Laborator 3.

- Acest laborator se poate lucra cu Octave.
- Veti pregati un fisier text care va contine raspunsurile la fiecare cerinta (in functie de intrebare, comanda matlab, valoarea numerica obttinuta, linii de cod, explicatii teoretice, etc)
- Apoi veti accesa testul Laborator3-raspunsuri de pe Moodle. Acesta contine numai o casuta text in care veti face copy/paste la raspunsurile dvs.
- Acest test valoreaza 15 procente din nota finala

Polinoamele Cebasev

1) Executati in Matlab comanda

   a=rand+2

   Scrieti valoarea a obtinuta.

2) Care sunt radacinile polinomului Cebasev de grad 7? Stocati aceste radacini in vectorul linie z. Care sunt nodurile din intervalul [-a,a] corespunzatoare acestor radacini? Stocati aceste noduri in vectorul linie x. Afisati z si x.

3) Evaluati functia $f(t) = \frac{1}{1+25t^2/a^2}$ in x si stocati valorile obtinute in y. Scrieti comanda Matlab si rezultatul ei.

4) Calculati coeficientii polinomului Lagrange de interpolare a datelor (x,y). Scrieti comanda Matlab si rezultatul ei.

5) Faceti graficul acestui polinom si al functiei f pe intervalul [-a,a]. Scrieti comanda Matlab.

6) Refaceti calculele de mai sus inlocuind polinomul Cebasev de grad 7 cu cel de grad 11. Ce interpolant aproximeaza mai bine functia f? Scrieti comenzile Matlab.

Interpolantul spline cubic natural

Fie tabelul de date

```
x | x1 x2 ... xn
------------------------
y | y1 y2 ... yn
```

Interpolantul spline cubic natural $s : [a, b] \to R$ are proprietatea ca

1. $s(x_i) = y_i$, $i = 1..n$
2. $s|_{[x_i,x_{i+1}]} = p_i$ este polinom de grad cel mult 3.
3. $s \in C^2[x_1, x_n]$
4. $s''(x_1) = s''(x_n) = 0$

La curs au fost date formulele pentru p_i $i = 1..n-1$ depinzand de niste coeficienti $a_1, a_2, ...a_n$, unde $a_1 = a_n = 0$. S-a arata de asemenea ca acesti coeficienti satisfac un sistem de forma

$$Aa = b$$

unde $a = [a_1, ..., a_n]'$ este vectorul necunoscutelor iar matricea A si termenul liber b sunt date de niste formule. La final, dupa rezolvarea sistemului $Aa = b$ se va cunoaste formula analitica a fiecarui polinom p_i, altfel spus se va cunoaste formula analitica a interpolantului s pe fiecare interval $[x_i, x_{i+1}]$, $i = 1..n-1$].

Evaluarea unei astfel de functii intr-o valoare data x0 se poate face prin detectarea intervalului $[x_i, x_{i+1}]$ in care se afla valoarea $x0$ si apoi se pune $s(x0) = p_i(x0)$.

Cerinta 1 Scrieti un cod care sa calculeze coeficientii $a = [a_1, ..., a_n]$ coespunzatori unui tabel arbitrar dat

```
x | x1 x2 ... xn
------------------------
y | y1 y2 ... yn
```

codul va arata asa

```
%==========================
function a=natsplinecoef(x,y)

%construieste matricea A conform formulelor de la curs

%construieste vectorul b conform formulelor de la curs
a=A\b;

end
%===========================
```

Cerinta 2 Scrieti un cod care, dat fiind un tabel arbitrar

```
x | x1 x2 ... xn
------------------------
y | y1 y2 ... yn
```

si un vector xval de valori arbitrare intre x_1 si x_n, va evalua interpolantul spline cubic natural corespunzator acestui tabel in toate valorile din xval iar valorile obtinute se vor stoca in vectorul yval.

Codul ar trebui sa arate asa

```
%==========================
function yval=natspline(x,y,xval)
```

```
%initializam yval
yval=xval;

%determinam coeficientii interpolantului spline
a=natsplinecoef(x,y);

  for(i=1:length(xval))
    %determinam indexul primului interval [x_k,x_(k+1)] in care se afla xval(i)
    k=sum(x<=xval(i));

    if(k==n) k=n-1; end%***


    %evaluam s in xval(i).Atentie!!! p_k trebuie inlocuit cu formula corespunzatoare
    %prezentata la clasa.
    yval(i)= p_k (xval(i))
  end

end
%==========================
```

Cerinta 3 Verificati codul pe tabelul x=[1 2 3 4 5] y=[2 3 4 5 6] si xval [1.5 2.5 3.5] Comanda natspline(x,y,xval) ar trebui sa returneze valorile

[2.5 3.5 4.5]

Explicati de ce.

Remarca: Comanda matlab dedicata pentru evaluarea functiei spline cubica naturala este

```
pp=csape(x,y,'second');%aflam coef lui s pe fiecare subinterval, apoi evaluam in xval
yval=ppval(pp,xval)
```

Cerinta 4 Faceti graficul interpolantului spline cubic natural pentru valorile din tabelul x=[1 2 3 4 5] y=[1 1.2 1.4 1 2] Reprezentati si punctele interpolate. Scrieti comenzile Matlab.

Cerinta 5 Dupa cum s-a vazut la curs, interpolantul spline cubic natural rezulta prin impunerea a doua conditii suplimentare

$$s''(x_1) = s''(x_n) = 0$$

pentru a obtine un sistem compatibil determinat.

Alte conditii produc alti interpolanti spline, de pilda, daca in loc de $s''(x_1) = s''(x_n) = 0$ vom impune 2 conditii

$$p_1'''(x_2) = p_2'''(x_2), p_{n-2}'''(x_{n-1}) = p_{n-1}'''(x_{n-1}) \tag{1}$$

acesta e interpolantul evaluat cu comanda matlab
spline(x,y,xval)
iar daca vom impune alte doua conditii de tipul

$$s'(x_1) = k_1, s'(x_n) = k_n \tag{2}$$

unde k_1, k_n sunt date atunci interpolantul care rezulta este evaluat in xval cu comanda matlab

```
spline(x, [k1,y,kn],xval)
```

Trebuie spus ca pentru calculul concret al acestor interpolanti, codul nostru presupune numai modificarea primei si ultimei linii din matricea A si a primei si ultimei componente din termenul liber b.
Vom incerca sa vedem care e diferenta intre interpolantii spline de diferite tipuri.
Corespunzator tabelului
x=[1 2 3 4 5]
y=[1 1.2 1.4 1 2]
xval=1:0.1:5
evaluati interpolantul spline cubic natural in xval si de asemenea interpolantul spline in xval calculat cu conditiile suplimentare (2) (folositi comanda spline).
Apoi calculati norma $|| \ ||_\infty$ a diferentei dintre cei doi vectori produsi.