2_LOGICA_TEMPORALE

Table of contents

Logica temporale

Se immaginiamo un'affermazione di un sistema software che cambi nel tempo, vuole dire che la sua interpretazione cambia nel tempo.
Nella logica classica a ogni proposizione viene assegnata una *singola* verità statica, nella logica **temporale** consideriamo invece i **mondi**.

Nel mondo di oggi = ✔ TRUE
Nel mondo di domani = ✖ FALSE

Nell'istante di tempo che noi stiamo considerando, avremo un cambiamento dello stato. Dato un mondo avremo un *insieme* di mondi possibili.

Normalmente le proprietà dei sistemi software sono studiate usando logiche temporali e sono raggruppate in 3 categorie:

- safety, per garantire che il sistema viva sempre a tempo indefinito, senza problemi di alcun tipo (esempio negativo: bug)

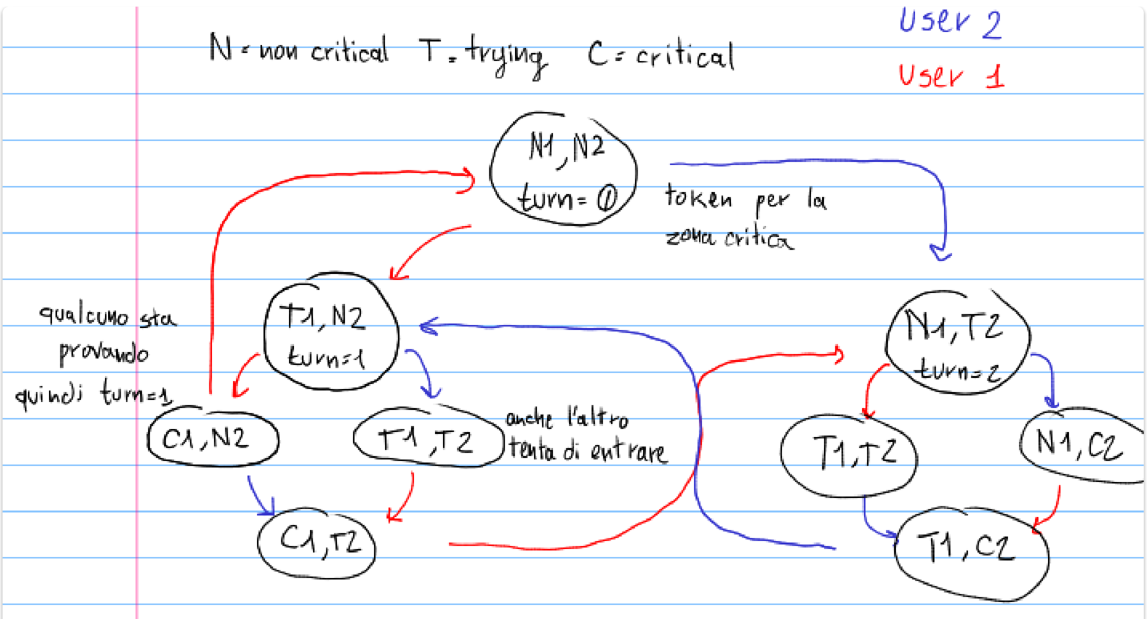
  > **Example**
  > $G\neg(\mathtt{temperature} > 100)$
  > La temperatura rimane sopra i 100 gradi

- liveness, se c'è un processo, esso avrà modo di fare qualcosa (esempio negativo: deadlock)

  > **Example**
  > $G(\mathtt{started} \rightarrow F\mathtt{terminated})$
  > Prima o poi, dopo essere partito, il processo terminerà

- (strong) fairness, se qualcosa viene richiesto infinite volte, allora verrà fatto infinite volte (esempio negativo: starving)

  > **Example**
  > $GF\mathtt{ready} \rightarrow GF\mathtt{execute}$
  > Prima o poi la computazione che sta richiedendo, verrà fatta



$\boxed{\text{MUTUA ESCLUSIONE}}$

$G \neg C1 \wedge C2$? sempre vera! : safety

$FC1$? no! il percorso user 2 ne è esempio : fairness

$G(T1 \rightarrow FC1)$? sì! considerando tutti i percorsi entrando in trying prima o poi sarà critical : liveness

Logica temporale lineare (LTL)

a → b → c → d → e → f

Un *unico* mondo futuro possibile nella **Linear Temporal Logic**.
La logica temporale lineare è la più semplice, andando a mettere all'interno della logica degli **operatori modali**:

LTL operators	
X_p	p è *vera* nel *prossimo istante* temporale
G_p	p è *globalmente vero* in *tutti i momenti futuri* possibili
F_p	p è *vera* in *qualche momento nel futuro*
pUq	p è *vera* finché q *non è vera*

Esempio di LTL

$$G((\neg p \vee \neg t) \rightarrow X \neg b)$$

- p è avere un passaporto
- t è passare il gate

- b essere in imbarco

La descrizione astratta del nostro sistema software:

- $G(\texttt{requested} \to F\texttt{received})$
- $G(\texttt{received} \to X\texttt{processed})$
- $G(\texttt{processed} \to FG\texttt{done})$

Sintassi

La precedenza delle operazioni sintattiche:

$$\neg, G, F, X, U, \wedge, \vee, \to, \equiv$$

Semantica

Nella semantica costruiamo una funzione:

$$I : P * \mathbb{N} \to B$$

dove I sarebbe un indice numerante i *mondi possibili*, attribuendo un numero a ogni mondo come se fossimo su una linea temporale; mentre
$B = \{F, T\}$ mappa ogni simbolo proposizionale a B per ogni istante nel tempo.

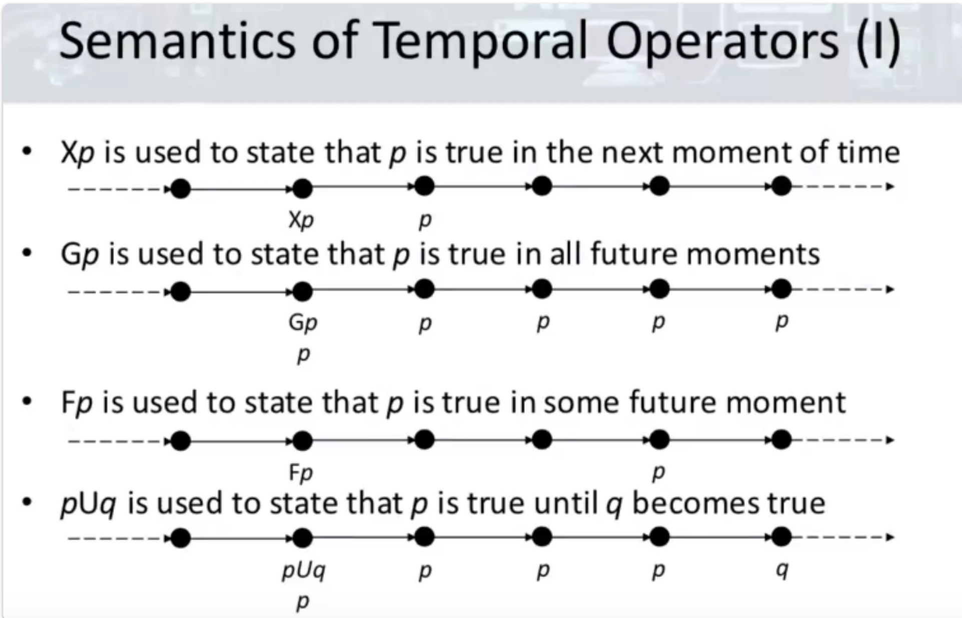


Tableau temporale (espansione)

L'espansione del tableau, uguale al caso proposizionale, cosi' segue:

- $S \cup \{P, \neg P\}$ ci fermiamo con l'espansione;
- $S \cup \{A \wedge B\}$ aggiungiamo nodo figlio $S \cup \{A, B\}$;
- $S \cup \{A \vee B\}$ aggiungiamo 2 nodi figli $S \cup \{A\}$ e $S \cup \{B\}$.

All'espansione poi sopraggiungono gli operatori temporali:

- $S \cup \{GA\}$ aggiungiamo nodo figlio $S \cup \{A, XGA\}$;
- $S \cup \{FA\}$ aggiungiamo 2 nodi figli $S \cup \{A\}$ e $S \cup \{XFA\}$;
- $S \cup \{AUB\}$ aggiungiamo 2 nodi figli $S \cup \{B\}$ e $S \cup \{A, X(AUB)\}$.

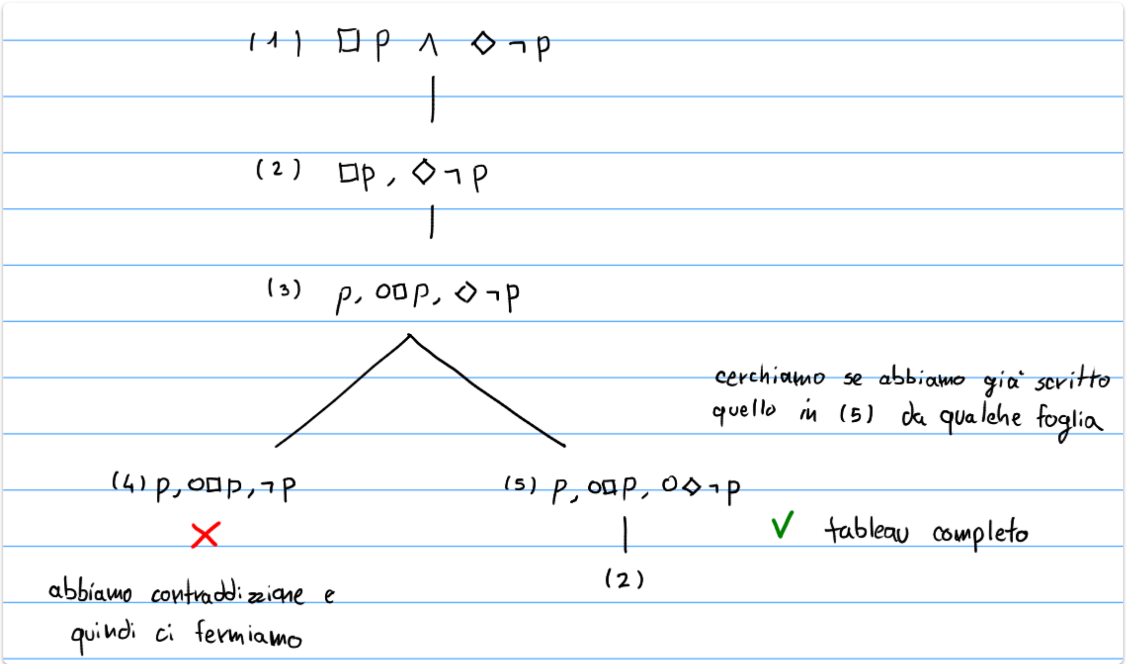
Loop rule

La **regola di loop** serve per applicare da un tableau in formule negate:

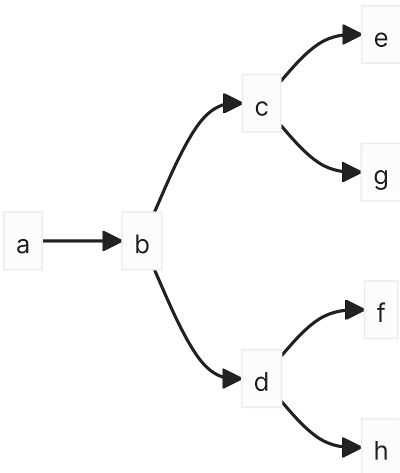
- se abbiamo una foglia etichettata con letterali LTL e proposizioni strutturate come XP per qualche P allora:
  - prendiamo tutti gli argomenti di X e controlliamo che esista un nodo contenente questi argomenti, che significa tornare indietro in un loop e quindi terminiamo
  - se non è così allora connettiamo una foglia il cui label sarà superset di S'
- possiamo così garantire di non espandere in rami infiniti

I simboli del tableau così rappresentati:

- □ per *globally*
- ○ per *next*
- ◇ per *future*



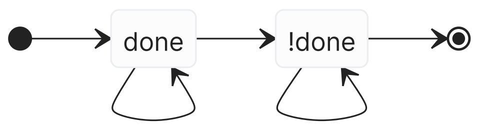
Computational tree logic (CTL)



Limiti di LTL vengono presi in carico dalla CTL, la logica si *biforca*.
Le *proprietà dei percorsi* vengono prese piuttosto che gli stati dei nodi e per farlo introduciamo nuovi op. modali e op. temporali:

- operatori esistenziali
- operatori universali

Le scelte non deterministiche vengono espanse in modo infinito, gli stati già espansi non vengono ripresi in considerazione.



Computational tree logic* (CTL*)

Permette due tipi di proposizioni:

- stati proposizionali
- percorsi proposizionali

Sistema concorrente reattivo asincrono

Un *sistema* che è in attesa di eventi, interagisce con l'ambiente e non dovrebbe terminare. Parliamo di un sistema *concorrente asincrono (agente)*, sistema di quelli di cui facciamo riferimento perché quelli oggi usati. Possiamo dire che, in un istante di tempo 1 solo thread è in esecuione, quando in verità possono essere molteplici.

> **Example**
>
> interfacce grafiche moderne, GUI

Sistemi sincroni con singolo blocco e multi-funzionale, clock comune, esistono ancora (MIMD). La rilevanza è abbastanza limitata, non ci interessa per fare parti grafiche per esempio.

Modelling

Serve per *specificare un sistema astratto*:

- formato da **stati**;
- formato da **transizioni**;
- considerando la **computazione**.

Non ci interessa il risultato, ma cosa avviene attraversando gli stati, garantiamo l'attraversamento corretto.

KRIPKE STRUCTURES

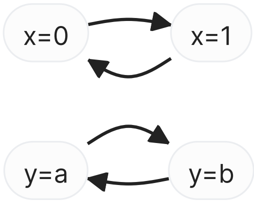
Le **strutture di Kripke** sono diagrammi di transizione che descrivono il comportamento del nostro sistema reattivo e sono proprio queste che ci servono per la modellazione. La stessa operazione l'abbiamo fatta per i tableau.

Formalmente, sono una 5-upla $K =< S, I, R, P, L >$ dove:

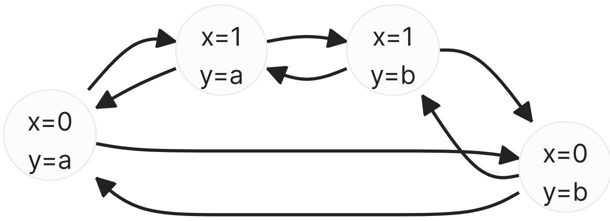
- S è un set non vuoto di stati;
- $I \subseteq C$ set di stati iniziali;
- $R \subseteq S * S$ è una *relazione di accessibilità*, set di transizioni per fare sì che R sia left-total;
- P set di simboli proposizionali per costruire $Prop[P]$;
- $L : S \rightarrow 2^{Prop[P]}$ funzione di labeling
  Un *passo* π è una sequenza infinita di stati:

$$\pi = s_0 s_1 s_2 \cdots$$

L'insieme di stati non è finito.



In composizione asincrona:



Un esempio di computazione sequenziale, prendendo parti di memoria che consideriamo critica (C) e non critica (NC):