

T5. Rezolvarea ecuației Sylvester discrete

$$AXB + X = C$$

unde $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ sunt date. Modul de rezolvare este descris în [CNA, sec.1.3, p.25]. Programul va fi testat cu matrice aleatoare cu dimensiune cel puțin 5 și $m \neq n$.

În primul rând, după indicațiile din CNA am implementat algoritmul de rezolvare a ecuației Sylvester discrete în varianta Schur-Schur, care se găsește în SS.m.

Apoi, după recomandările din CNA am elaborat varianta Hessenberg-Schur, puterea de calcul al algoritmului inițial stând în aducerea celor 2 matrici A și B la forma Schur. În sensul acesta, în varianta Hessenberg-Schur, care se găsește în documentul HS.m, se renunță la aducerea la două forme Schur, în schimb, am adus matricea A la formă superior Hessenberg folosind algoritmul HQ. Având în vedere această modificare, în algoritmul HS se vor rezolva n sisteme de tip Hessenberg, inițial în varianta Schur-Schur sistemele erau triunghiulare. Pentru aceasta am folosit algoritmul sl_gpp de rezolvare a unui sistem liniar, modificând gpp-ul pentru a funcționa strict pentru matrici de tip Hessenberg, sporind performanța.

Pentru verificare am generat 3 matrici random de diferite dimensiuni. Și am calculat diferența dintre matricea C generată de matlab, și rezultatul lui $AXB+X$, **cu X rezultat din** algoritm.

```
A=rand(8,8);  
B=rand(6,6);  
C=rand(8,6);  
X = HS(A, B, C);  
Cx == A*X*B+X  
C  
eroarea == norm(C-Cx, 'fro')
```

Cx =

| | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.8280 | 0.2630 | 0.9805 | 0.9295 | 0.7475 | 0.3565 |
| 0.2934 | 0.6806 | 0.2348 | 0.4095 | 0.7485 | 0.5464 |
| 0.3094 | 0.2337 | 0.5286 | 0.0003 | 0.5433 | 0.3467 |
| 0.5230 | 0.4564 | 0.0514 | 0.5409 | 0.3381 | 0.6228 |
| 0.3253 | 0.3846 | 0.7569 | 0.2077 | 0.8323 | 0.7966 |
| 0.8318 | 0.5386 | 0.6020 | 0.2193 | 0.5526 | 0.7459 |
| 0.8103 | 0.9917 | 0.8572 | 0.3258 | 0.9575 | 0.1255 |
| 0.5570 | 0.7552 | 0.9883 | 0.0959 | 0.8928 | 0.8224 |

C =

| | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.8280 | 0.2630 | 0.9805 | 0.9295 | 0.7475 | 0.3565 |
| 0.2934 | 0.6806 | 0.2348 | 0.4095 | 0.7485 | 0.5464 |
| 0.3094 | 0.2337 | 0.5286 | 0.0003 | 0.5433 | 0.3467 |
| 0.5230 | 0.4564 | 0.0514 | 0.5409 | 0.3381 | 0.6228 |
| 0.3253 | 0.3846 | 0.7569 | 0.2077 | 0.8323 | 0.7966 |
| 0.8318 | 0.5386 | 0.6020 | 0.2193 | 0.5526 | 0.7459 |
| 0.8103 | 0.9917 | 0.8572 | 0.3258 | 0.9575 | 0.1255 |
| 0.5570 | 0.7552 | 0.9883 | 0.0959 | 0.8928 | 0.8224 |

eroarea =

5.5309e-15

```
1 - A=rand(5,5);
2 - B=rand(7,7);
3 - C=rand(5,7);
```

Command Window

Cx =

| | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.8772 | 0.4292 | 0.3775 | 0.3111 | 0.0093 | 0.2085 | 0.3541 |
| 0.7849 | 0.3343 | 0.7350 | 0.0712 | 0.9150 | 0.4550 | 0.7804 |
| 0.4650 | 0.5966 | 0.9541 | 0.1820 | 0.6427 | 0.1273 | 0.4367 |
| 0.8140 | 0.9020 | 0.5428 | 0.0930 | 0.0014 | 0.0086 | 0.4366 |
| 0.8984 | 0.7021 | 0.5401 | 0.4635 | 0.0304 | 0.7271 | 0.0492 |

C =

| | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.8772 | 0.4292 | 0.3775 | 0.3111 | 0.0093 | 0.2085 | 0.3541 |
| 0.7849 | 0.3343 | 0.7350 | 0.0712 | 0.9150 | 0.4550 | 0.7804 |
| 0.4650 | 0.5966 | 0.9541 | 0.1820 | 0.6427 | 0.1273 | 0.4367 |
| 0.8140 | 0.9020 | 0.5428 | 0.0930 | 0.0014 | 0.0086 | 0.4366 |
| 0.8984 | 0.7021 | 0.5401 | 0.4635 | 0.0304 | 0.7271 | 0.0492 |

eroarea =

3.1924e-15

```
Test.m x gpp_hess.m x HS.m x s_sup_tr.m x SL_GPP.m x SS.m x
1 - A=rand(25,25);
2 - B=rand(20,20);
3 - C=rand(25,20);
```

| Command Window | | | | | |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.5483 | 0.3262 | 0.1226 | 0.6568 | 0.8610 | 0.0486 |
| 0.7493 | 0.8808 | 0.1238 | 0.9904 | 0.2839 | 0.1692 |
| 0.8419 | 0.1334 | 0.2845 | 0.0337 | 0.6154 | 0.2584 |

```

eroarea =

1.5189e-13

```

```
Test.m x gpp_hess.m x
1 - A=rand(15,15);
2 - B=rand(85,85);
3 - C=rand(15,85);
```

| Command Window | |
|----------------|--|
| 0.5974 | |
| 0.2106 | |

```

eroarea =

1.2324e-12

```

```

- A=rand(150,150);
- B=rand(100,100);
- C=rand(150,100);
```

| Command Window | |
|----------------|--------|
| 0.5435 | 0.3569 |

```

eroarea =

4.2251e-11

```