Para encontrar la derivada de $f(x) = x^2 + 3x + 1$ usando la definición de derivada, utilizamos la fórmula:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Paso 1: Calcular $f(x+h)$

Sustituimos $x + h$ en la función:

$$f(x+h) = (x+h)^2 + 3(x+h) + 1$$

Expandiendo cada término:

1. $(x+h)^2 = x^2 + 2xh + h^2$
2. $3(x+h) = 3x + 3h$

Entonces:

$$f(x+h) = x^2 + 2xh + h^2 + 3x + 3h + 1$$

Paso 2: Calcular $f(x+h) - f(x)$

Sustituimos $f(x) = x^2 + 3x + 1$:

$$f(x+h) - f(x) = (x^2 + 2xh + h^2 + 3x + 3h + 1) - (x^2 + 3x + 1)$$

Eliminamos términos comunes:

$$= 2xh + h^2 + 3h$$

Paso 3: Dividir por h

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{2xh + h^2 + 3h}{h}$$

Factorizamos h en el numerador:

$$= \frac{h(2x + h + 3)}{h}$$

Simplificamos eliminando h:

$$= 2x + h + 3$$

Paso 4: Tomar el límite cuando $h \to 0$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} (2x + h + 3) = 2x + 3$$

Resultado Final

La derivada de $f(x) = x^2 + 3x + 1$ es:

$$f'(x) = 2x + 3$$

La función dada es:

$$f(x) = 3x^2 - 2x - 5$$

Queremos encontrar la derivada de $f(x)$ usando la definición de derivada:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Paso 1: Sustituir $f(x+h)$ y $f(x)$

1. **Calcular $f(x+h)$:**

$$f(x+h) = 3(x+h)^2 - 2(x+h) - 5$$

   Expande cada término:

   - $(x+h)^2 = x^2 + 2xh + h^2$
   - $3(x+h)^2 = 3x^2 + 6xh + 3h^2$
   - $-2(x+h) = -2x - 2h$

   Entonces:

$$f(x+h) = 3x^2 + 6xh + 3h^2 - 2x - 2h - 5$$

2. **Calcular $f(x+h) - f(x)$:**

$$f(x+h) - f(x) = (3x^2 + 6xh + 3h^2 - 2x - 2h - 5) - (3x^2 - 2x - 5)$$

   Simplifica eliminando términos comunes:

$$= 6xh + 3h^2 - 2h$$

Paso 2: Dividir por h

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{6xh + 3h^2 - 2h}{h}$$

Factoriza h en el numerador:

$$= \frac{h(6x + 3h - 2)}{h}$$

Simplifica eliminando h:

$$= 6x + 3h - 2$$

Paso 3: Tomar el límite cuando $h \to 0$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} (6x + 3h - 2) = 6x - 2$$

Resultado Final

La derivada de la función es:

$$f'(x) = 6x - 2$$