# Esercizio04

Table of contents



**Mathematica per la rappresentazione dei grafici**

Nel caso foste interessati a vedere voi stessi la funzione, potete passare i seguenti comandi a https://mathematica.wolframcloud.com . Alternativamente, consiglio di utilizzare i programmi forniti nella cartella `/src` della repository.

```
Plot3D[{x^2 - 40 x + 4 y^2 + 400}, {x, -20, 60}, {y, -2, 1},
        PlotRange → All, AxesLabel → {x, y},
        PlotLabel → x^2 - 40 x + 4 y^2 + 400,
        ColorFunction → "BlueGreenYellow"]
```

```
Show[%31,ViewPoint→{0,0,\[Infinity]}]
```

# Consegna

Viene fornita una funzione del tipo $\mathbb{R}^2 : x^2 - 40x + 4y^2 + 400$. Calcolare il gradiente della funzione, indicando quali sono (e se ci sono), punti di simmetria.

# Risoluzione

## Simmetria della funzione

Dalla consegna possiamo dedurre che l'equazione ha un qualche cosa di speciale. In particolare, notiamo che questa può essere riscritta in una forma semplificata del tipo:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$$

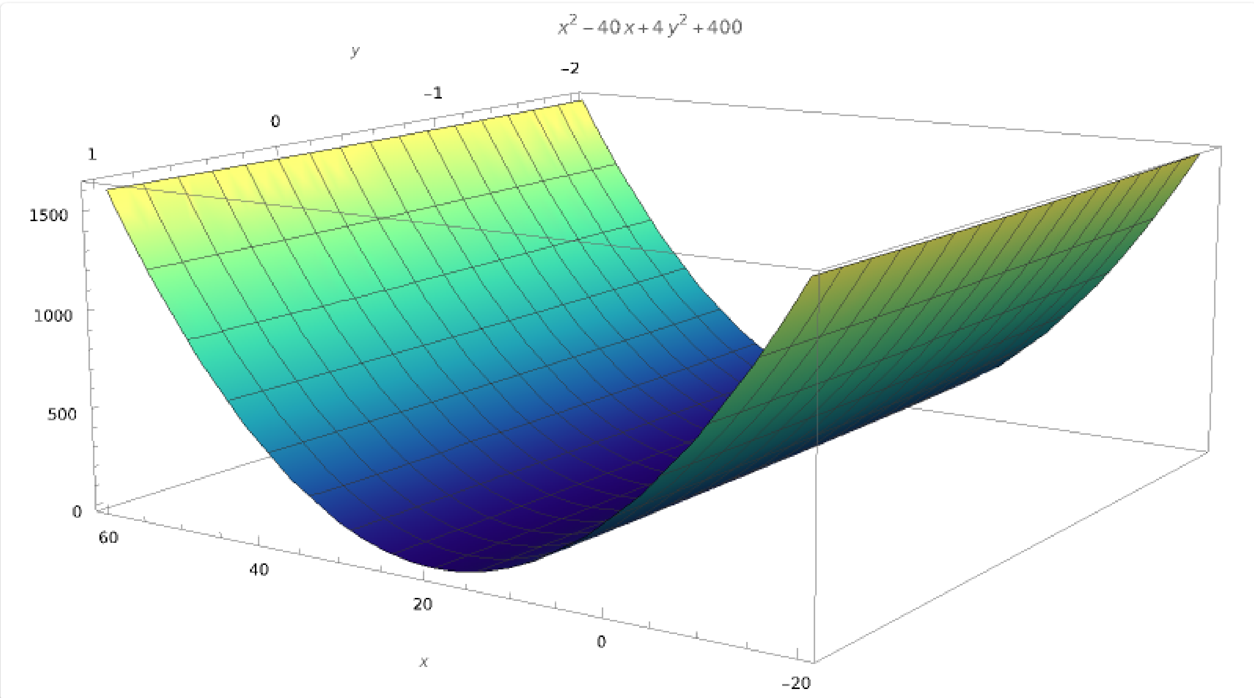
Lo si può sospettare, in quanto $(20)^2 = 400$, e $(20) * 2 = 40$.
Numeri "grandi" non ci devono spaventare, in quanto sappiamo che molto probabilmente possiamo raccoglierli in qualcosa di più semplice. Trasformiamo ora l'equazione basandoci su ciò che è stato detto:

$$x^2 - 40x + 4y^2 + 400 \xrightarrow{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2} (x - 20)^2 + (2y - 0)^2$$

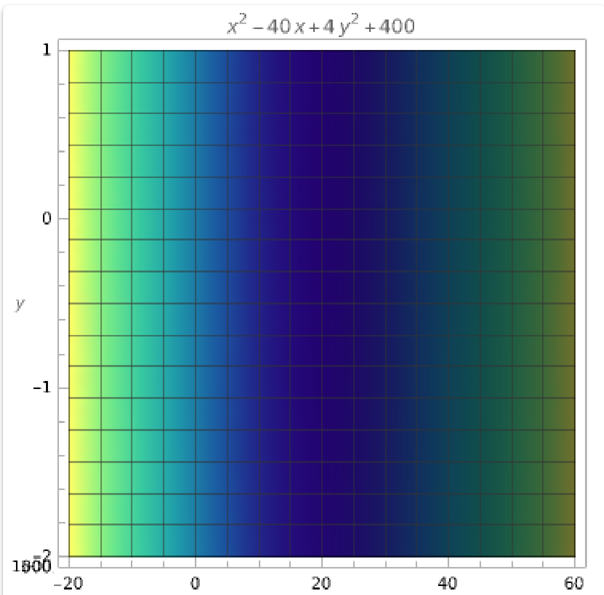
- Abbiamo ridotto l'equazione in una di più facile comprensione, dalla quale possiamo dedurre che le 2 radici per $x$ e $y$, valgono rispettivamente:

$$
\begin{aligned}
(x-20)^2 \quad &\rightarrow \quad \underbrace{x^2}_{a} - \underbrace{40x}_{b} + \underbrace{400}_{c} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \rightarrow \quad x = 20 \\
(2y-0)^2 \quad &\rightarrow \quad \underbrace{4y^2}_{a} - \underbrace{0}_{b} + \underbrace{0}_{c} \quad \rightarrow \quad y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \rightarrow \quad y = 0
\end{aligned}
$$

- Visualizziamo la geometria dei punti appena trovati.
  Possiamo dire subito che l'aspetto sarà quello di un paraboloide ellittico.




Il grafico interseca in un punto, l'asse delle ascisse $x = 20$, come se stessimo lavorando con una parabola, il nostro grafico ha la simmetria rispetto le ordinate




Vista ortografica dall'alto

## Gradiente della funzione

La derivata parziale della funzione, tenendo conto delle costanti:

$$\nabla f(x,y) : x^2 - 40x + 4y^2 + 400 = (2(x-20), 8y)$$

$$f(x,y) = \begin{cases} 2(x-20) = 0 \\ 8y = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad \rightarrow \quad f(0,0) = 400$$

Un punto globale non lo abbiamo trovato ma se non altro, sappiamo qual'è il gradiente della funzione, siccome richiestoci di calcolare.

---

28/03/2023