Sistemi concorrenti

Lo studio dei sistemi concorrenti dal punto di vista matematico facilita lo studio dello stesso. Errori possono essere evitati, race condition, dead lock, ecc. Bisogna capire durante la computazione, usando la *logica*.

$$(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$$

Un **linguaggio formale** è formato da:

- sintassi, set di formule ben definite
- semantica, interpretazione della sintassi

Un **linguaggio logico** è un linguaggio formale formato:

- assiomi, deduzioni logiche, ovvero verità presunte
- regole d'inferenza, per ottenere nuove verità dagli assiomi

Applicare un algoritmo/teorema lo si fa partendo da assiomi e regole. Purtroppo il linguaggio minimo per descrivere la matematica fa sì che per come è fatto (aritmetica dei numeri interi), non ci sono sempre dimostrazioni per il teorema.

Logica proposizionale

La **logica proposizionale** è formata da simboli: questi simboli sono *atomi* e sono detti come se fossero affermazioni *TRUE* o *FALSE*.

q = Alice hates Bob...

Usiamo *connettivi* per costruire formule.
Questi hanno precedenza diversa:

$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \equiv$

L'insieme dei simboli prop. è chiamato P.
$\top, \bot$ non sono appartenenti a P, hanno valori costanti e sono rispettivamente *TRUE* e *FALSE* (potremmo anche ometterli).
Le parentesi tonde più esterne possiamo ometterle o meno, possiamo usare quadre e graffe ma non sono necessarie.

$$((p \wedge q) \wedge r) \rightarrow p \wedge q \wedge r$$

Se qualcuno fornisce un insieme non vuoto, riusciamo a creare formule ben formate. Abbiamo così la sintassi, ci serve ora la semantica. La logica delle prop. serve ad attribuire un *significato* che è un *valore di verità*.
Una interpretazione è una funzione che assegna un valore di verità a ciascun ed ogni simbolo di P.

	p	**q**	**r**
I1	F	F	F
I2	F	F	T
I3	F	T	F
I4	T	F	F
...			

Cosa succede se P è infinito? Ovvero insieme discreto?
Il numero d'interpretazioni possibili 2^{∞}

Data un'***interpretazione*** I su P, che chiamiamo G_I, ha le stesse proprietà di P, la funzione porta agli stessi risultati.

$$G_I(A) = I(A) \rightarrow P(A) = I(A)$$

Una interpretazione I è un ***modello*** per la proposizione A se e soltanto se

$$I \models A$$

es.

$$A = (p \rightarrow q) \wedge q$$

con I tale che $I(p) = F$ e $I(q) = T$, allora I è un modello per A.

Per verificare quello che abbiamo detto fino adesso (*model checking algorithm*):

$$I \models p$$

se e soltanto se $I(p) = T$ e $p \in P$

Se un'interpretazione è sempre vera allora questa si chiama **tautologia**, con valore semantico sempre vero. Ci serve per fare ragionamenti.

$p \rightarrow q(p \vee q)$ sarà sempre vera per esempio

$A \rightarrow A$	**sempre vera**
$\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$	sempre vera
...	