

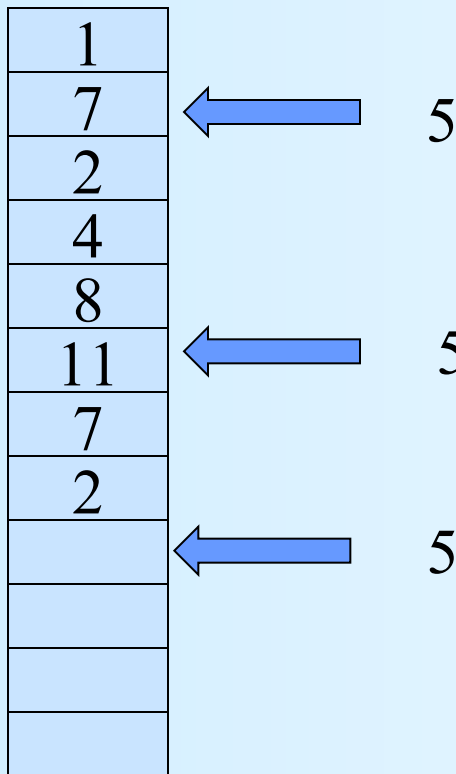
Algorytmy i struktury danych

struktury rekurencyjne
tablice, listy,
stosy, kolejki

Tablica – struktura o swobodnym dostępie

C/C++

```
const int MAX = 12;  
int Data[MAX] =  
    {1,7,2,4,8,11,7,2};
```



Pseudokod

```
Data = [1,7,2,4,8,11,7,2,0,0,0,0]  
# defacto w Pythonie nazywa się to lista
```

```
Data[5] = 5  
int i = 1  
Data[i] = 5  
Data[i+2] = 5
```

Jeszcze o pseudokodzie

- ✓ zakres w Pythonie jest listą i jest indeksowany od 0
- ✓ czas dostępu jest jak dla listy (tj. $O(n)$)
- ✓ sprawdzanie długości możliwe jest funkcją `len`
- ✓ iterowanie

for element in A :

- ✓ do definiowania zakresów służy funkcja **range**

range(1,10) zwraca zakres 1,2,3,4,5,6,7,8,9
range(1,9,4) zwraca zakres 1, 5
range(5,3) zwraca zakres []
range(5,3,-1) zwraca zakres [5, 4]

Kod działa, ale w Pythonie podane dla tablic czasy nie są prawdziwe gdyż w Pythonie zapis [] oznacza listę

Jeszcze o pseudokodzie

- ✓ zmiany parametrow w Pythonie nie "wydostaja sie poza funkcje". Mimo to w pseudokodzie unikać będziemy ich zmian.
- ✓ W Pythonie nie trzeba zwalniać pamięci i w związku z tym pseudokod kod nie będzie obejmować takich operacji

Tablica – podstawowe operacje

- ✓ Struktura o dostępie swobodnym

Operacje

- ✓ Zapis - $\Theta(1)$:
 - `A[i] = newValue`
- ✓ Odczyt - $\Theta(1)$:
 - `value = A[i]`
 - `if value == A[i]`
- ✓ Przeszukiwanie - $O(n)$ lub $O(\log n)$ w zależności od uporządkowania
 - `for e in A : ...`
 - `for i in range(0, len(a)) :`
 - `if A[i] == s : ...`
 - `element = find(A, pattern)`

Tablica – dodatkowe operacje

- ✓ Wstawianie - $O(n)$ – n = liczba elementów przed

```
for i in range(n-1, k, -1) : A[i+1] = A[i]  
A[k] = newElement
```

- ✓ Zmiana rozmiaru - $\Theta(n)$:

C/C++ :

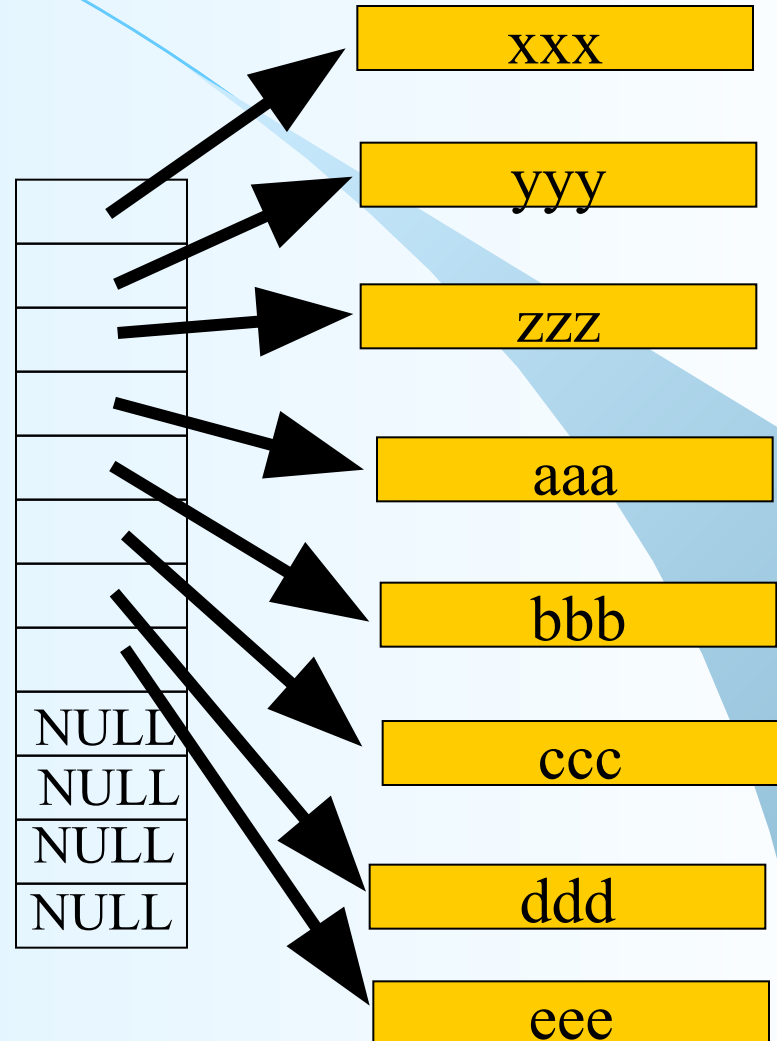
```
Resize(A, newSize)  
{  
    tmp = alokuj_nowa_tablice  
    kopiuj_elementy_z_A_do_nowej_tablicy  
    zwolnij_A  
    return tmp  
}
```

Tablica wskaźników

C/C++ `ELEMENT Array[MAX];`

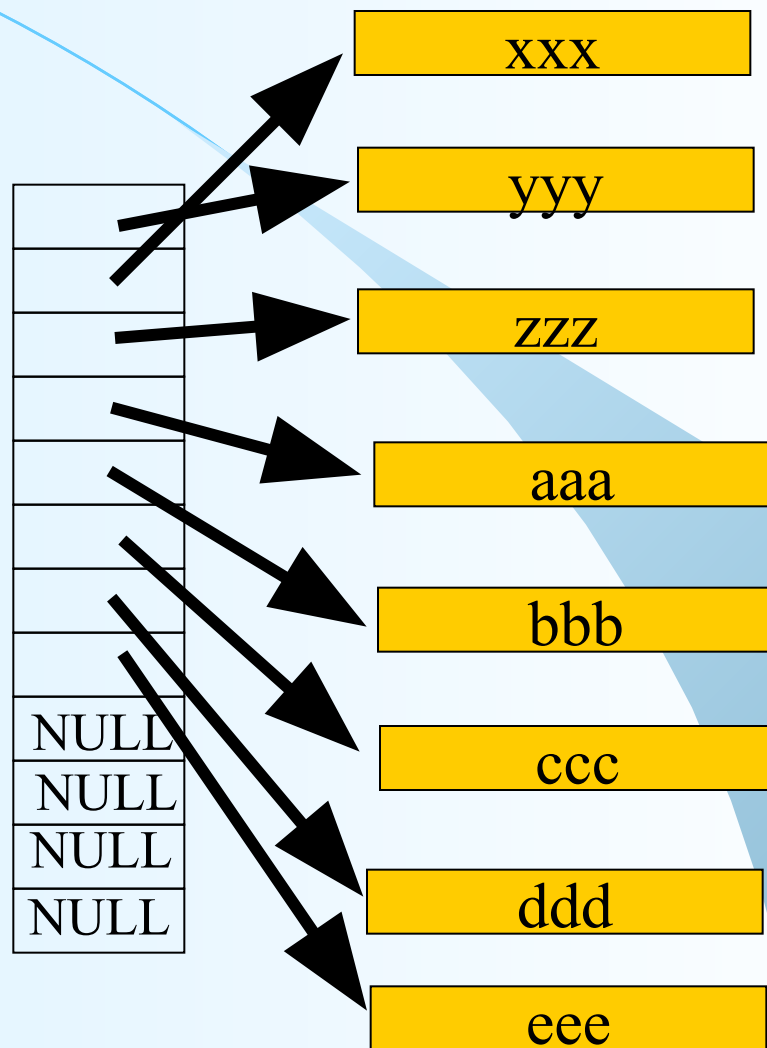
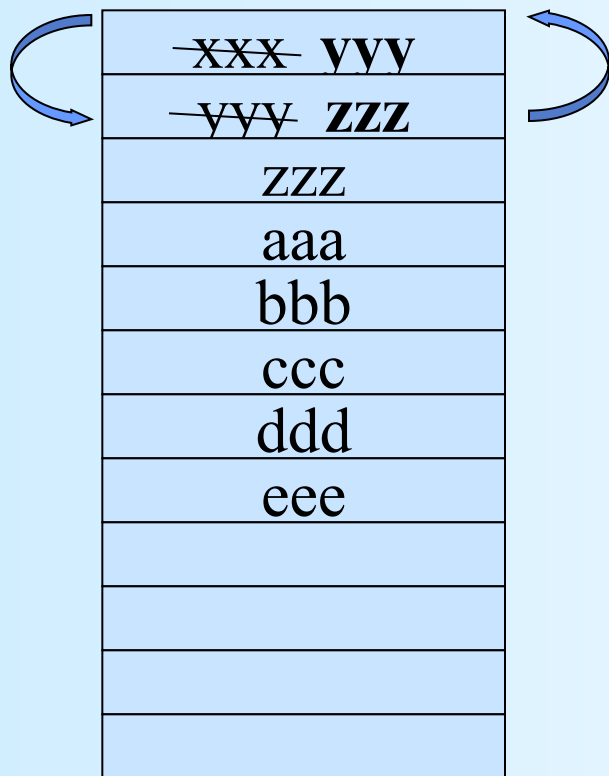
`ELEMENT *Array[MAX];`

xxx
yyy
zzz
aaa
bbb
ccc
ddd
eee



W jęz. Python, .Net, Java obiekty klas mają charakter wskaźników

Zamiana elementów



UWAGA

Musimy mieć na co pokazywać, można alokować pojedyncze elementy lub skorzystać z dodatkowej tablicy

`ELEMENT Array[...];`

NULL
NULL
NULL
NULL

xxx

yyy

zzz

aaa

bbb

ccc

ddd

eee

`ELEMENT tab[?];`

`C/C++ :`

```
Element *Array[MAX];  
for (i.... )  
    A[i] = new Element;
```

```
for (....)  
    Array[i] = &tab[j]
```

!! Należy wyzerować nieużywane komórki !!

Rekurencja danych

C/C++

```
typedef int DATA;  
typedef struct  
    SLNODE {  
        DATA data;  
        SLNODE *next;  
    } *PSLNODE;  
SLNODE OneElement;
```

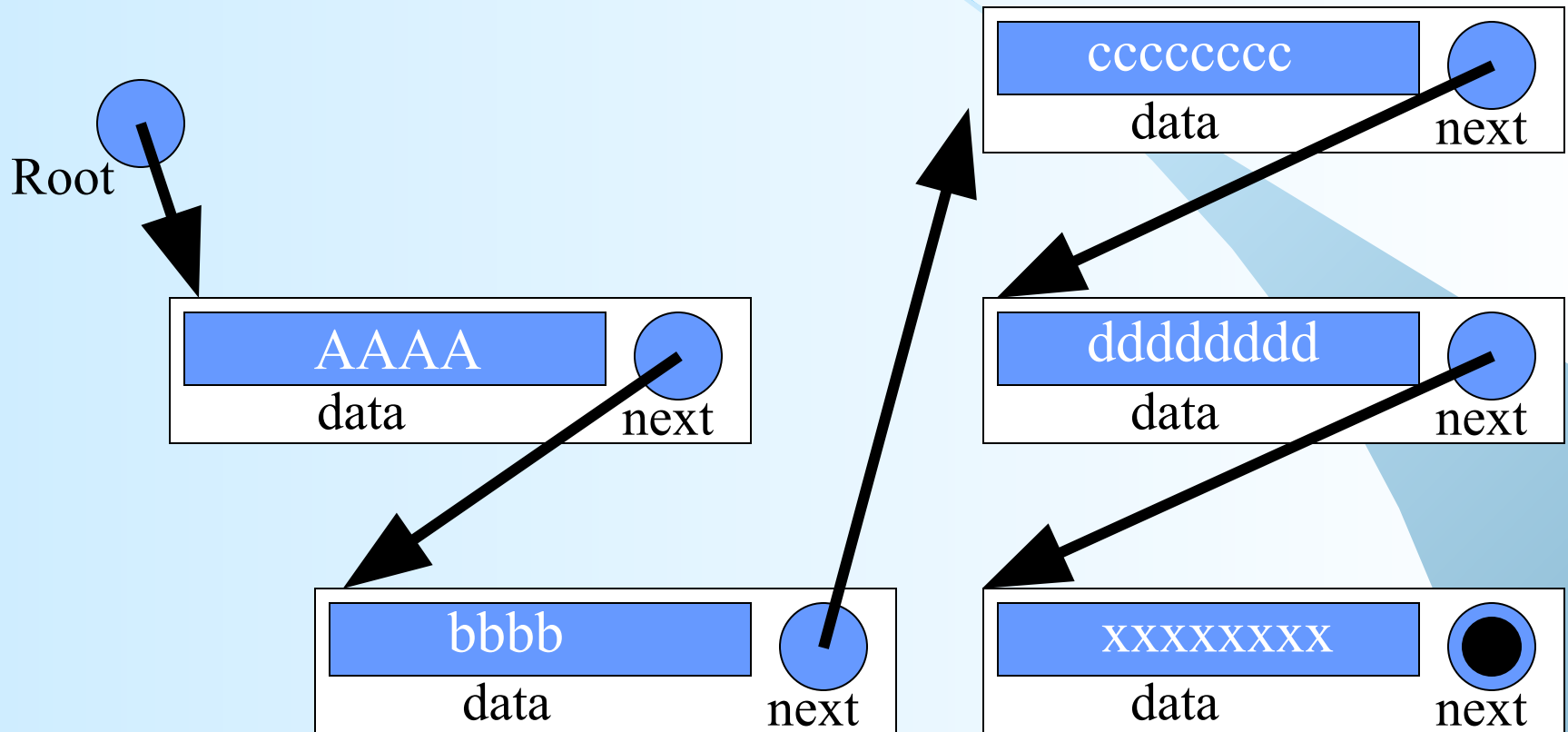
C/C++ - inaczej

```
typedef int DATA;  
struct SLNODE;  
typedef SLNODE *  
    PSLNODE;  
struct NODE {  
        DATA data;  
        PSLNODE next;  
    } OneElement;
```

Pseudokod :

```
class SLNODE :  
    data = None  
    next = None
```

Lista jednostronnie wiązana



Lista jednostronnie wiązana

```
class NODE :  
    data = None  
    next = None
```

```
def PrintList(firstNode) :  
    tmp = firstNode  
    while tmp != None :  
        print(tmp.data)  
        tmp = tmp.next
```

```
def GetListLen(firstNode) :  
    cnt = 0  
    tmp = firstNode  
    while tmp != None :  
        cnt = cnt+1  
        tmp = tmp.next  
    return cnt
```

Lista jednostronnie wiązana

```
def GetFirst(firstNode) :  
    if firstNode == None :  
        return None  
    return firstNode  
  
def GetLast(firstNode) :  
    if firstNode == None :  
        return None  
    tmp = firstNode  
    while tmp.next != None :  
        tmp = tmp.next  
    return tmp
```

Użycie :

```
lastNode = GetLast(list)
```

Lista jednostronnie wiązana

```
def AddFirst(firstNode, newNode) :  
    newNode.next = firstNode  
    return newNode
```

```
def AddLast(firstNode, newNode) :  
    newNode.next = None  
    if firstNode == None :  
        return newNode  
    tmp = firstNode  
    while tmp.next != None :  
        tmp = tmp.next  
    tmp.next = newNode  
    return firstNode
```

Użycie :

```
list = None  
newNode = Node()  
newNode.data = "abc"  
list = AddLast(list, newNode)
```

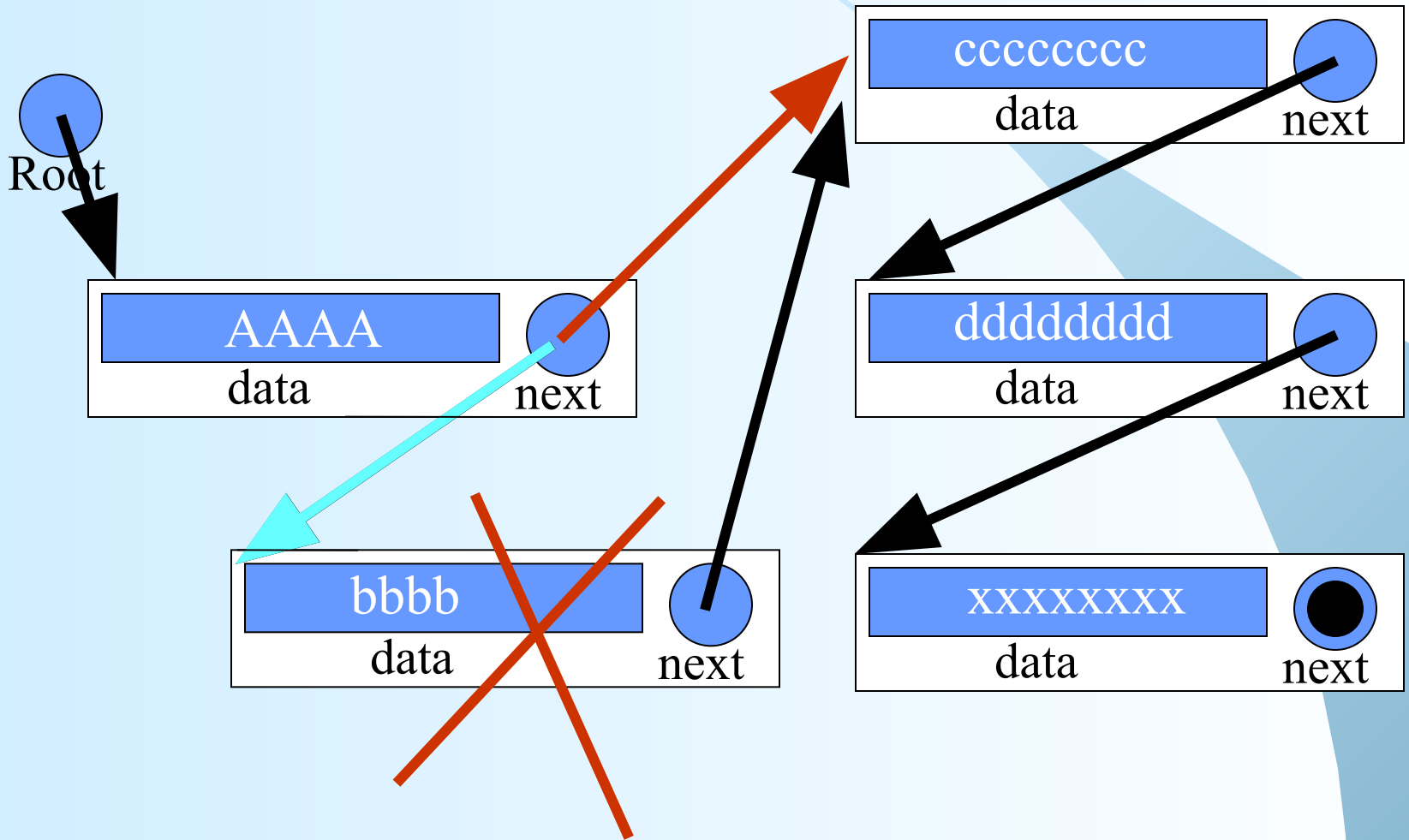
Lista jednostronnie wiązana

```
def RemoveFirst(firstNode) :  
    if firstNode == None :  
        return None  
    return firstNode.next  
  
def RemoveLast(firstNode) :  
    if firstNode == None :  
        return None  
    if firstNode.next == None :  
        return None  
    tmp = firstNode  
    while tmp.next.next != None :  
        tmp = tmp.next  
    tmp.next = None  
    return firstNode
```

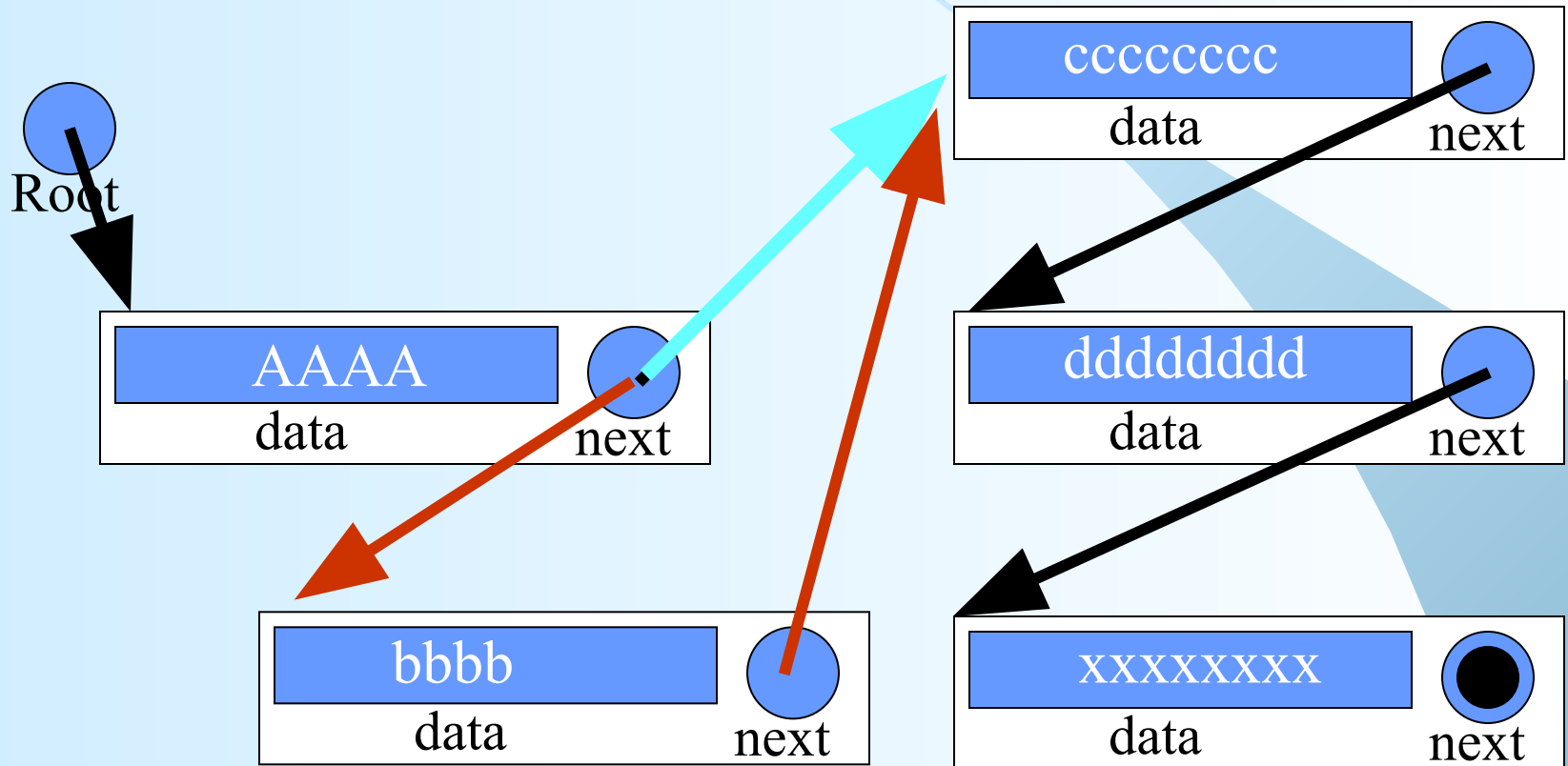
Użycie :

```
list = RemoveFirst(list)
```

Lista jednostronnie wiązana- usuwanie elementu



Lista jednostronnie wiązana - dodawanie elementu



Lista jednostronnie wiązana

```
def FindNode(firstNode, dataPattern) :  
    tmp = firstNode  
    while tmp != None :  
        if tmp.data == dataPattern :  
            return tmp  
    tmp = tmp.next  
    return None
```

```
def GetAtPos(firstNode, pos) :  
    #funkcja zwraca element na pozycji pos liczac od 0  
    #jesli nie ma tylu elementow zwraca None  
    tmp = firstNode  
    while tmp != None :  
        if pos == 0 :  
            return tmp  
        pos = pos - 1  
        tmp = tmp.next  
    return None
```

Lista jednostronnie wiązana

```
def InsertAfter(newNode, node) :  
    if node != None :  
        newNode.next = node.next  
        node.next = newNode  
  
def RemoveAfter(node) :  
    if node != None :  
        node.next = node.next.next
```

#POMIJAMY USUWANIE Z PAMIECI!

```
#InsertBefore i RemoveNode - wymagają  
# modyfikacji węzła wcześniejszego  
# Czyli szukać również trzeba węzła  
# wcześniejszego
```

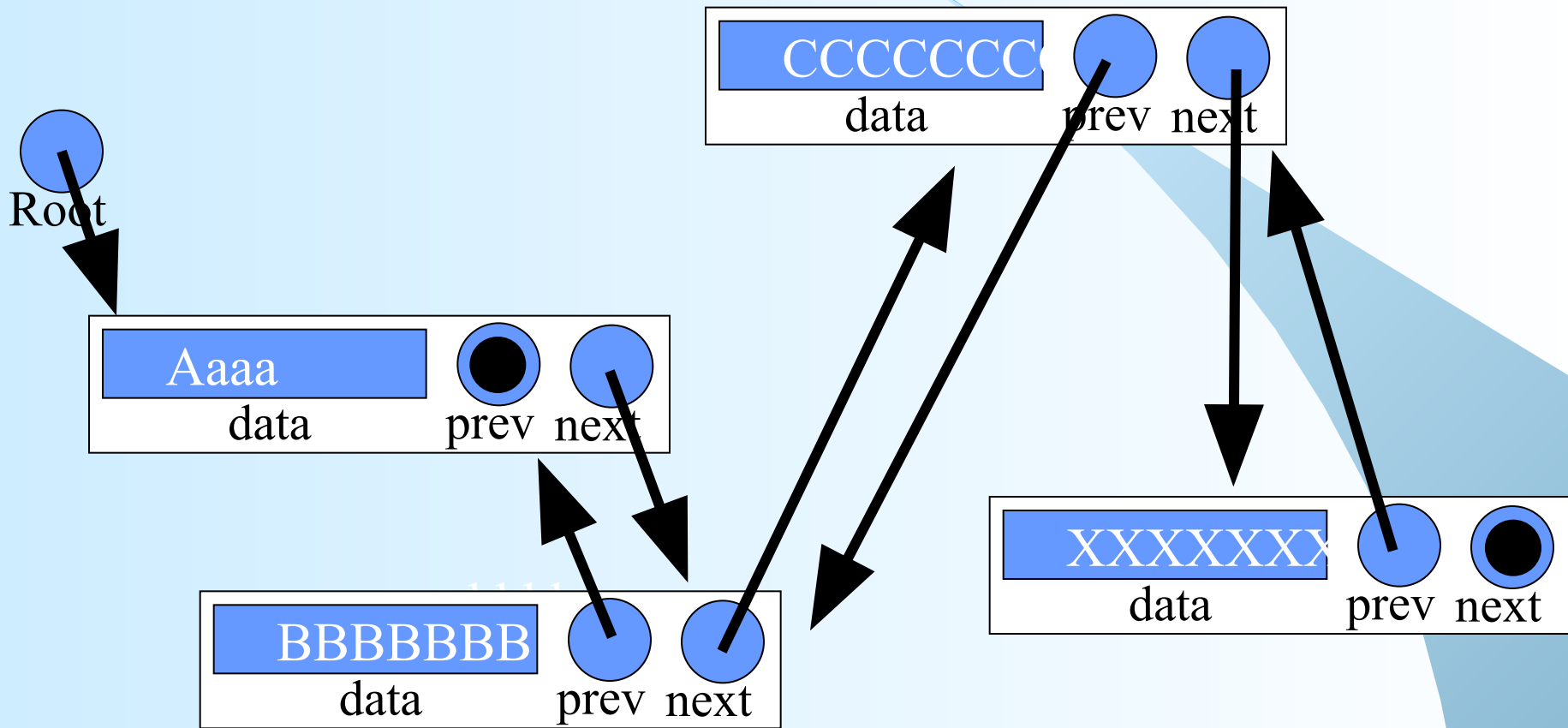
Lista jednostronnie wiązana

```
def InsertBefore(firstNode, newNode, dataPattern) :  
    if firstNode == None :  
        return firstNode  
    if firstNode.data == dataPattern :  
        newNode.next = firstNode  
        return newNode  
    tmp = firstNode  
    while tmp.next != None :  
        if tmp.next.data == dataPattern :  
            newNode.next = tmp.next  
            tmp.next = newNode  
            break  
        tmp = tmp.next  
    return firstNode
```

Lista jednostronnie wiązana

```
def RemoveNode(firstNode, dataPattern) :  
    if firstNode == None :  
        return firstNode  
    if firstNode.data == dataPattern :  
        return firstNode.next  
    tmp = firstNode  
    while tmp.next != None :  
        if tmp.next.data == dataPattern :  
            tmp.next = tmp.next.next  
            break  
        tmp = tmp.next  
    return firstNode
```

Lista dwustronnie wiązana



Lista dwustronnie wiązana

```
class DLNODE :  
    data = None  
    next = None  
    prev = None
```

Identyczne będą funkcje :

```
PrintList(list)  
GetListLen(list)  
GetFirst(list)  
GetLast(list)  
GetAtPos(list, pos)
```

Lista dwustronnie wiązana

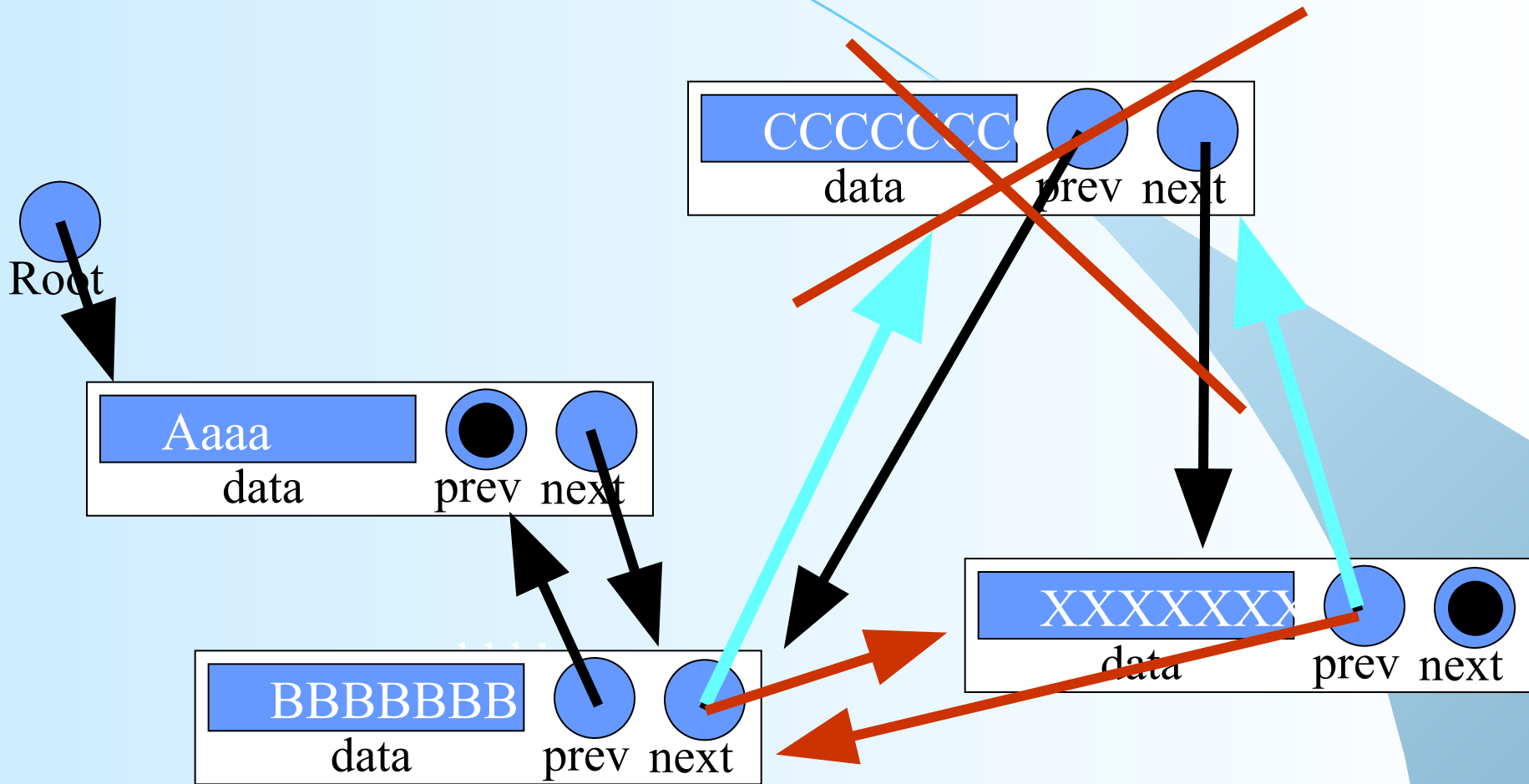
```
def AddFirst(firstNode, newNode) :  
    newNode.prev = None  
    newNode.next = firstNode  
    if firstNode != None :  
        firstNode.prev = newNode  
    return newNode
```

```
def AddLast(firstNode, newNode) :  
    last = GetLast(firstNode)  
    newNode.prev = last  
    if last == None :  
        return newNode  
    last.next = newNode  
    return firstNode
```

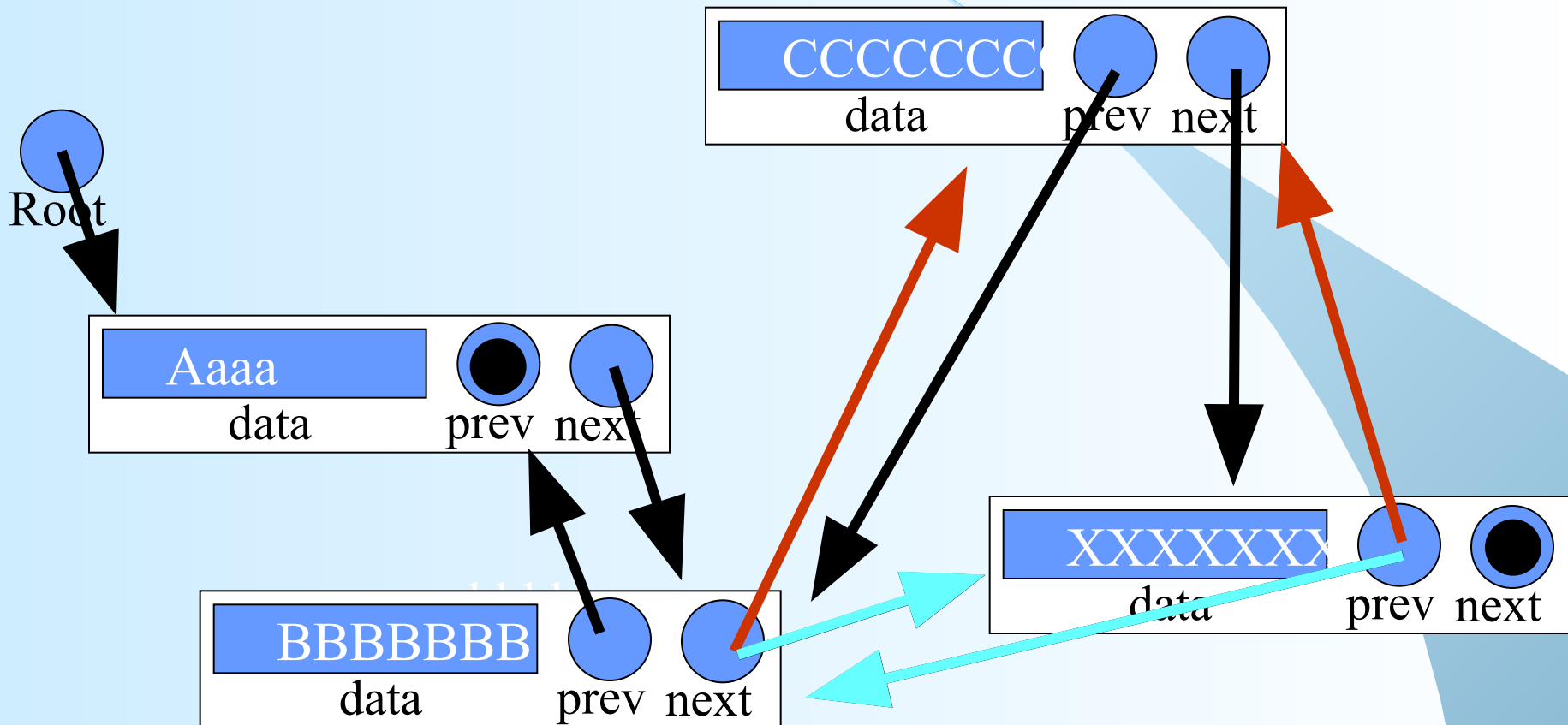
Użycie :

```
newNode = DLNODE()  
newNode.data = "ABC"  
list = AddLast(list, newNode)
```


Lista dwustronnie wiązana usuwanie elementu



Lista dwustronnie wiązana wstawianie elementu



Lista dwustronnie wiązana

```
def InsertAfter(newNode, node) :  
    if node == None :  
        return  
    newNode.next = node.next  
    newNode.prev = node  
    if node.next != None :  
        node.next.prev = newNode  
    node.next = newNode
```

```
def RemoveAfter(node) :  
    if node == None :  
        return  
    if node.next == None :  
        return  
    node.next = node.next.next  
    if node.next != None :  
        node.next.prev = node
```

Lista dwustronnie wiązana

```
def InsertBefore (firstNode, newNode, node) :  
    if node == None :  
        return firstNode  
    newNode.next = node  
    newNode.prev = node.prev  
    node.prev = newNode  
    if newNode.prev == None : #dodajemy wezel na pocz.  
        return newNode  
    newNode.prev.next = newNode  
    return firstNode
```

Użycie :

```
node = FindNode(list, whatToFind)  
list = InsertBefore(list, newNode, node)
```

Lista dwustronnie wiązana

```
def RemoveNode(firstNode, node) :  
    if node == None :  
        return firstNode  
    if node.next != None :  
        node.next.prev = node.prev  
    if node.prev == None : #tzn. firstNode==node  
        return node.next  
    node.prev.next = node.next  
    return firstNode
```

Użycie :

```
node = FindNode(list, whatToFind)  
list = RemoveNode(list, node)
```

Lista dwustronnie wiązana

```
def RemoveFirst(firstNode) :  
    return RemoveNode(firstNode, firstNode)
```

```
def RemoveLast(firstNode) :  
    last = GetLast(firstNode)  
    return RemoveNode(firstNode, last)
```

Użycie :

```
list = RemoveFirst(list)
```

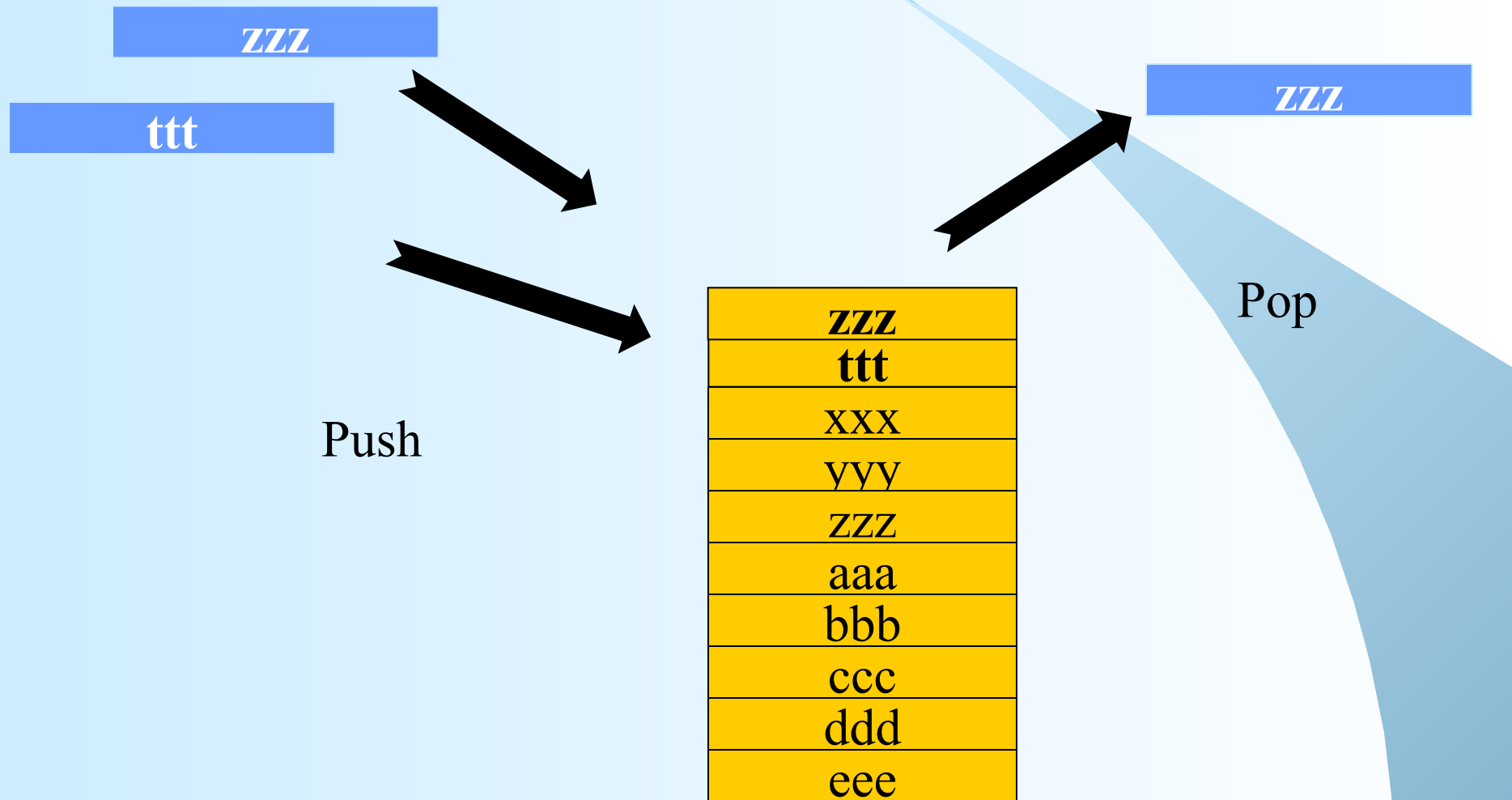
Lista - struktura o dostępie sekwencyjnym

Operacje :

- ✓ Przeszukiwanie - $O(n)$ (zależy ? od uporządkowania)
- ✓ Wstawianie na początek - $\Theta(1)$
- ✓ Usuwanie z początku - $\Theta(1)$
- ✓ Zapis na i-ta pozycję - $O(n)$: GetAt+InsertAfter
- ✓ Odczyt - $O(n)$: GetAt(list,i-1)
- ✓ Wstawianie na koniec $\Theta(n)$??
- ✓ Usuwanie z końca $\Theta(n)$??

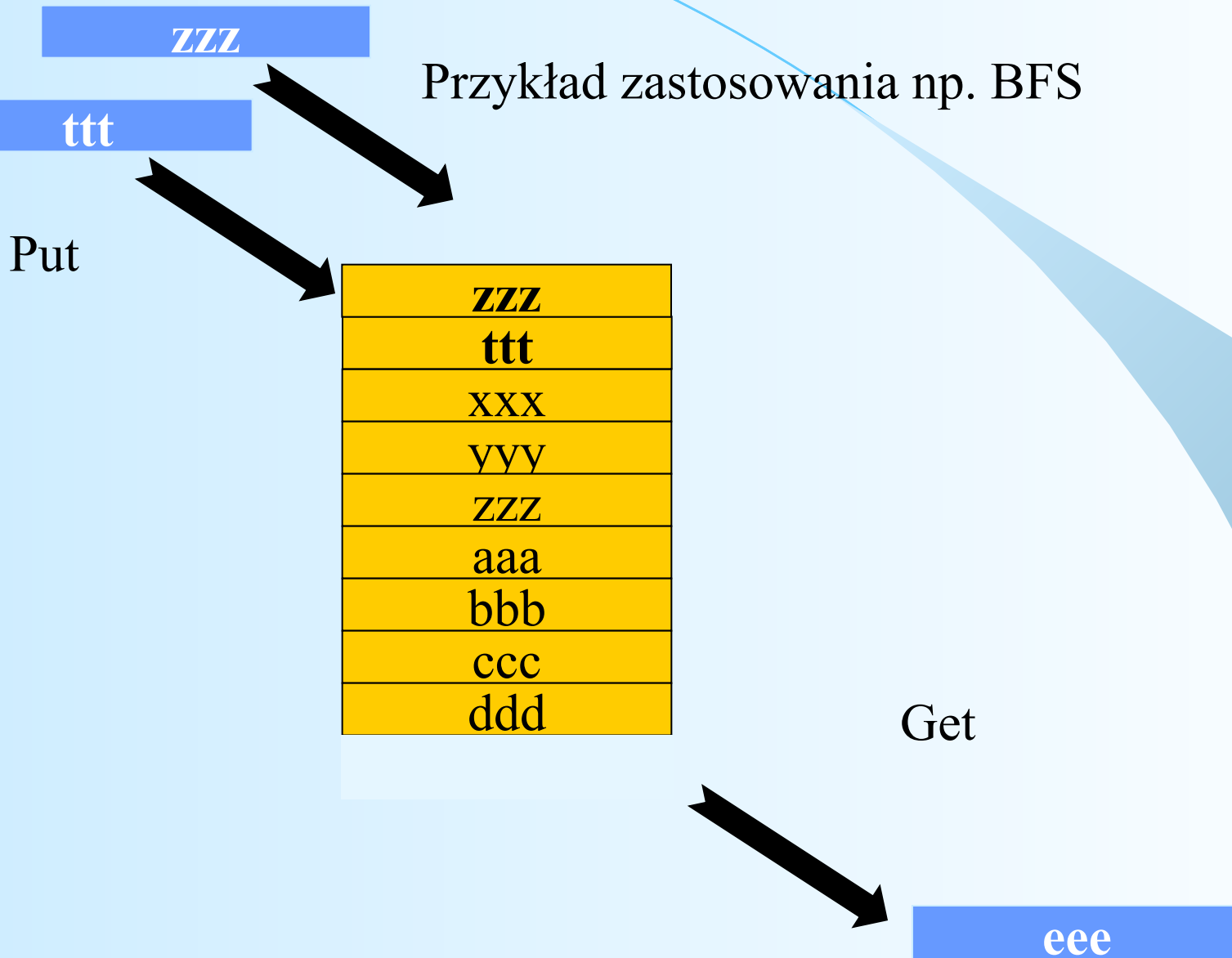
Stos - Last In First Out

Przykład zastosowania np. DFS



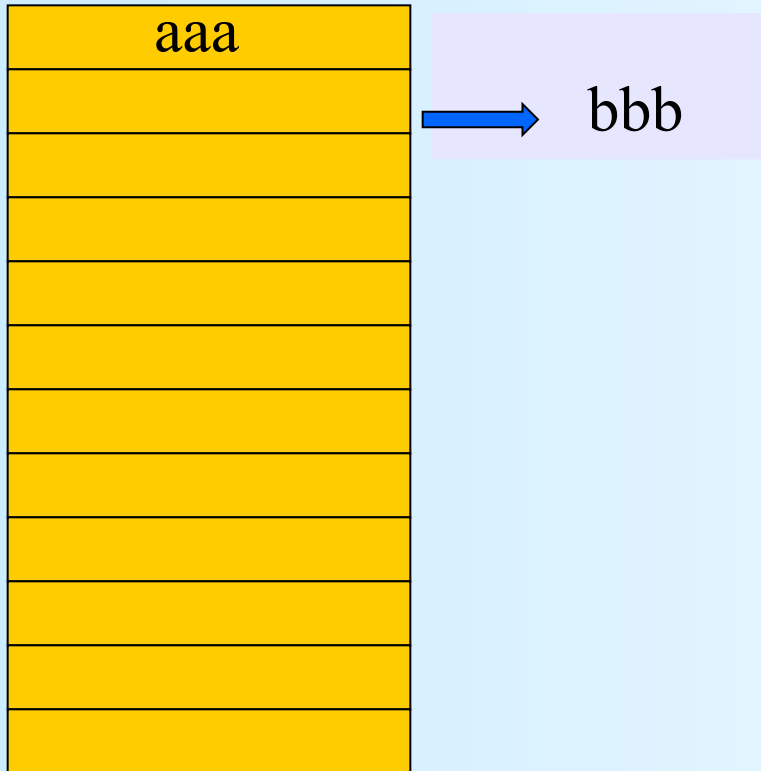
Kolejka - First In First Out

Przykład zastosowania np. BFS



Tablicowa realizacja stosu

array[MAX];



cnt

1

```
cnt=0
```

```
def Push(element) :
```

```
    if cnt < MAX
```

```
        array[cnt] = element
```

```
        cnt = cnt+1
```

```
    else :
```

```
        ERROR("przepelnienie")
```

```
def Pop()
```

```
    if cnt <= 0 :
```

```
        ERROR("stos pusty")
```

```
    else :
```

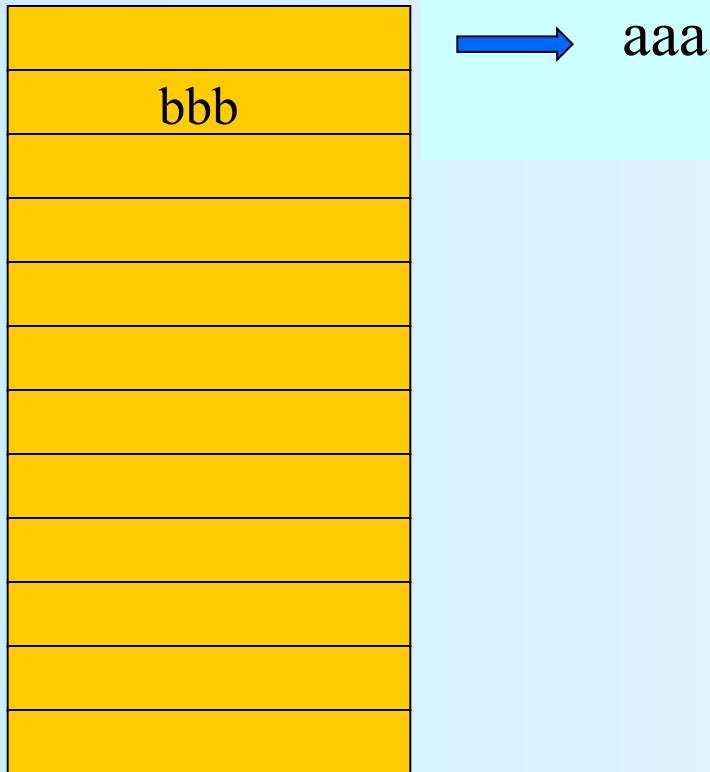
```
        cnt = cnt-1
```

```
        return array[cnt]
```

Problem : Ograniczona pojemność

Tablicowa realizacja kolejki

ELEMENT array[MAX];



Problem :

- ograniczona pojemność
- wędrujące elementy

Realizacja

- realokacji elementów po osiągnięciu końca buforu
- śledzenie początku i końca (skomplikowane) – tzw. bufor cykliczny

long Cnt

1

long First

1

Listowa realizacja stosu/kolejki

- ✓ Push \rightarrow AddFirst() $\Rightarrow \Theta(1)$
 - ✓ Put \rightarrow AddLast() $\Rightarrow \Theta(n)$ lub $O(1)$
 - ✓ Pop/Get \rightarrow GetFirst() + RemoveFirst() $\Rightarrow \Theta(1)$
-

Poniższy Push, Put same alokują nowy węzeł listy (tj. jako parametr otrzymują dane do umieszczenia na stosie/w kolejce)

```
def Push(stack, dataToStore) :  
    node = SLNODE()  
    node.data = dataToStore  
    return AddFirst(stack, node)
```

```
def Put(queue, dataToStore) :  
    node = DLNODE()  
    node.data = dataToStore  
    return AddLast(queue, node)
```

Listowa realizacja kolejki/stosu

Poniższe Get, Pop zwracają dane a nie węzły listy

Z : węzeł nie wymaga dealokacji (w C/C++ trzeba dodać)

```
def Pop(stack) :  
    ret = GetFirst(stack)  
    if ret == None :  
        ERROR("Struktura jest pusta")  
    return RemoveFirst(stack), ret.data
```

```
def Get(queue) :  
    ret = GetFirst(queue)  
    if ret == None :  
        ERROR("Kolejka jest pusta")  
    return RemoveFirst(queue), ret.data
```

Użycie :

```
stack,value = Pop(stack)
```

Listowa realizacja kolejki w czasie stałym

```
def Put(firstNode, lastNode, dataToStore) :  
    node = DLNODE()  
    node.data = dataToStore  
    node.next = None  
    node.prev = lastNode  
    if lastNode == None :    # kolejka byla pusta  
        return node, node  
  
    lastNode.next = node  
    return firstNode, node
```

Użycie :

```
start,end = Put(start, end, "abc")
```

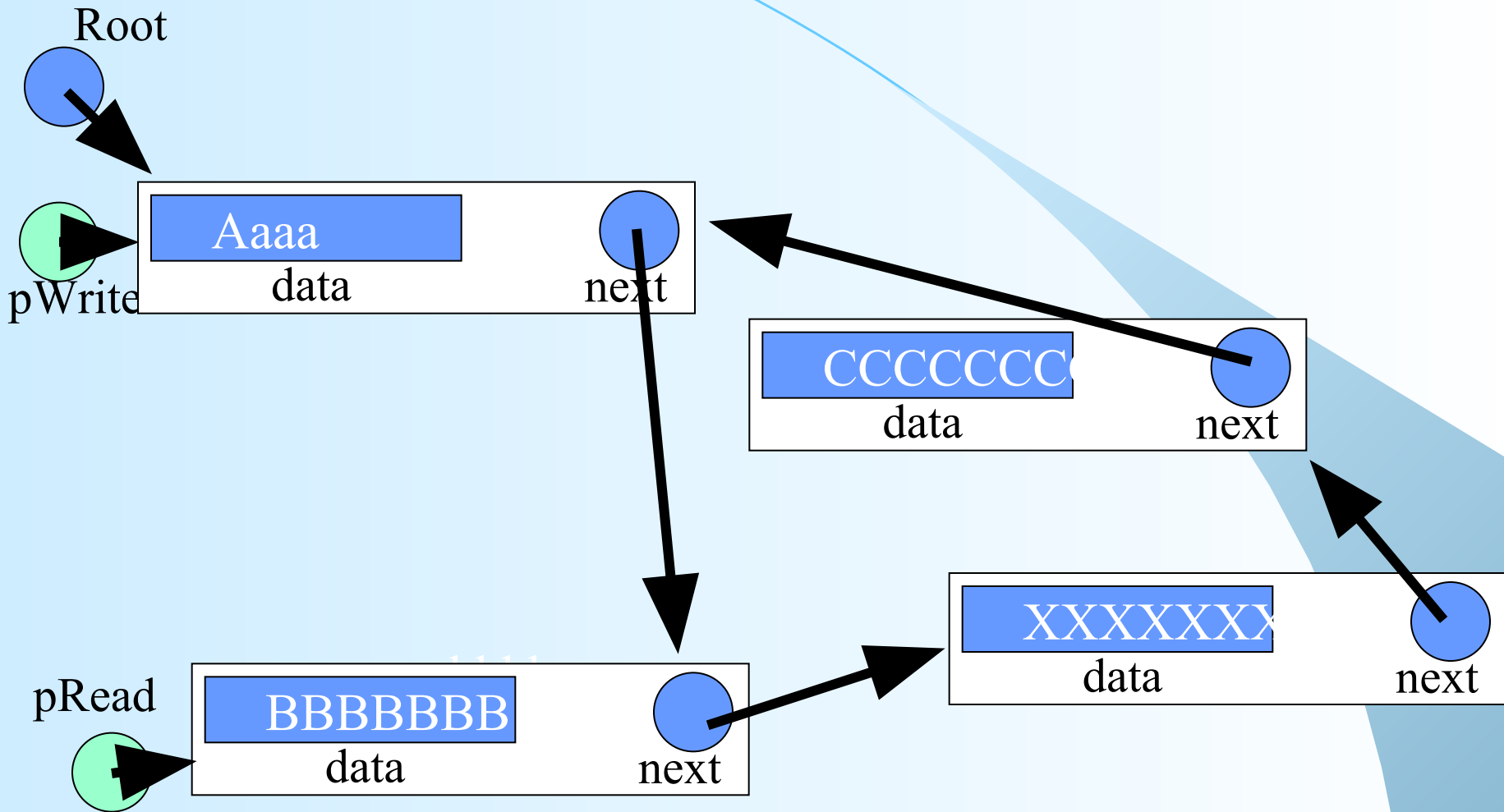
Listowa realizacja kolejki w czasie stałym

```
def Get(firstNode, lastNode) :  
    if firstNode == None :  
        ERROR("Kolejka jest pusta")  
    elif firstNode == lastNode :  
        return None, None, firstNode.data  
  
    if (firstNode.next == None) :  
        return None, None, firstNode.data  
  
    ret = firstNode.data  
    return RemoveFirst(firstNode), lastNode, ret
```

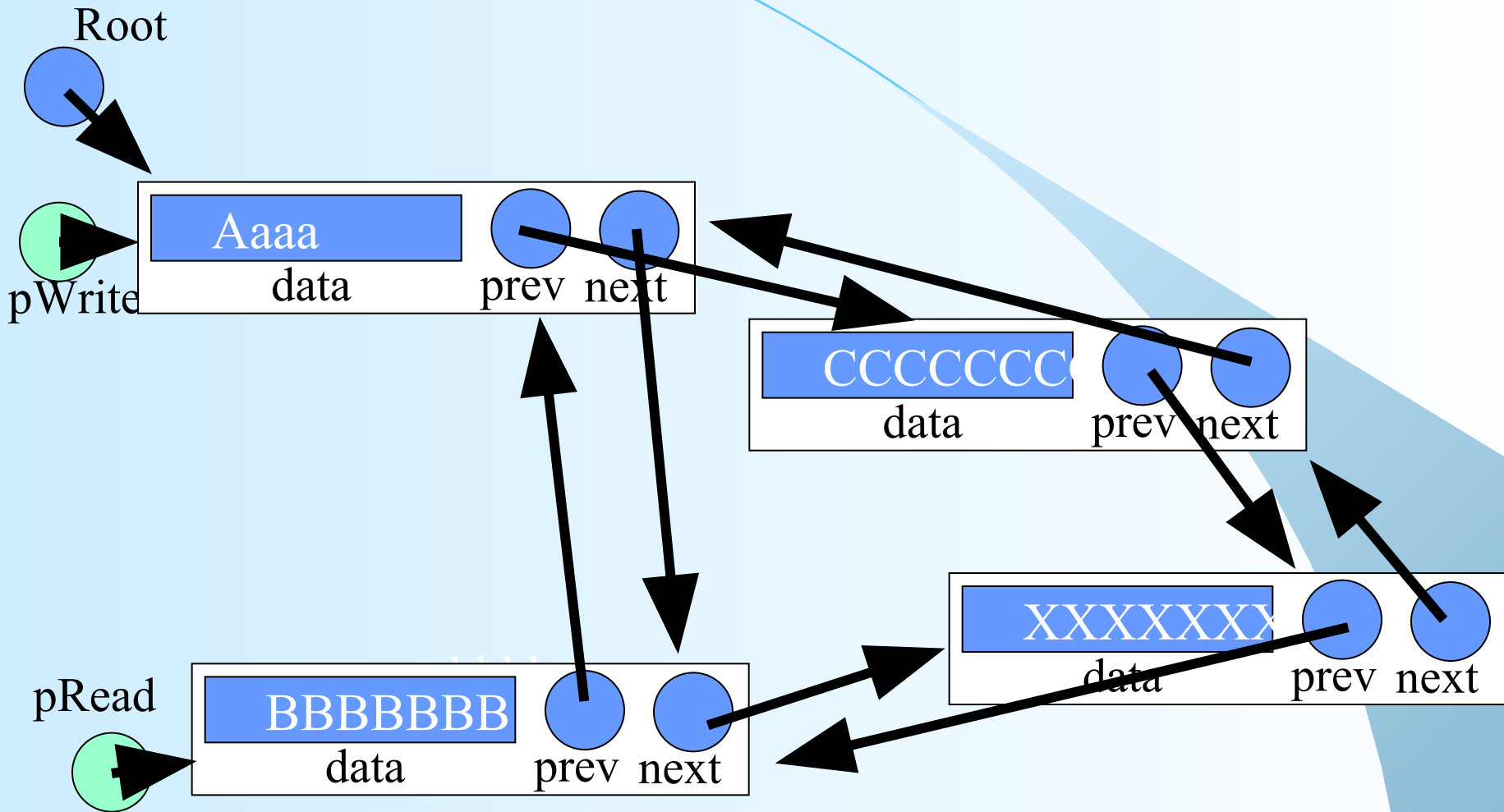
Użycie :

```
start, end, value = Get(start, end)
```

Lista cykliczna (jednostronna)



Lista cykliczna (dwustronna)

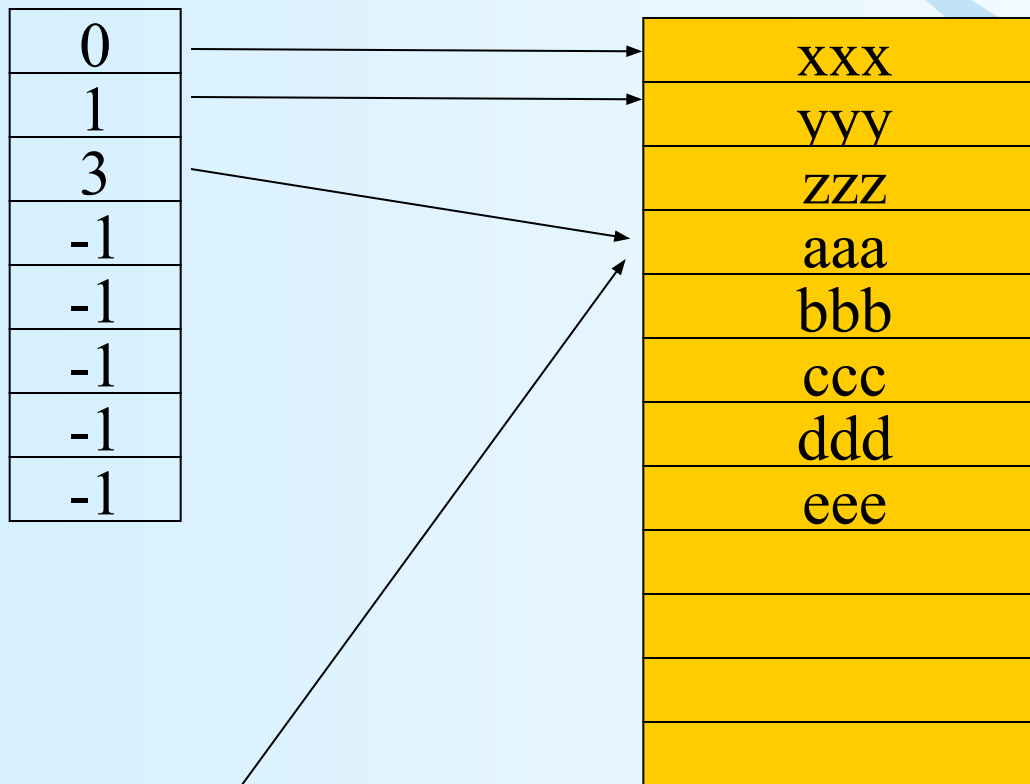


Lista cykliczna

- ✓ Ostatni element pokazuje na pierwszy
- ✓ W przypadku cyklicznej listy dwukierunkowej – również pierwszy na ostatni
- ✓ Wstaw, usuń są analogiczne do listy zwykłej
- ✓ Szukanie – należy zapamiętać początek poszukiwań aby wiedzieć kiedy je zakończyć
- ✓ Czas sklejania dwóch list ?

Struktury wskaźnikowe bez wskaźników

```
int arrOfPtrs[MAXPTR];  ELEMENT elements[MAXEL];
```



```
int ptr; 3
```

Przykład użycia stosu

- ✓ odwiedzanie pomieszczeń – DFS

```
def VisitRooms(startRoom) :  
    stack = []  
    stack = Push(stack, startRoom)  
    while stack != None :  
        stack, current = Pop(stack)  
        neighbours = get_neighbours(current)  
        for room in neighbours :  
            if not already_visited(room) :  
                mark_visited(room)  
                stack = Push (stack, room)
```

- ✓ odwiedzanie pomieszczeń BFS :
 Push -> Put
 Pop -> Get

Odwrotna Notacja Polska

- ✓ Rozwinięcie notacji zaproponowanej przez Jana Łukasiewicza
- ✓ Pozwala wykonywać obliczenia bez nawiasów, bez potrzeby stosowania priorytetów
- ✓ $a+b*c$ przedstawiane jako $a\ b\ c\ *\ +$
- ✓ $a+b*c-7$ przedstawiane jako $a\ b\ c\ *\ +\ 7\ -$
- ✓ $b*c-(d+e)*4$ przedstawiane jako $b\ c\ *\ d\ e\ +\ 4\ *\ -$

ONP nie jest jednoznaczna tj. wyrażenie może mieć kilka legalnych reprezentacji

ONP - obliczenia

```
def ONPCalc(onp) :
```

```
    '''Funkcja oblicza wyniki wyrażenia w ONP  
    W implementacji obsługiwane są operatory 2  
    argumentowe. Przykład : 3 4 * 2 +'''
```

```
    stack = None
```

```
    while onp != None :
```

```
        onp, token = get_next_token(onp)
```

```
        if is_operand(token) :
```

```
            stack = Push(stack, token)
```

```
        else :
```

```
            stack, op1 = Pop(stack)
```

```
            stack, op2 = Pop(stack)
```

```
            result = do_calculation(token, op1, op2)
```

```
            stack = Push(stack, result)
```

```
    stack, result = Pop(stack)
```

```
    return result
```

ONP - obliczenia

Obliczenia :

- **weź element wyrażenia**
- **jeżeli to operand połóż go na stosie**
- **jeżeli to operator**
 - **zdejmij ze stosu odpowiednią liczbę operandów,**
 - **wykonaj obliczenia**
 - **odłóż wynik na stos**
- **wynik znajduje się na górze stosu**

ONP – przykład obliczeń

Wejście	Bieżący	Stos po b. operacji
2, 3, *, 5, +, 7, *		
3, *, 5, +, 7, *	2	2
*, 5, +, 7, *	3	2,3
5, +, 7, *	*	6
+, 7, *	5	6, 5
7, *	+	11
*	7	11, 7
	*	77

ONP - konwersja

Konwersja :

- **Pobierz kolejny element wyrażenia**
- **Jeśli jest to operand przepisuj go na wyjście**
- **Jeśli jest to operator "(" połóż go na stosie**
- **Jeśli jest to operator ")" zdejmij ze stosu wszystkie operatory aż do nawiasu otwierającego włącznie**
- **Jeśli to inny niż nawiasy**
 - **zdejmij ze stosu wszystkie operatory o priorytecie wyższym (ważniejsze) lub równym do bieżącego i**
 - **połóż bieżący operator na stosie**
- **Po przetworzeniu wyrażenia przepisuj stos na wyjście**

```
def ONPConv(expression) :  
    stack = None  
    onp = None  
    while expression != None :  
        expression, token = get_next_token(expression)  
        if is_operand(token):  
            onp = Put(onp, token)  
        elif token == "(" :  
            stack = Push(stack, token)  
        elif token == ")" :  
            while stack != None :  
                stack, token = Pop(stack)  
                if token == "(" : break  
                else : onp = Put(onp, token)  
        else :  
            priority = get_priority(token)  
            while stack != None :  
                stack, top = Pop(stack)  
                if top=="(" or get_priority(top)<priority :  
                    stack = Push(stack, top)  
                    break  
                onp = Put(onp, top)  
            stack = Push(stack, token)  
    while stack != None :  
        stack, item = Pop(stack)  
        onp = Put(onp, item)  
    return onp
```

ONP – przykład konwersji

Wejście	Wyjście	Stos
$b * c - (d + e) * 4$		
$* c - (d + e) * 4$	b	
$c - (d + e) * 4$	b	*
$- (d + e) * 4$	b c	*
$(d + e) * 4$	b c *	-
$d + e) * 4$	b c *	- (
$+ e) * 4$	b c * d	- (
$) * 4$	b c * d	- (+
$* 4$	b c * d e	- (+
4	b c * d e +	- *
	b c * d e + 4	- *
	b c * d e + 4 *	-
	b c * d e + 4 * -	