir uns mit der Induktion einer Spule. Dabei unterscheiden wird, ob die Spule in einem konstanten Magnetfeld rotiert, oder ob sich das Magnetfeld bei ruhender Spule periodisch ändert. Zuletzt untersuchten wir das Erdmagnetfeld.

### 5.1 Vorversuch

Hier untersuchten wir qualitativ die induzierte Spannung in einer Spule für die beiden Fälle, dass ein Stabmagnet durch die Spule bewegt wird und dass sich die Spule bewegt und der Stabmagnet ruht. Hierbei stellten wir fest, dass beide Situationen prinzipiell identisch sind, da nur die Relativbewegungen von Spule und Magnet zueinander ausschlaggebend ist. Dieses Ergebnis postulierte auch Einstein in seinem Text “Zur Elektrodynamik bewegter Körper”

### 5.2 Induktion bei rotierende Spule

Hier maßen wir zunächst die induzierte Spannung in einer rotierenden Spule in Abhängigkeit von der Drehfrequenz. Durch grafische Darstellung der Messwerte und durch das Fitten einer Ausgleichsgerade (siehe Diagramm 1), konnten wir das anliegende magnetische Feld bestimmen:

$$B = (3.101 \pm 0,024)mT \quad (35)$$

Der Fehler hier setzt sich zusammen aus der Ungenauigkeit der Drehfrequenz, der Induktionsspannung und aus dem Fehler des Fits durch Python. Da das B-Feld hier durch eine Helmholtzspule erzeugt wurde, deren Eigenschaften so wie der Strom bekannt waren, konnten wir den theoretisch zu erwartenden Wert für die Flussdichte berechnen:

$$B_T = (3.55 \pm 0,04)mT \quad (36)$$

In den Fehler hier ging lediglich der Fehler des Stroms ein. Ein Vergleich beider Ergebnisse bietet sich an. Wir bilden die Differenz und den Quadratisch addierten Fehler:

$$D = B - B_T \quad (37)$$

$$\Delta D = \sqrt{\Delta B^2 + \Delta B_T^2} \quad (38)$$

$$D = (-0,449 \pm 0,07)mT \quad (39)$$

Wir stellen fest, dass die Differenz um  $6,5\sigma$  von der gewünschten Null abweicht. Gründe für die gerade noch so vertretbare Abweichung könnte unter anderem sein, dass beim experimentellen Wert noch das Erdmagnetfeld oder später ausführlicher ausgeführte Fehlerquellen mit einflossen, und dass der theoretische Wert nur für das exakte Zentrum der Helmholtzspule gilt, wären die Induktionsspule eine endliche Ausdehnung hat.

Wir maßen die induzierte Spannung bei konstanter Drehfrequenz in Abhängigkeit vom Spulenstrom. Diese Messwerte stellten wir wieder grafisch dar und fitten eine gerade mit Python hindurch (siehe Diagramm 2). Man erkennt, dass die gerade die Messwerte sehr gut darstellt, also dass die induzierte Spannung proportional zum Strom ist. Dies ist auch theoretisch zu untermauern, da nach Gleichung 2 und 3 gilt, dass  $U$  proportional zu  $I$  ist.

### 5.3 Induktion bei Periode Magnetfeld

Hier ließen wir die Induktionsspule ruhen und stellten eine Wechselspannung an der Helmholtzspule ein, sodass diese ein periodisches Magnetfeld erzeugt. Zunächst maßen wir dann die Induktionsspannung in Abhängigkeit vom Winkel zwischen Magnetfeld und Flächennormalen. Die Messwerte trugen wir in Diagramm 3 auf.

Als Nächstes maßen wir die Eingangsspannung, die induzierte Spannung und den Spulenstrom in Abhängigkeit von der Wechselspannung Frequenz. Wir stellten dann in Diagramm vier das

Verhältnis aus Eingangsspannung und induzierter Spannung in Abhängigkeit von der Frequenz dar. Da die Eingangsspannung stetig konstant war, ist hier praktisch die induzierte Spannung in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt. Hier erkennt man einen großen Plateaubereich im Intervall:

$$\omega \in [1100\text{Hz}; 9000\text{Hz}] \quad (40)$$

, in welchem die Induktionsspannung unabhängig von der Frequenz ist. Bei höherer Frequenz nimmt sie dann wieder zu, bei kleiner Frequenz nimmt sich stark ab.

Es war auch zu beobachten, dass der Spulenstrom mit wachsender Spannungsfrequenz Omega abnimmt. Dies liegt an der Impedanz der Helmholtzspule, die mitwachsender Frequenz zunimmt.

Um dies zu untersuchen, stellten wir in Diagramm fünf den Spulenwiderstand graphisch in Abhängigkeit von der Frequenz Omega dar. Wir fütteten eine gerade durch die Messwerte mit Python. Die Steigung, die wir uns von Python ausgeben ließen, entsprach dann dem  $2\pi$  Vielfachen der Induktivität der Helmholtzspule.

$$L = (20 \pm 4)\text{mH} \quad (41)$$

In den Fehler gingen die Fehler der Frequenz, des Stroms und der Eingangsspannung, sowie der Fehler des Fits durch Python.

## 5.4 Erdmagnetfeld

Zunächst bestimmten wir den Betrag des Erdmagnetfeldes in Heidelberg, indem wir die Induktionsspule ohne äußeres Magnetfeld rotieren ließen und dann die Induktionsspannung maßen. Wir erhielten:

$$B_{Erd} = (5.37 \pm 0.19)10^{-5}\text{T} \quad (42)$$

In den Fehler gingen die Fehler der Induktionsspannung und der Drehfrequenz ein.

Als nächstes kompensierten wir die Vertikalkomponente das Erdmagnetfeld, indem wir an die Helmholtzspule an den Strom angeschlossen und dies nur markierten, bis die Induktionsspannung ein Minimum hatte. Damit erhielten wir:

$$B_v = (2.69 \pm 0.18)10^{-5}\text{T} \quad (43)$$

(Fehler aus Fehler der Induktionsspannung und der Frequenz).

Aus Horizontal und Vertikalkomponente konnten wir nun den Inklinationswinkel berechnen:

$$\alpha = (85.9 \pm 0.2) \quad (44)$$

Der Literaturwert für den Inklinationswinkel beträgt 66 Grad. Die Sigmaabweichung liegt hier also je nach angenommenen Fehler der Literatur im hohen zweistelligen bis dreistelligen Bereich. Man kann also keinesfalls von Übereinstimmung der Ergebnisse sprechen. Das Fehler aufgetreten sein müssen, ist auch dadurch ersichtlich, dass die Werte der Vertikal und Horizontalkomponente in quadratische Addition nicht das gemessene Erdmagnetfeld ergeben. Für eine genauere Fehleranalyse möchten wir die Literaturwerte der Horizontale und Vertikalkomponente einzeln vergleichen. Nach der [Wikipedia](#) ist die Horizontalkomponente etwa 20, die vertikale etwa 44 Mikrotesla stark. Zusammen ergeben sich also etwa 48 Mikrotesla. Bereits hier weichen wir um mehr als  $5\sigma$  ab.

## 5.5 Fehlerquellen

### 5.5.1 Falsche Ausrichtung der Messvorrichtung.

Vor und während des Versuches wurde die Ausrichtung der Messvorrichtung sowohl mit einem Kompass, als auch über räumliche Überlegungen bestimmt. Eine kleine Abweichung oder lokale Anomalien könnten die Abweichung von  $5\sigma$  also teilweise erklären.

### **5.5.2 Messgeräte**

Alle Messgeräte schienen einsatzbereit und waren funktionstüchtig. Eine Fehlfunktion würde zwar die Abweichungen erklären, ist sie doch aufgrund von fehlendem Feedback anderer Gruppen nahezu auszuschließen.

### **5.5.3 Beeinflussung der Versuchsteile**

Als wahrscheinlichste Fehlerquelle schätzen wir die Beeinflussung fremder Magnetfelder in unserem Versuch ein. So führte ich, während mein Versuchspartner mit dem Ablesen der Werte beschäftigt war, den qualitativen ersten Versuchsteil durch. Zwar dachte ich, dass der Abstand zum Messgerät ausreichend groß sei, doch könnten sich die beiden Experimente stark beeinflusst haben. Gegen diese Hypothese spricht jedoch, dass die Ausgleichsgeraden sehr gut auf unsere Werte passen. Ein in der Zeit veränderliche Fehlerquelle ist daher unwahrscheinlicher als eine stetige.

### **5.5.4 Äußere Magnetfelder**

Aus der Beobachtung, dass es sich wahrscheinlich um eine beständige Fehlerquelle handeln muss, wächst die Vermutung, dass ein nebenliegender starker Magnet, eine Stromleitung, unsere mobilen Geräte, die Ladegeräte, oder sonstige Unreinheiten zu einer starken Verunreinigung des Magnetfeldes führten.

### **5.5.5 Fazit**

Wir lernen, dass besonders bei elektromagnetischen Versuchen darauf zu achten ist, welchen Einfluss persönliche Apparaturen auf den Versuch haben können. In einem ähnlichen Versuch werden wir darauf achten, die Umgebung des Messgerätes gründlich zu observieren, etwaige Felderzeugende Objekte zu entfernen, und auf andere elektrische Flüsse zu achten.

```
In [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
from scipy.optimize import curve_fit
from scipy.stats import chi2

plt.style.use('default')
plt.rcParams["font.family"]='serif'
plt.rcParams["figure.figsize"][0] = 14
plt.rcParams["figure.figsize"][1] = 9
plt.rcParams['errorbar.capsize']=2
```

```
In [2]: def linear(x, a, b):
    return (a*x+b)
def linear2(x, a):
    return (a*x)
```

```
In [3]: #Messung 1 Frequenz variieren
A= 41.7 * 10**-4 #m^2
N=4000
freq = np.array([3.0, 6.0, 9.0, 12.0, 15.0])
d_freq = np.full(5, 0.1)

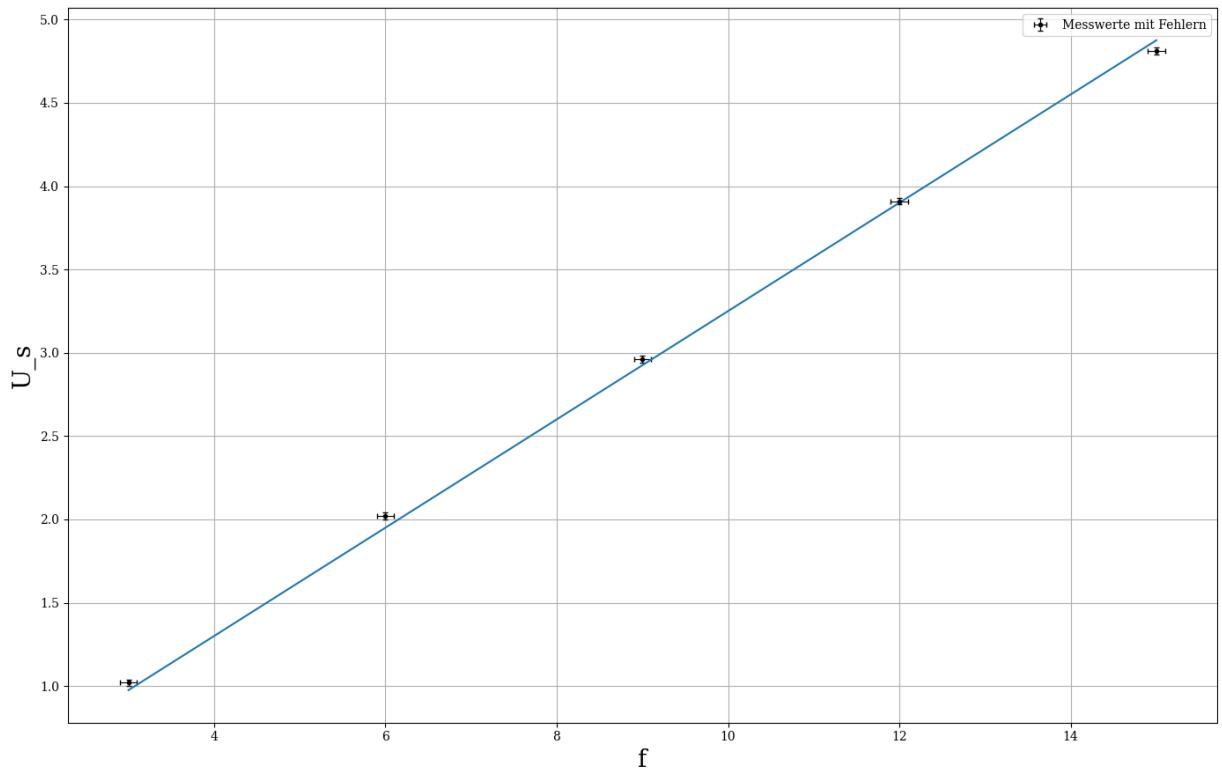
Us = np.array([1.02, 2.02, 2.96, 3.91, 4.81])
d_Us = np.full(5, 0.02)

plt.errorbar(freq, Us, yerr=d_Us, xerr=d_freq, linewidth=0.8, linestyle=' ', marker='o')
plt.legend()
plt.ylabel('U_s', size=20)
plt.xlabel('f', size=20)
plt.grid()
plt.tight_layout()

p, c = curve_fit(linear2, freq, Us, sigma=d_Us)
p_err = np.sqrt(np.diag(c))
plt.plot(freq, linear2(freq, p))
print('Steigung a : ' , p[0], '+-', p_err[0])

#Berechnung von B
def B(a):
    return (a /(A * N * 2 * np.pi))
def dB(da):
    return (da/(A * N * 2 * np.pi))
print('B: ', B(p[0]), '+-', dB(p_err[0]))
plt.savefig('Messung1.pdf', format='PDF')
```

Steigung a : 0.32503030302883074 +- 0.0025100349513216646  
B: 0.0031013296991423893 +- 2.3949908263565216e-05



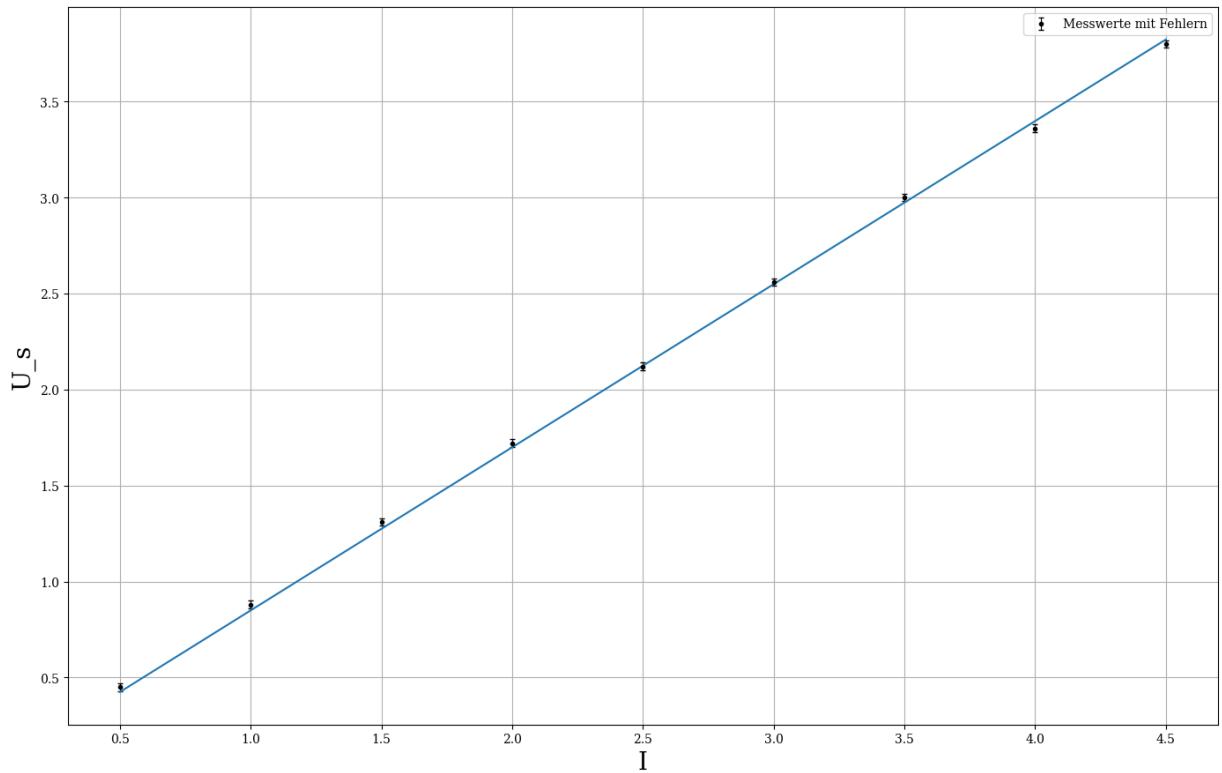
```
In [4]: #Messung 2
I = np.arange(0.5, 5, 0.5)
d_I = np.full(5, 0)

Us2 = np.array([0.45, 0.88, 1.31, 1.72, 2.12, 2.56, 3.00, 3.36, 3.80])
d_Us2 = np.full(9, 0.02)

plt.errorbar(I, Us2, yerr=d_Us2, linestyle=' ', marker='.', label='Messwerte mit Fehlern')
plt.ylabel('U_s', size=20)
plt.xlabel('I', size=20)
plt.grid()
plt.legend()
plt.tight_layout()

p2, c2 = curve_fit(linear2, I, Us2, sigma=d_Us2)
p2_err = np.sqrt(np.diag(c2))
plt.plot(I, linear2(I, p2))
print('Steigung a: ', p2[0], '+-', p2_err[0])
plt.savefig('Messung2.pdf', format='PDF')
```

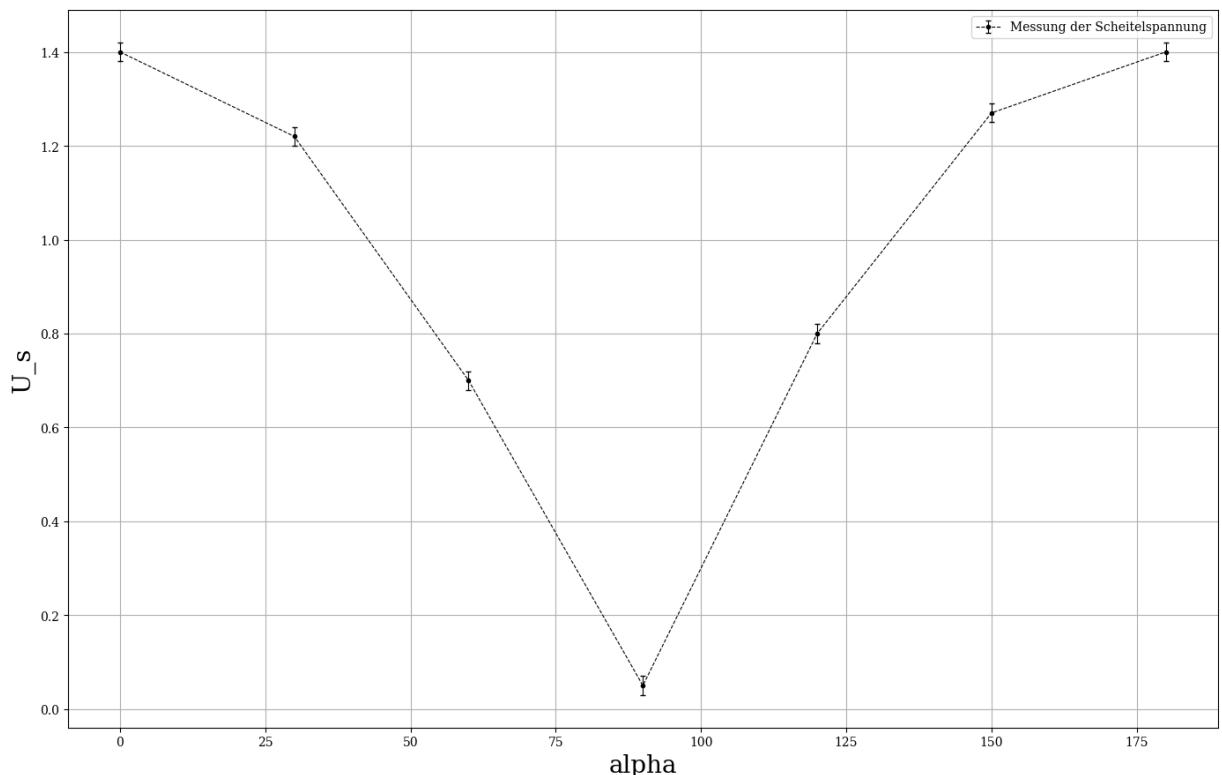
Steigung a: 0.8495438596487946 +- 0.003274080938317212



```
In [5]: #Wechselstrom
winkel = np.arange(0,210, 30)
d_winkel = np.full(7, 0.1)

Us3 = np.array([1.4, 1.22, 0.7, 0.05, 0.8, 1.27, 1.40])
d_Us3 = np.full(7, 0.02)

plt.errorbar(winkel, Us3, yerr=d_Us3, color='black', linestyle='--', linewidth=0.8,
plt.ylabel('U_s', size=20)
plt.xlabel('alpha', size=20)
plt.grid()
plt.legend()
plt.tight_layout()
plt.savefig('Winkelabhängigkeit.pdf', format='PDF')
```



In [6]:

```
#unterschiedliche Frequenzen
freq2 = np.concatenate((np.arange(20,200, 20), np.arange(200,2200, 200)))
d_freq2 = np.full(freq2.size, 0.1)

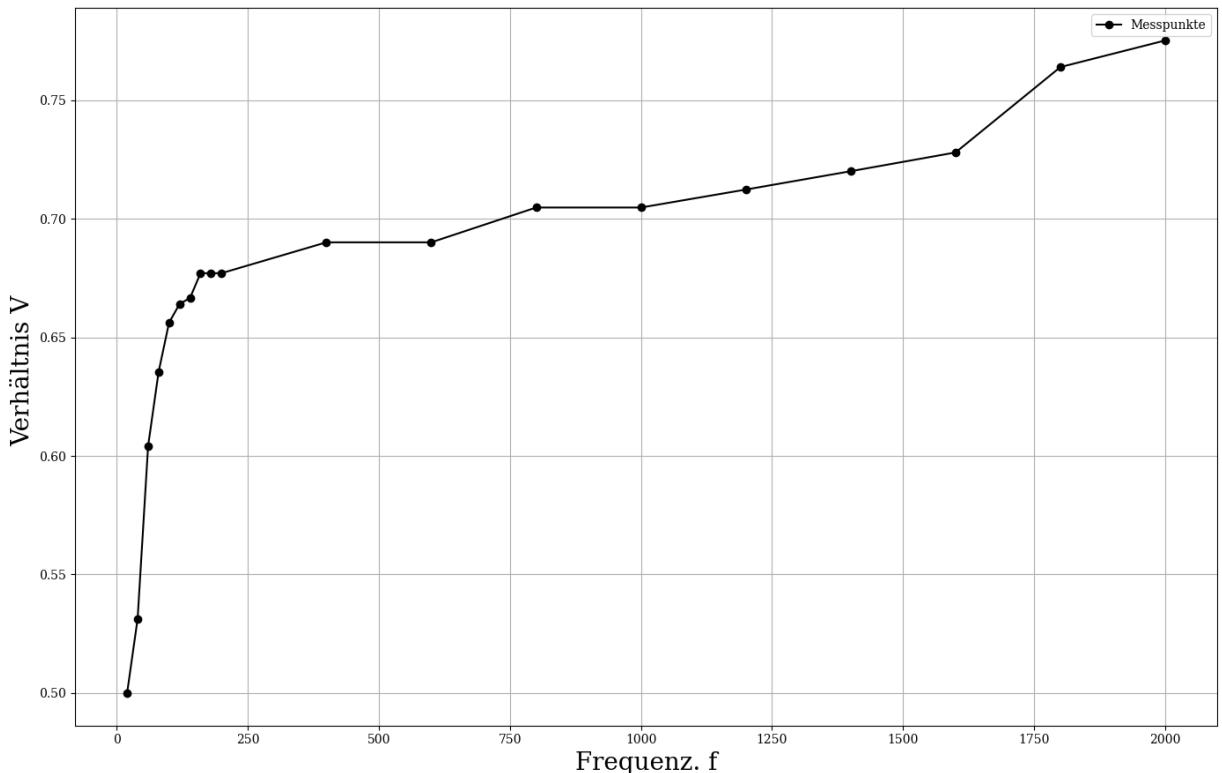
Us4 = np.array([0.19, 0.204, 0.232, 0.244, 0.252, 0.255, 0.256, 0.26, 0.26, 0.26, 0.
d_Us4 = np.full(Us4.size, 0.002)

Uh = np.concatenate((np.array([0.38]), np.full(11, 0.384), np.array([0.376, 0.376, 0
d_Uh = np.full(Uh.size, 0.002)

Ih = np.array([0.556, 0.420, 0.318, 0.253, 0.207, 0.175, 0.153, 0.134, 0.119, 0.108,
d_Ih = np.full(Ih.size, 0.001)

#Verhältnis
vU = Us4 / Uh

#print(vU)
plt.plot(freq2, vU, 'black', marker='o', label='Messpunkte')
plt.ylabel('Verhältnis V', size=20)
plt.xlabel('Frequenz. f', size=20)
plt.grid()
plt.legend()
plt.tight_layout()
plt.savefig('Verhältnis.pdf', format='PDF')
```



In [7]:

```
#Induktivität bestimmen
R = Us4/Ih
d_R = np.sqrt((d_Uh/Ih)**2+(Uh*d_Ih/(Ih**2))**2)

#fit linear
p3, c3 = curve_fit(linear2, freq2, R, sigma=d_R)
p3_err = np.sqrt(np.diag(c3))

plt.plot(freq2, linear2(freq2, *p3), '-', 'blue')
plt.errorbar(freq2, R,yerr=d_R, linewidth=0.8, color='black', marker='.', linestyle=
plt.ylabel('R ', size=20)
plt.xlabel('Frequenz f', size=20)
plt.grid()
```

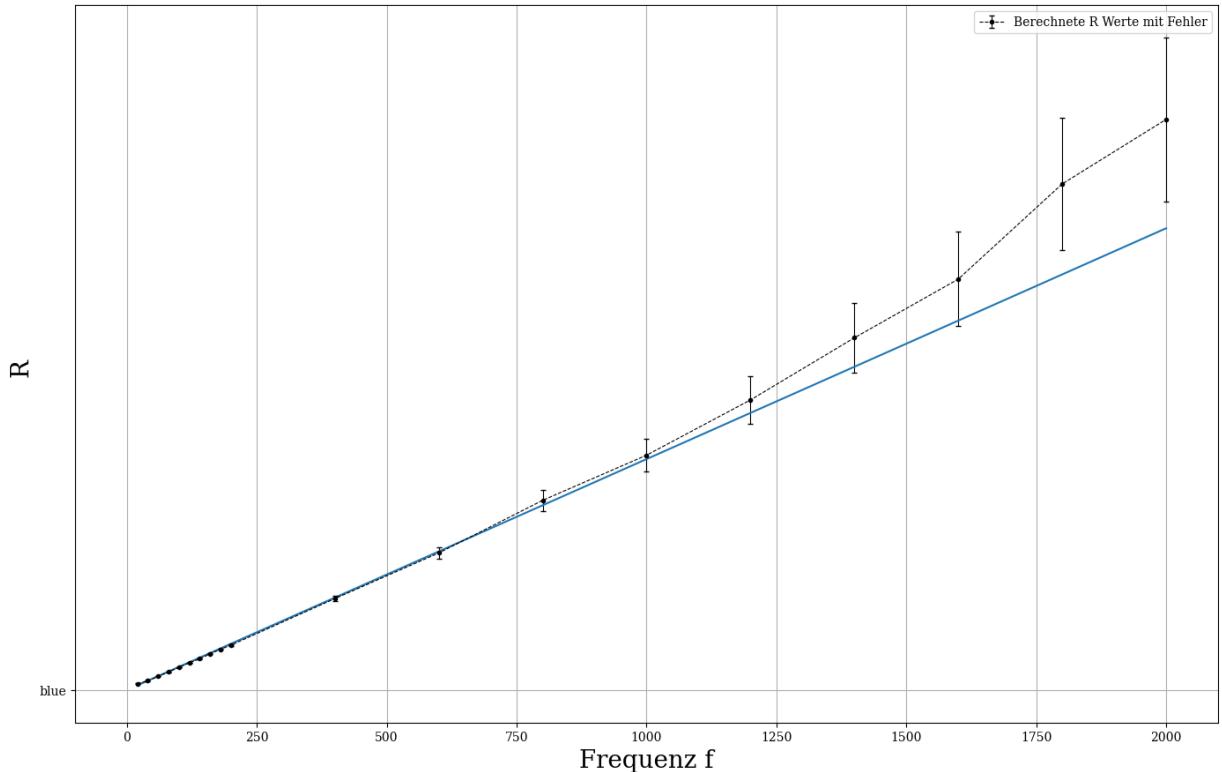
```

plt.legend()
plt.tight_layout()
plt.savefig('induktivität.pdf', format='PDF')
print('a: ', p3[0], 'err:', p3_err[0])

def L(a):
    return (a/(2 * np.pi))
print('L: ', L(p3[0]), '+-', L(p3_err))

```

a: 0.012408103171996483 err: 0.00027337035037839686  
L: 0.0019748109542174663 +- [4.35082426e-05]



In [8]: #Erdmagnetfeld ohne Kompensation

```

import math
f=11.73
Be = 66e-3 /(A *N *2 *math.pi *f)
d_Be = math.sqrt((2e-3/(A *N *2 *math.pi *11.73))**2 + (66e-3 * 0.2/(A *N *2 *math.pi *f))**2)
print('Be', Be, '+-', d_Be)

```

Be 5.368710782813694e-05 +- 1.8667265406262284e-06

In [9]: #Erdmagnetfeld mit Kompensation

```

Ui = 45e-3 #mV
dUi = 0.2e-3
I = 58e-3 #A
dI = 0.4e-3
f = 22 #Hz
df = 1.1
R = Ui / I
mü = 1.25663706212 * 10**(-6)

Bhor = Ui /(A * N *2 *math.pi * f)
dBhor = Bhor * np.sqrt((dUi/Ui)**2+(df/f)**2)
Bvert = (4/5)**(3/2) * mü * N * I / R
dBvert = Bvert*(dI/I)
w = math.atan(Bvert/Bhor)
dw = (1/(1+(Bvert/Bhor)**2))*np.sqrt((dBvert/Bhor)**2+(dBhor*Bvert/Bhor**2)**2)
print('Bvert: ', Bvert, "+-", dBvert, 'Bhor: ', Bhor, '+-', dBhor, 'omega: ', w * 3)

```

Bvert: 0.00026887369122799404 +- 1.854301318813752e-06 Bhor: 1.9517038475951845e-05 +- 9.796995559670906e-07 omega: 85.8482881264758 +- 0.2096261980544034