

Амплитудная дифракционная решётка

Гончаров Марк

6 апреля 2021 г.

1 Теория

Разрешающая способность $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$.

Угловая дисперсия $D = \frac{d\varphi}{d\lambda}$.

Дисперсионная область - предельная ширина спектрального интервала $\Delta\lambda$, для которой дифракционные максимумы соседних порядков не перекрываются.

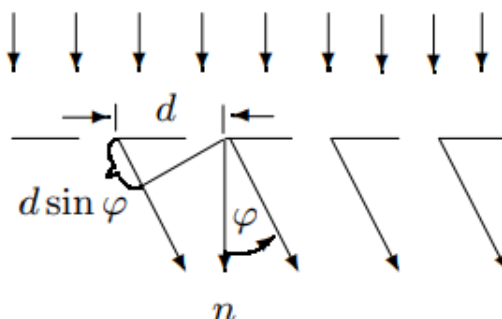


Рис. 1: Амплитудная дифракционная решетка.

Для такой решётки несложно посчитать углы максимума интенсивности:

$$d \sin \varphi_{\max} = m\lambda,$$

где d - период дифракционной решётки.

Теперь легко определить угловую дисперсию такой решётки: $D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}$, при подстановки **критерия Релея** в разрешающую способность:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN.$$

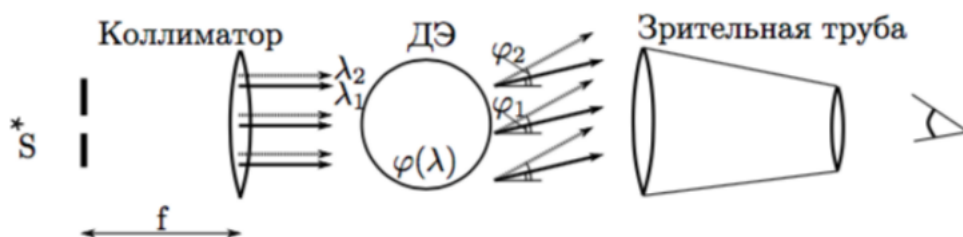


Рис. 2: Схема установки.

Подсчёт **угловой дисперсии** дифракционной решётки:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - m^2 \lambda^2}}.$$

Тогда расстояние между двумя линиями:

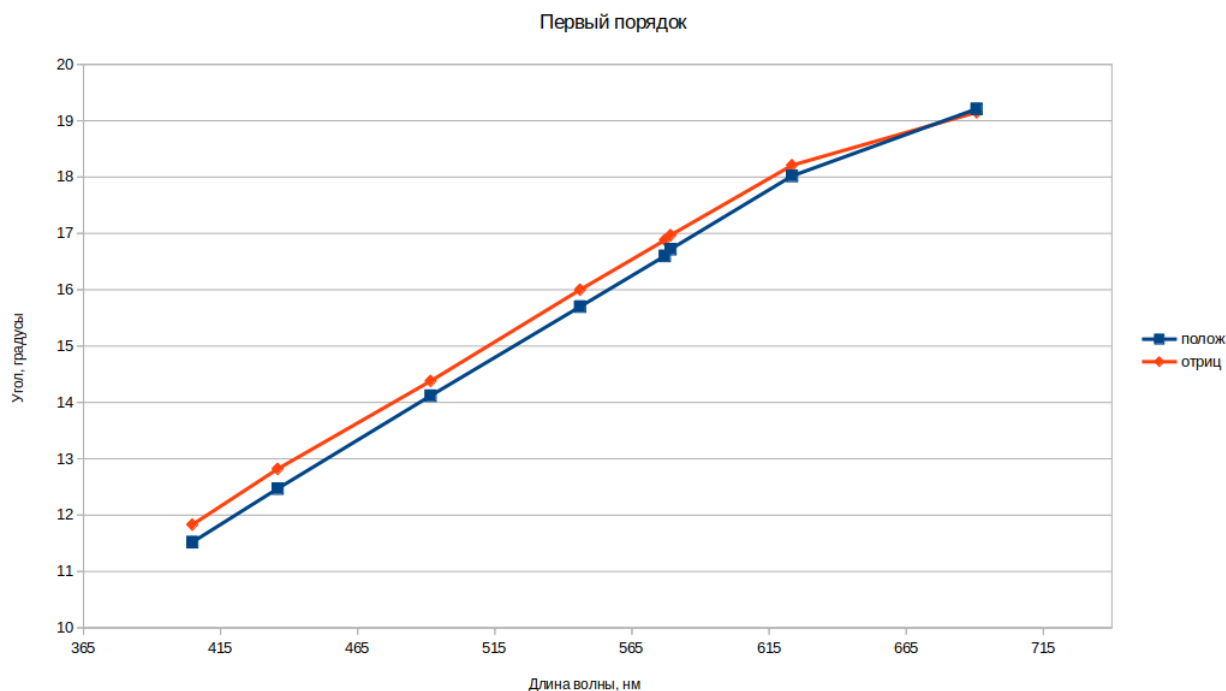
$$\Delta\varphi \approx D\delta\lambda = \frac{m}{d \cos \varphi} \delta\lambda.$$

2 Выполнение

Сначала мы настроили гониометр. Затем снимали спектр в первом порядке.

Цвет	Фиолетовый	Синий	Голубой	Зелёный	Жёлтый	Жёлтый	Красный	Красный
Длина волны	404,7	435,8	491,6	546,1	577	579,1	623,4	690,7
Угол, +	11,52	12,47	14,12	15,7	16,6	16,72	18,02	18,48
Угол, -	11,83	12,82	14,38	16	16,88	16,97	18,21	18,32

Рис. 3: Измеренные значения первого порядка.



Используя полученные значения нетрудно с помощью метода МНК определить тангенс угла наклона прямой $k = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}$. Для положительных углов $k_1 = 0.291 \pm 0.006$ и $k_2 = 0.296 \pm 0.006$ - тангенсы углов наклона в градусах в нм. Здесь мы не учитываем последнее значение для красного спектра. С ним всё плохо, так как оно было слишком расплывчато, много лишних полос из-за которых хуже определялся главный спектр.

Для подсчёта периода решётки используем формулу:

$$d = \frac{\Delta\lambda}{m\Delta\varphi}.$$

Тогда надо ещё перевести угол в радианы и возвести в -1 степень. На дифракционной решётке указано, что она имеет $N = 500$ штрихов/мм, то есть $d = \frac{1}{N} = 2\text{мкм}$.

Итого: считая $m = 1$ получаем в мкм:

$$d = 2; d_1 = 1.97 \pm 0.04; d_2 = 1.95 \pm 0.04.$$

Это показывает отличную оценку нашего эксперимента.

Теперь рассчитаем угловую дисперсию для желтой пары. Для трёх порядков построим графики

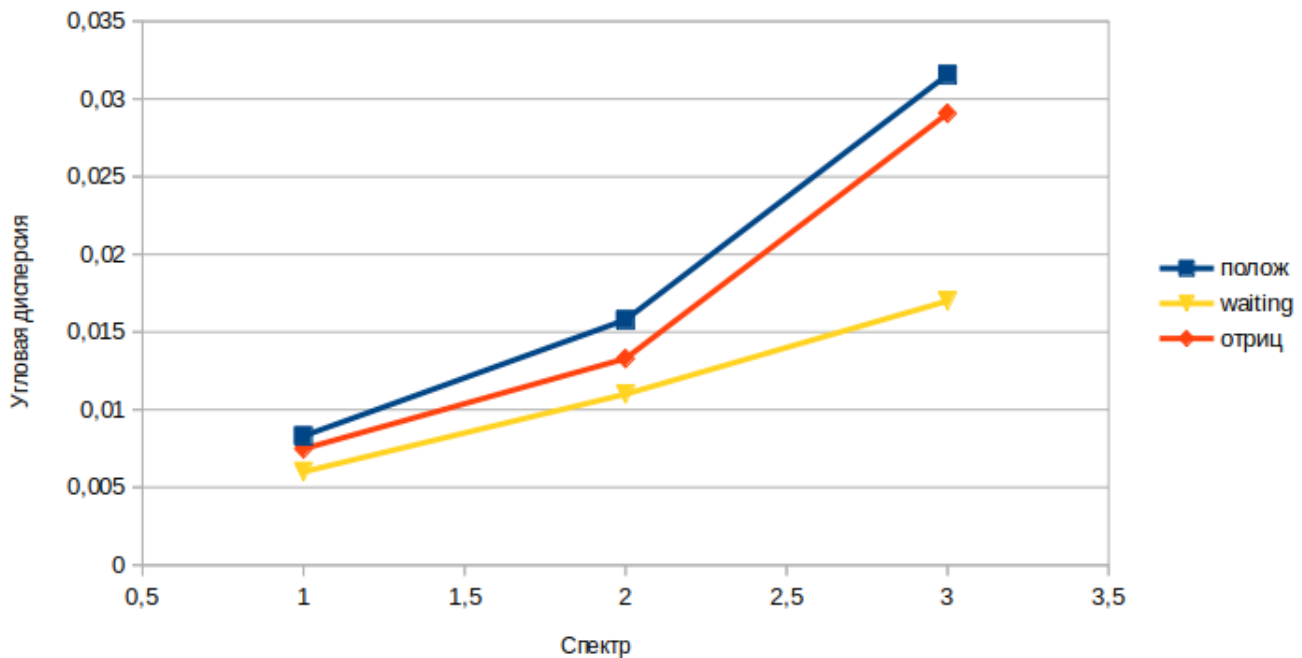
$$D = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}.$$

Сразу измерим и теоретически угловую дисперсию:

$$D = \frac{m}{\sqrt{d^2 - m^2\lambda^2}}.$$

	Жёлтый 1	Желтый 2	Разность		
Длина волны	577	579,1	2,1		
Порядки	-	-	-	Опыт	Теория
1	16,62	16,72	0,1	0,0083	0,006
-1	16,88	16,97	0,09	0,0075	0,006
2	34,98	35,17	0,19	0,0158	0,011
-2	35,39	35,55	0,16	0,0133	0,011
3	59,22	59,6	0,38	0,0316	0,017
-3	60,45	60,8	0,35	0,0291	0,017

Жёлтые дублеты



Построим графики измеренной угловой дисперсии теоретическим и опытным путями
Для разрешающей способности в первом порядке:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}.$$

В наших измерениях $\delta\lambda = 3.9 \pm 0.1$, $\delta_{\delta\lambda} \approx 3\%$.

Теперь легко посчитать для нашей желтой пары: $R_{\lambda} \approx 1440 \pm 40$, то есть относительная погрешность этого измерения $\delta_R \approx 3\%$.

Тогда мы можем найти эффективное число работающих штрихов (первый порядок)

$$N_{\text{eff}} = \frac{R}{m} = 1440 \pm 40.$$

Размер освещённой части решётки:

$$l = N_{\text{eff}} \cdot d = (2.8 \pm 0.1) \text{ mm}$$

Дополнение: мы экспериментально увидели, что только в четвертом порядке фиолетовый спектр накладывается на третий жёлтый.

3 Вывод

1. Мы научились анализировать спектр ртутной лампы
2. Опытным путём находить период дифракционной решётки, угловую дисперсию и разрешающую способность

3. Познакомились с понятием "эффективное число работающих штрихов" и "размер оверхеда части решётки"