Mathematik für Informatiker 2

Auftakt-Vorlesung

Mathematik – Wenn‘s anders kommt als gedacht.

Martin Rheinländer

Organisatorisches

Rückblick: IMI 1, Klausuren

Übungsbetrieb: im wesentlichen wie bisher bei der IMI 1 Vorlesung

Zu den Übungsaufgaben ….

Abgabe über Moodle.

Plenarübung (Frage- & Extrastunde) ggf. Di, 16-18 Uhr

Klausurtermin: **Montag, 29. Juli 2019, (11-14 Uhr)**

Seminarräume A+B+C + Hörsaal (Mathematikon)

Termin für Nachklausur: voraussichtlich Ende September bzw. Anfang Oktober

Link: Wieviel Mathematik braucht ein Informatiker?

Was steht auf dem Programm?

Lernziel:
Vertiefung mathematischer Denkweisen insb. Beweistechniken (d.h. gelegentliche Diskussion alternativer Erklärungs- und Beweismöglichkeiten). $\rightarrow$ *Theoretisch* fundiertes Verständnis.

Praktische Beherrschung einfacher Rechenverfahren (Calculus/Kalkül) aus Kombinatorik & **Analysis** mit Blick auf Informatik-nahe Anwendungen. Bezüge zwischen

diskreter (finiter) Mathematik & „*kontinuierlicher*“ (infiniter) Mathematik.

Inhalt (klassischer bisheriger Aufbau):
- Binomialkoeffizienten und weitere Abzählprobleme („Brücken“ zur LA & Analysis)
- Abschätzen kombinatorischer Größen
- Asymptotische Wachstumsvergleiche & Anwendungen (u.a. Reihenentwicklung)
- Stirling-Zahlen und Permutationen (eröffnet interessante Anwendungen Richtung Informatik)
- Reelle Zahlen (axiomatische Begründung) und Ungleichungen
- Folgen & Reihen (Grenzwertbegriff, Konvergenzkriterien)
- wichtige elementare Funktionen (Stetigkeit)
- Differentialrechnung (Ableitungsregeln, Mittelwertsatz, Taylor-Entwicklung)
- Einstieg in die Integralrechnung (falls Zeit noch ausreicht)

Vermittelte Kompetenzen: Fähigkeit grundlegende mathematische Werkzeuge (vor allem aus der Infinitesimalrechnung) anzuwenden und sie in den Kontext ihres theoretischen Hintergrundes einzuordnen. Lösen einschlägiger (Übungs-)Aufgaben.

Schwerpunkt: Grundzüge der Analysis einer reellen Veränderlichen (eindimensionale reelle Analysis), diskreter Calculus.

Was ist Analysis?

MATHEMATIK

…

…

Algebra
„Strukturlehre“
Rechenbuch „…*algabr* …“ (ergänzen)
von *Al Chwarizmi* → Algorithmus

…

…

Geometrie
Formenlehre
urspr. Erdvermessung (Geodäsie)
gä = Erde, *metrein* = messen

Arithmetik
Zahlenlehre
Kunst des Zählens
arithmos = Zahl, Menge …

Analysis
„Unendlichkeitslehre“
Analyse „unendlicher Objekte“
(unendlich klein bzw. groß)
klass. Infinitesimalrechnung,
Differentialgleichungen,
Funktionalanalysis
Variationsrechnung,
…

…

…

…

Auch in der Mathematik hängt (fast) alles mit (fast) allem zusammen, d.h. es gibt zahlreiche Querverbindungen zwischen den mathematischen Teilgebieten.

Flüchtiger Blick in die Geschichte der Analysis (einige Protagonisten)

Wallis 1655 : Arithmetica infinitorum

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2\cdot 2}{1\cdot 3}\ \frac{4\cdot 4}{3\cdot 5}\ \frac{6\cdot 6}{5\cdot 7}\ \cdots\ \frac{2n\cdot 2n}{(2n-1)\cdot(2n+1)}\right) = \frac{\pi}{2}$$

Newton 1671 : De Methodis Serierum et Fluxiorum

1687 : **Philosophiae Naturalis Principia Mathematica**

1691-93: Opticks (1704 Anhang: Tractatus de Quadratura Curvarum)

Leibniz, die **Bernoulli**s, ...

Stürmische Entwicklung der Mathematik (Analysis) und Physik (Mechanik).
Mechanik wird als ein mathematisches Teilgebiet betrachtet.

Euler 1748 : **Introductio** in ***Analysin Infinitorum***

1755 : Institutiones Calculi Differentialis

1768-70: Institutiones Calculi Integralis

Noch recht unbekümmertes, intuitives Rechnen; Entdeckung vieler Zusammenhänge

Cauchy 1821 : **Cours d'Analyse**

Strenge Fassung des Grenzwert- und Stetigkeitsbegriffs

1823 : Calcul infinitésimal → Leçons sur le Calcul Différentiel

Analysis ↔ **Calculus (Kalkül)**