

Matemática III (MAT023)

Mini guía 1

Segundo semestre de 2012

Viernes 17 de agosto

Ejercicios

- En este problema se analiza la caída de una gota de agua. Supongamos que al caer esta se evapora y mantiene su forma esférica, la rapidez con que se evapora es proporcional al área con una constante de proporcionalidad $\zeta < 0$ y no se considera la resistencia del aire. Designemos por ρ la densidad del agua, r_0 el radio de la gota cuando $t = 0$ y la dirección positiva es hacia abajo.

a) Muestre que el radio de la gota $r(t)$ disminuye de acuerdo a la ley

$$r(t) = \left(\frac{\zeta}{\rho} \right) t + r_0$$

b) Obtener la ecuación diferencial satisfecha por la velocidad $v(t)$ de la gota en su caída libre. Determine la velocidad si la gota cae del reposo.

- En la figura suponga que el eje y y la recta $x = 1$ corresponden a las orillas oeste y este de un río de 1 [km] de ancho. El río fluye hacia el norte con una velocidad \mathbf{v}_r donde $\|\mathbf{v}_r\| = v_r$ [km/h]. Un hombre entra al río en el punto $(1, 0)$ en la costa este y nada en dirección a la ribera contraria a una velocidad constante de $\|\mathbf{v}_s\| = v_s$ [km/h]. El hombre quiere llegar al punto $(0, 0)$ de modo que nada de forma tal que su vector velocidad \mathbf{v}_s siempre apunta a $(0, 0)$. Muestre que la trayectoria que sigue el nadador satisface la ecuación

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v_s y - v_r \sqrt{x^2 + y^2}}{v_s x}$$

hacer el cambio de variables $u = \frac{y}{x}$ y resolver la ecuación. Graficar la solución para algunos valores de v_s y v_r .

