

### 1.3.2 Sistemul de criptare afin

$\mathcal{P} = \mathcal{C} = Z_{26}$ ,  $\mathcal{K} = \{(a, b) \mid a, b \in Z_{26}, \text{cmmdc}(a, 26) = 1\}$ ,  
iar funcțiile de criptare și decriptare (pentru o cheie  $K = (a, b)$ ) sunt

$$e_K(x) = ax + b \pmod{26}, \quad d_K(y) = a^{-1}y + a^{-1}(26 - b) \pmod{26}$$

Condiția ca  $a$  să fie prim cu 26 asigură existența lui  $a^{-1}$  în  $Z_{26}$ .

Pentru  $a = 3$ ,  $b = 5$  funcția de criptare este  $e_K(x) = 3x + 5$ , care poate fi reprezentată prin tabelul:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
5	8	11	14	17	20	23	0	3	6	9	12	15	18	21	24	1	4	7	10	13	16	19	22	25	2

sau – scris direct pentru caractere

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
F	I	L	O	R	U	X	A	D	G	J	M	P	S	V	Y	B	E	H	K	N	Q	T	W	Z	C

PRIMAVARA TARZIE – YEDPFQFEF KDEC DR.

Deoarece  $3^{-1} = 9 \pmod{26}$ , decriptarea se realizează matematic folosind funcția  $d_K(x) = 9x + 7$

(sau – practic – inversând cele două linii ale tabelului de mai sus).

Condiția  $\text{cmmdc}(a, 26) = 1$  asigură injectivitatea aplicației  $e_K$ .

De exemplu, pentru  $e_K(x) = 10x + 1$ ,  $A$  și  $N$  se transformă ambele în  $B$ , iar  $O$  nu apare ca imagine în alfabetul substituției.

Spațiul cheilor  $\mathcal{K}$ : O cheie  $K \in \mathcal{K}$  este determinată de valorile întregi  $(a, b)$  cu  $\text{cmmdc}(a, 26) = 1$ . Sunt posibile 12 valori pentru  $a$ :

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, 15, 19, 21, 23, 25$$

Pentru  $b$  sunt posibile 26 valori, care se iau independent de  $a$ , cu singura excepție  $a = 1$ ,  $b = 0$  (care se exclude deoarece nu conduce la nici o criptare).

Deci  $\text{card}(\mathcal{K}) = 311$ .