Aluno(a):\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Matrícula:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1a) | 2,5 |  |
| 2a) | 2,5 |  |
| 3a) | 2,5 |  |
| 4a) | 2,5 |  |
|  | 10.0 |  |

**LEIA COM CUIDADO**

1. A prova é individual e sem consulta.
   1. **Qualquer tentativa de “cola” resultará na anulação da prova do aluno ou dos alunos envolvidos**.
   2. Os aparelhos celulares deverão permanecer desligados e guardados fora do alcance durante toda a prova. **Aparelhos celulares ligados ou de alguma forma visíveis serão tratados como tentativa de “cola”**.
2. A interpretação faz parte da questão.
   1. **Não há perguntas durante a prova.**
   2. Em caso de dúvida escreva a dúvida e a sua interpretação na resposta.
3. O tempo de prova é 1:45 h.
4. **Após o início da prova, não será possível sair e voltar à sala.**
5. As respostas devem seguir as questões. Caso precise de rascunho use o verso da folha.
6. A prova pode ser feita a lápis.

**Questão 1 (2,5 pontos)**

a) (0,5 ponto) Suponha que *A* seja uma árvore ABB (Árvore de Busca Binária). Qual a complexidade no pior caso, expressa em função de *n*, do problema de determinar a altura de *A*? Explique a sua resposta.

b) (1,0 ponto) Suponha que *A* seja uma árvore AVL. Qual a complexidade no pior caso, expressa em função de *n*, do problema de determinar a altura de *A*? Explique a sua resposta.

c) (1,0 ponto) Suponha que *A* seja uma árvore-B de grau *m*. Qual a altura máxima *h* de *A*, expressa em função de *n* e *m*? Explique a sua resposta.

***Resposta***

**Questão 2 (2,5 pontos)**

Considere a árvore B de ordem 3 abaixo.

N1 100 108

N2 53 77 N3 103 N4 123 200

10 40 60 70 80 90 101 104 105 113 130 138 230 236

N5 N6 N7 N8 N9 N10 N11 N12

Considere um buffer pool que armazena 4 nós e é gerenciado de tal forma que os nós há mais tempo sem serem usados são retirados, quando necessário. **Em todos os casos dos itens (a) e (b),** **suponha que o buffer pool mantém o estado da operação anterior quando uma nova operação é iniciada**.

* 1. (1,5 pontos) Assuma que o buffer pool está no estado mostrado na linha 0 da tabela abaixo. Mostre os estados pelos quais passa o buffer pool quando são sucessivamente pesquisadas as chaves 40, 104 e 10, nesta ordem. Explique sua resposta.
  2. (1,0 ponto) Mostre os estados por que passa o buffer pool quando é inserida a chave 106, após as operações do item (a), reescrevendo em memória secundárias os nós novos ou modificados. Explique sua resposta.

Em todos os itens, refira-se aos nós usando os rótulos indicados na figura acima. Por exemplo, o nó N1 é a raiz. Use a tabela abaixo para mostrar o estado do buffer pool e incluir uma explicação para cada passo.

***Resposta***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Operação | Buffer Pool  (nó mais novo à direita) | Explicação |
| 0 |  | N1 | Estado inicial do buffer pool |
| 1 | Pesquisa da chave 40 |  |  |
| 2 | Pesquisa da chave 104 |  |  |
| 3 | Pesquisa da chave 10 |  |  |
| 4 | Inserção da chave 106 |  |  |

**Questão 3 (2,5 pontos)** Considere a árvore B de ordem 3 abaixo:

100 105

53 77 103 123 200

10 40 60 70 80 90 101 104 113 130 138 230 236

Realize as seguintes operações, indicando os nós que sofrem modificações (divisão, redistribuição ou concatenação) após cada operação:

1. (1.0 ponto) Inserção de 139 na árvore original.
2. (1.0 ponto) Remoção de 103 da árvore original (use a sucessora).
3. (0,5 ponto) A árvore acima pode ser considerada uma árvore B de ordem *n*, onde *n* > 3? Explique a sua resposta.

**Resposta**

**Questão 4 (2,5 pontos)**

a) (0,5 ponto) Considere a tabela de dispersão estendida, *T*, parcialmente representada abaixo. Quantos apontadores em *T* apontam para o bloco *B1* ? Caso haja mais de um apontador, além do ilustrado na figura, em quais posições da tabela *T* eles estarão armazenados? Explique sua resposta.

*T*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *i =3* |  |  |  |
| 0 |  |  |  | *B1* |
| 1 |  |  |  | *j1 =2* | |
| 2 |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |

b) (1,0 ponto) Considere a tabela de dispersão estendida representada na figura abaixo. Suponha que cada bloco possa conter até 3 chaves. Mostre como a estrutura ficará após a remoção de *K21*, assumindo que a estrutura deve economizar espaço sempre que possível. Explique sua resposta.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *i =2* |  |  |  |
| 0 |  |  | *K11* | *B1* |
| 1 |  |  | *K12* | *j1 =2* | |
| 2 |  |  |  |  | |
| 3 |  |  |  |  |
|  |  |  | *K21* | *B2* |
|  |  |  | *K22* | *j2 =2* | |
|  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  | *K31* | *B3* |
|  |  |  | *K32* | *j3 =2* | | |
|  |  |  |  |  | | |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  | *K41* | *B4* |
|  |  |  | *K42* | *j4 =2* | |
|  |  |  |  |  | |

c)(1,0 ponto) Assuma que *T* possui *n* chaves armazenadas. Qual o custo, no pior caso, para pesquisar uma chave *K* em *T* ? Explique sua resposta.

**Resposta**