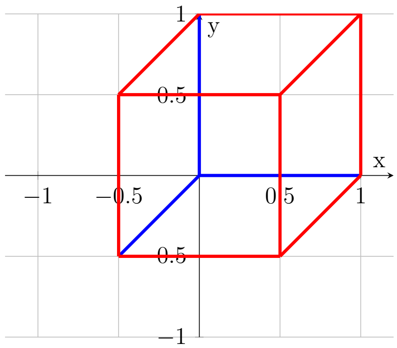
a.



$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-0.5 \cdot 0) + (1 \cdot 0) + (0 \cdot 0) \\ (-0.5 \cdot 0) + (0 \cdot 0) + (1 \cdot 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-0.5 \cdot 1) + (1 \cdot 0) + (0 \cdot 0) \\ (-0.5 \cdot 1) + (0 \cdot 0) + (1 \cdot 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-0.5 \cdot 0) + (1 \cdot 1) + (0 \cdot 0) \\ (-0.5 \cdot 0) + (0 \cdot 1) + (1 \cdot 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-0.5 \cdot 0) + (1 \cdot 0) + (0 \cdot 1) \\ (-0.5 \cdot 0) + (0 \cdot 0) + (1 \cdot 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

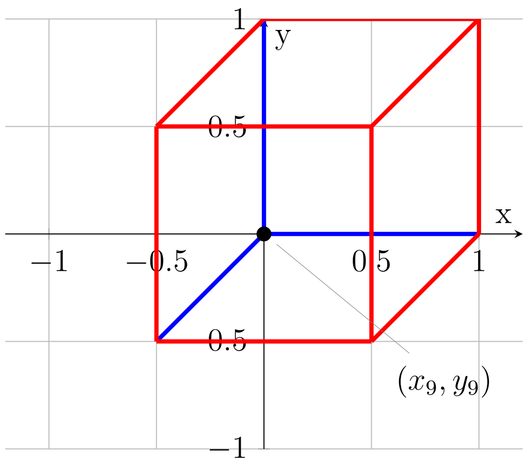
$$\begin{bmatrix} x_5 \\ y_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-0.5 \cdot 1) + (1 \cdot 1) + (0 \cdot 0) \\ (-0.5 \cdot 1) + (0 \cdot 1) + (1 \cdot 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_6 \\ y_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-0.5 \cdot 0) + (1 \cdot 1) + (0 \cdot 1) \\ (-0.5 \cdot 0) + (0 \cdot 1) + (1 \cdot 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_7 \\ y_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-0.5 \cdot 1) + (1 \cdot 0) + (0 \cdot 1) \\ (-0.5 \cdot 1) + (0 \cdot 0) + (1 \cdot 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_8 \\ y_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-0.5 \cdot 1) + (1 \cdot 1) + (0 \cdot 1) \\ (-0.5 \cdot 1) + (0 \cdot 1) + (1 \cdot 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

b.



$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} x_9 \\ y_9 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (-0.5 \cdot 1) + (1 \cdot 0.5) + (0 \cdot 0.5) \\ (-0.5 \cdot 1) + (0 \cdot 0.5) + (1 \cdot 0.5) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

c. This problem can be expressed as

$$\begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

It can then be turned into a system of equations:

$$\begin{cases} -0.5x_1 + x_2 \qquad = 0 \\ -0.5x_1 \qquad + x_3 = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -0.5x_1 + x_2 \qquad = 0 \\ \qquad\qquad x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

Notice that $x_2 = x_3$. Let $x_2 = x_3 = r$. Solving for x_1,

$$\begin{aligned} -0.5x_1 + r &= 0 \\ -0.5x_1 &= -r \\ x_1 &= \frac{-r}{-0.5} \\ x_1 &= \frac{r}{0.5} \\ x_1 &= 2r \end{aligned}$$

Thus

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2r \\ r \\ r \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$