

Саморепродукция

Гончаров Марк

4 мая 2021 г.

1 Теория

Каждая плоская волна приобретает при распространение от транспоранта до плоскости наблюдения $z = const$ набег фазы $\varphi_n = z \cdot \sqrt{k^2 - u_n^2}$. Для парксиальных волн

$$\varphi_n \approx kz - \frac{u_n^2}{2k}z. \quad (1)$$

Таким образом, набег фазы

$$\Delta\varphi_{n,m} = (m^2 - n^2) \frac{\pi\lambda}{d^2}z. \quad (2)$$

Эффект саморепродукции - получение изображения, тождественного исходному периодическому объекту в результате интерференции. Если $z = 2\frac{d^2}{\lambda}$, то из (2) видно, что для любых двух гармоник разность фаз 2π , то есть и осуществляется эффект саморепродукции. Итого:

$$\forall n \in \mathbb{N} : z_n = \frac{2d^2}{\lambda}n. \quad (3)$$

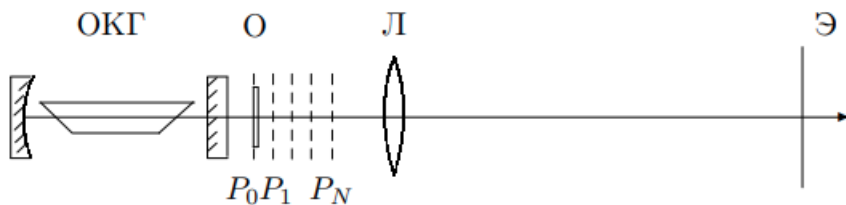


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

На схеме ОКГ - гелий-неоновый лазер, О - двумерная решётка. Л - короткофокусная линза, P_N - плоскости, где наблюдается репродуцированное изображение, Э - экран для наблюдения изображения объекта.

2 Выполнение

Сначала без линзы проанализируем излучение лазера. Посчитаем период максимумом на дифракционной картине. По их результатам посчитаем период решётки:

$$d = \frac{L\lambda}{x}.$$

Теперь закрепим короткофокусную линзу на небольшом расстоянии от решётки. По размеру клеток на экране определим период 3, 4 и 5 решёток по формуле

$$d = \frac{xa}{b},$$

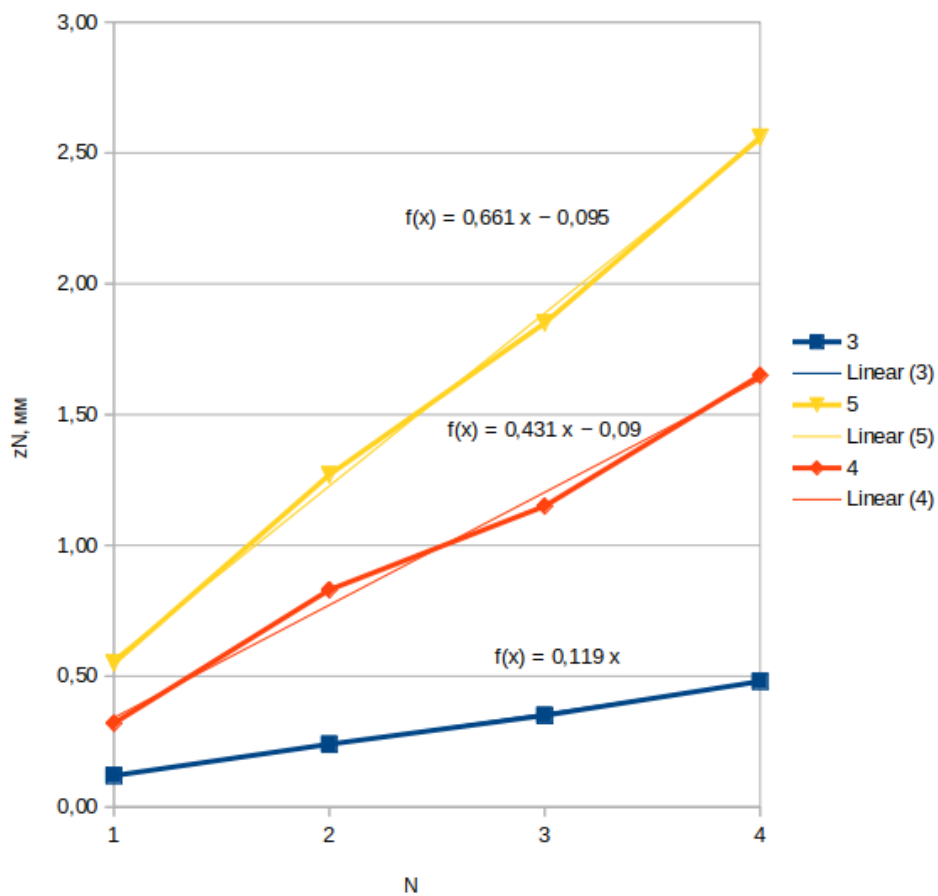
где a и b - расстояния от линзы до решётки и от линзы до экрана соответственно.

Длина L , см	1350	Волна, нм	532		
Решётка	1	2	3	4	5
λ , см	25,7	24,2	26,8	27	11
Полосы	8	10	22	44	24
$x = \lambda / N$	3,213	2,420	1,218	0,614	0,458
σx , см	0,006	0,005	0,002	0,001	0,002
$D = L\lambda/x$	22,35	29,7	59,0	117,0	156,7
σD , мкм	0,06	0,1	0,2	0,3	0,8

a, см	5,3	b, см	118
Решётка	3	4	5
λ , см	1,2	6,8	11
Полосы	5	14	16
$x = \lambda / N$	0,24	0,486	0,688
σx , см	0,01	0,004	0,003
$D = \lambda a/b$	61	123	174
σD , мкм	3	2	2

a, см	5,3	b, см	118
Решётка	3	4	5
z_1 , мм	0,12	0,32	0,55
z_2 , мм	0,24	0,83	1,27
z_3 , мм	0,35	1,15	1,85
z_4 , мм	0,48	1,65	2,56
σz , мм	0,01	0,01	0,01
$D = \lambda a/b$	56	107	133
σD , мкм	3	4	6

$$z = f(N)$$



Теперь измерим период решётки при перемещении линзы. По нониусной шкале будем измерять расстояния от линзы до экрана, подсчитывая плоскости саморепродукции.

Так как из теории, $z_n = \frac{2d^2}{\lambda} n$, то

$$d = \sqrt{\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{z_N}{N}}.$$

Поэтому я построил графики $z = z_n(n)$, по углу наклона (МНК) определяем отношение $z_n : n$, подставляем в формулу выше. Погрешность такого измерения есть $\sigma = \sqrt{\sigma_{sys}^2 + \sigma_{rand}^2}$.

Анализируя результаты, конечно, считаем эталоном наш первый эксперимент - максимально простой и точный. Эксперименты с линзой хуже, так как мы вообще не смогли провести опыты с (1) и (2) решётками, погрешность измерений при этом были выше. Также нам приходилось ручками примерно настраивать фокус линзы по проволоке. Так как у нас кривые руки, то это тоже повлияло на конечные результаты. Хотя, как мы видим, качественно мы получили неплохие результаты, которые сравнимы (увы, не в пределах погрешности) с первым экспериментом.

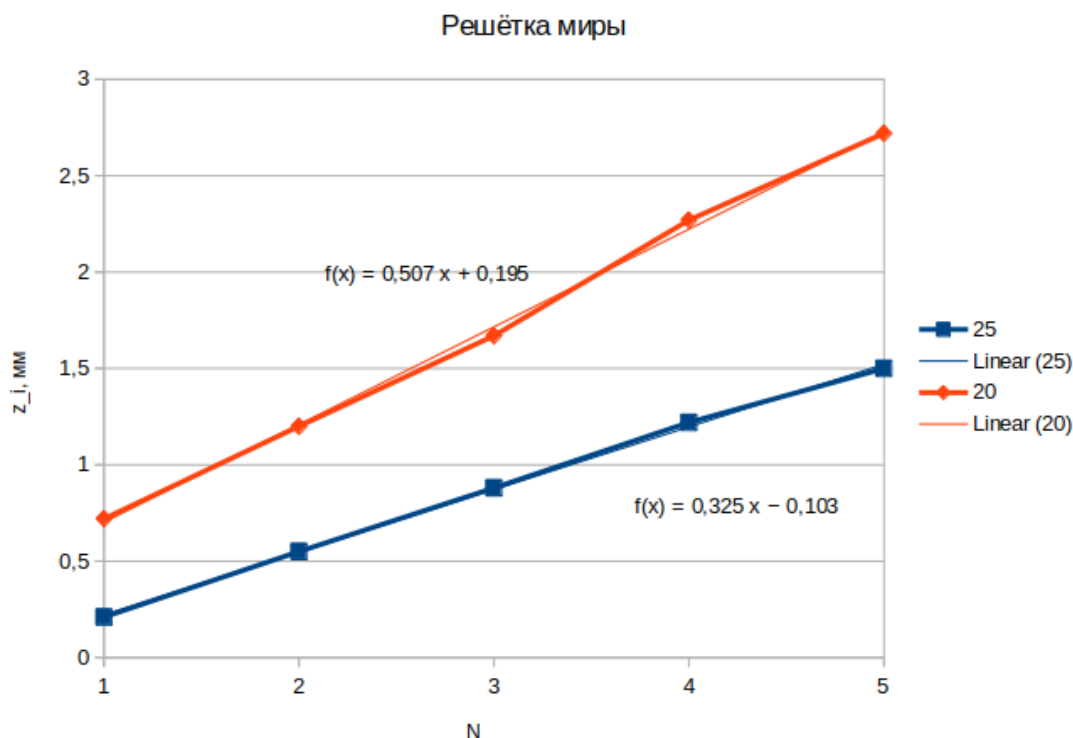
Теперь сделаем опыты с решёткой мира.

Считаем двумя аналогичными способами, через формулы

$$d = \frac{L}{N} \cdot \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{z_N}{N}}.$$

Решётка	25	20
a, мм	58	58
b, мм	1180	1180
N	24	23
x, мм	12	25
d, мм	0,0246	0,0534

a, мм	58	b, мм	1180
Решётка	25	20	
z1, мм	0,21	0,72	
z2, мм	0,55	1,2	
z3, мм	0,88	1,67	
z4, мм	1,22	2,27	
z5, мм	1,5	2,72	
σz, мм	0,01	0,01	
D, мкм	38	85	
σD, мкм	2	5	



Как видим, результаты не очень.

3 Вывод