

## 1. Zkouška 2. 6. 2015 (Dvořák, Hric)

### Prolog:

1) Definujte predikát `tranverse(+Strom,-OhodnocenýStrom)`, který zkopíruje strukturu stromu `Strom` do `OhodnocenýStrom` s tím, že ke každému vrcholu přidá číslo `N`, které znamená pořadí v `preOrder` průchodu a číslo `M`, které znamená pořadí v `postOrder` průchodu. Ideálně jedním průchodem stromem.

```
tranverse(t(t(nil,l,nil),v,t(nil,p,nil)),X).  
X = t(t(nil,l-2-1,nil),v-1-3,t(nil,p-3-2,nil))
```

2) Definujte predikát `atmost2(+seznam,-seznam2)`, který dostane seznam ohodnocených binárních proměnných a vrátí seznam všech možných ohodnocení stejných proměnných, které se od původního seznamu liší v maximálně 2 proměnných.

```
atmost2([x-true,y-false],X).  
X = [[x-true,y-false],[x-false,y-false],[x-false,y-true],[x-true,y-true]]
```

### Haskell:

3) Napište funkci, která převede slovo "abbbccac" na seznam, kde jsou po sobě jdoucí stejné znaky sjednoceny do dvojice (znak, početVýskytů). K reprezentaci výsledku použijte `Either` viz příklad:

```
rle::Eq a=>[a]->[Either a (a,Int)]  
rle [a,b,b,b,c,c,a,c] = [Left a, Right (b,3), Right (c,2), Left a, Left c]
```

Napište, jakou definici bude mít inverzní funkce, která naopak převede kontrahovaný seznam na původní slovo a potom ji napište s pomocí `concat` a `map`.

4) Napište `fold` pro binární stromy. Napište funkci využívající váš `fold`, která pro daný binární strom spočítá počet jeho listů.

```
data BTree a = Nil | Vertex (BTree a) a (BTree a)  
fold::b->(b->a->b->b)->BTree a->b
```

### Velká úloha:

Hypergraf  $H = (V,E)$ , kde  $V$  je množina vrcholů a  $E$  je libovolná podmnožina vrcholů (ne nutně dvouprvková). Lineární hypergraf je pak hypergraf, jehož žádné 2 hrany se neprotínají ve víc než jedno bodě. Erdősova hypotéza říká, že každý hypergraf se dá hranově dobře (stejně obarvené hrany mají prázdný průnik) obarvit pomocí nejvýše  $|V|$  barev. Napište predikát/funkci, který(á) generuje všechny lineární hypergrafy a otestujte pro každý, zda ho lze obarvit maximálně  $n$  barvami. U obecných hypergrafů je hledání takového obarvení NP-Úplný problém, ale pro lineární se předpokládá (nikdo Erdősovu hypotézu za 40 let nevyvrátil), že takové obarvení existuje. Použijte proto pro hledání toho obarvení nějakou heuristiku.

Já jsem jako heuristiku jednak seřídil hrany, které se chystám obarvit podle počtu vrcholů v nich obsažených sestupně a pak jsem ještě střídal použité barvy (místo abych jednou barvou barvil vše co můžu a měnil barvu až když nemůžu, tak jsem právě použitou barvu dával na konec seznamu pro barvení další hrany). Tyto heuristiky se mu líbily, neříkal, jestli doufal v lepší.

## 2. Zkouška 25. 5. 2014 (Dvořák, Hric)

První část:

1.

- napište predikát  $rotace/2$  na rotování seznamu. Nesmíte použít žádné pomocné predikáty. (V lineárním čase) (pouze 3 verze)

- v konstantním čase, jakou potřebujete strukturu? Ukažte na  $[1,2,3]$

- napište  $rotace/2$  (pouze 2 verze) v konstantním čase

2.

- máte ČUM ( $[a > -b, a > -c, \dots]$ ). Vypište všechny neporovnatelné dvojice (ve formě seznamu), tzn například  $[b-c, \dots]$

3.

- Máte XML strom

```
data Tree a = T a [Tree a]
```

– vypište ho

4.

- Máte Multiset, napsat instanci třídy Ord ( $m1 < m2 \iff$  existuje prvek v  $m2 \setminus m1$ , který je větší, než všechny prvky v  $m1 \setminus m2$  - množinový rozdíl)

Druhá část:

Máte  $N$  truhel,  $N+1$  klíčů, v každé truhle je právě jeden klíč, jeden máte na začátku.

Každý klíč má svou barvu a každá truhla má barvu, truhlu otevřete jen klíčem té samé barvy. Zároveň když použijete klíč, už ho nemůžete použít znovu (zůstane v zámku)?

Existuje posloupnost otvírání truhel tak, že otevřete všechny truhly? Pozn. máte to udělat polynomiálně

---

## 3. Zkouška 26.6.2014 (Dvořák + Hric)

### Prolog

1. Byl dán seznam objektů, kde každý objekt obsahuje dvojice klíč-hodnota. Úkolem bylo pro každý klíč vypsat jakých hodnot nabývá.

Pokud nějaký objekt klíč neobsahuje, tak je hodnota undefined. Objekty jsou prostě seznamy.

```
[
  [ jmeno-"xy", vek-30, vaha-90],
  [ jmeno-"xyz", vek-35, vaha-80]
  [ jmeno-"ab", vaha-80]
]
[ jmeno-["xy", "xyz", "ab"], vek-[30, 35, undefined], vaha-[90, 80, 80]]
```

2. Mame dany nedokonaly BVS, mame vypisat dvojice vrcholov, ktore porusuju podmienky BVS. Kazdy vrchol a list ma nejaku hodnotu, co je unikatne cele cislo. Uz to tu par krat bolo.

Datova struktura:

```
data BVS a = N nil | NT (BVS a) a (BVS a)
```

(alebo nieco podobne)

## Haskell

3. HTML serializer. Mame dany obecny strom, ktorý ma vo vrcholoch a listoch nazvy HTML tagov, napr. "html", "body", "a", atd. Cieľom bolo:

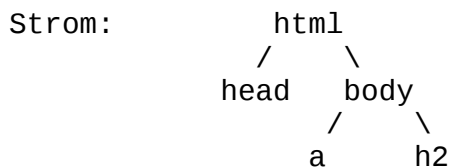
a) napísať typ konštruktoru tej datovej štruktúry

b) vypísať tagy do stringu podľa DFS prechodu stromom zľava - teda vlastne tak, aby to bolo validné HTML.

Signatúra:

```
vypis (Num a, Ord a):: NTree a -> String
```

Priklad:



Vypis: <html><head></head><body><a></a><h2></h2></body></html>

4. Mame body v niekoľkodimenzionálnom priestore. Vzdialenosť medzi bodmi je určená pomocou Manhattankej metriky. Funkcia dostane zadanú dvojicu bodov (prihradok), a zoznam ďalších bodov. Singatúra funkcie bola:

```
zarad :: (Num a, Ord a) => ([a], [a]) -> [[a]] -> ([[a]], [[a]])
```

Kazdý bod zo zoznamu bolo treba zaradiť do tej bližšej z tých 2 prihradok, teda do tej, ktorá je bližšie podľa Manhattankej metriky.

Například:

```
> zarad ([0,0] [5,5]) [[1,2], [6,4], [0,-1]]
([ [0,0], [1,2], [0,-1] ], [ [5,5], [6,4] ])
```

## Big One

Je daný počet strojov  $n$ , a zoznam výrobkov (každý výrobok má dané číslo, dobu koľko trvá jeho výroba, čas odkedy je možné ho vyrobiť, a čas do kedy musí jeho výroba skončiť). Môžeme predpokladať, že doba výroby sa vojde do tohto intervalu od-do (teda každý výrobok je vyrobiteľný). Stroje sú navzájom zameniteľné, výrobky tiež. Každý stroj môže samozrejme naraz vyrábať len jeden výrobok.

Ulohou bolo vrátiť rozvrh výroby (teda zoznam zaznamov typu [číslo výrobku, čas začatia výroby, číslo stroja]), tak aby sa maximalizoval počet vyrobených výrobkov. Nemusia sa dať vyrobiť všetky. Málo sa to riešilo s heuristikou. Dvoriak nám poradil, aby sme to písali zhora, teda pomocné funkcie až nakoniec, pre prípad, že by sme to nestihli.

Uloha bola veľmi nečakane NP úplná. Podľa mňa bol na to oveľa lepší Prolog, ale viem, že to pár ľudí robilo aj v Haskell. Ja som to robila tak, že som sa najprv pokúsila najst rozvrh, ktorý vyrobí všetky výrobky (teda  $m$  výrobkov), ak sa to nepodari, skúsi vyrobiť  $m-1$ ... atď., až po skúsi vyrobiť jeden výrobok. Ak sa mu nepodari ani jeden, zlyhá. Rozvrh som sa snažila vyrobiť pomocou predikátov `between` a kontrolovania podmienok.

Bolo treba splniť podmienky: jeden stroj nikdy nevyrába viac vecí naraz, výroba každého výrobku prebieha v jeho povolenom intervale

#### 4. Zkouška 26.5.2014 (Dvořák + Hric)

##### Prolog:

1) Definujte predikát `orez(+Strom,+D,+H,-VStrom)`, který ve Stromu ponechá pouze uzly V, že  $D \leq V \leq H$ . Už bylo min 2x.

2) Máme neorientovaný graf bez smyček, reprezentovaný pomocí seznamu sousedů. Napište predikát `trojuhelniky(G,V)`, který ve V vrátí seznam všech trojúhelníků (třech vrcholů, které mezi sebou všechny mají hrany). Trojúhelníky by se v seznamu neměly opakovat.

Př:

```
troj([a->[b,c,d],b->[c,a],c->[b,d,a],d->[a,c],e->[]],V).  
V = [troj(a,b,c),troj(a,c,d)]
```

##### Haskell:

1) Násobení řídkých polynomů -> mějme řídké polynomy reprezentované pomocí [(nenulový koeficient,exponent)]. Definujte pro ně datový typ (nezapomeňte na nulový polynom) a napište funkci `mult` (i její datovou signaturu), která bude řídké polynomy násobit.

Kdo neví (jako já jsem nevěděl) co je řídký polynom -> u spousty exponentů je nulový koeficient (exponenty prostě nejdou po 1, ale skáčou), ty samozřejmě nejsou v dané reprezentaci.

```
data Ridky a = Ridky [(Int,Int)] | Void  
Postup: vynásobit všechno se vším, posčítat závorky se stejným  
exponentem.
```

2) Máme zadaný datový typ (`Bag a = Item a | Items [a]`) a typ funkce `fold`, která má tuto strukturu procházet. Máme definovat tuto funkci a poté ještě funkci `listy`, která vrátí seznam všech položek v `Item a` v této datové struktuře.

```
data Bag a = Item a | Items [Bag a]
```

```
-- a) Definovat funkci fold pro obecný průchod datovou strukturou.
```

```
fold :: (a -> b) -> ([b] -> b) -> Bag a -> b
```

```
fold func listFunc (Item x) = func x
```

```
fold func listFunc (Items xs) = listFunc [fold func listFunc bag | bag <-  
xs]
```

```
-- b) Definovat funkci listy, která vrátí seznam položek s datovými  
konstruktory Item.
```

```
listy :: Bag a -> [a]
```

```
listy bag = fold makeList joinLists bag
```

```
makeList :: a -> [a]
```

```
makeList x = [x]
```

```
joinLists :: [[a]] -> [a]
```

```
joinLists [] = []
```

```
joinLists (x:xs) = x ++ joinLists xs
```

```
-- > listy (Items [Item 1, Item 2, Items [Item 3, Item 4], Item 5])  
-- [1,2,3,4,5]
```

### Big One:

Mějme  $x_1..x_n$ ,  $y_1..y_n$  posloupnosti,  $P$  cenu vyškrtnutí,  $I$  a  $J$  maximální počet po sobě jdoucích vyškrtnutí (pro posloupnost  $x$  resp  $y$ ). Představte si, že jsou posloupnosti pod sebou a nyní máte prvky z  $x$  spárovat s  $y$  přímkami tak, že se nikde nic nekříží. V posloupnostech můžete vyškrtnávat prvky, abyste je nemuseli párovat. Pro spárované  $x_i$  s  $y_i$  je cena  $\text{abs}(x_i - y_i)$ . Pro celé možné spárování je tedy cena součet cen párů + (počet vyškrtnutých znaků \*  $P$ ). Najděte spárování s nejmenší cenou.

Můj postup: vygeneruju si všechny možnosti vyškrtnutí pro  $x$  a  $y \rightarrow$  zazipuju  $[\text{zip } a \text{ } b \mid a \leftarrow \text{moznosti } x [\text{argumenty}], y \leftarrow \text{moznosti } y [\text{argumenty}]]$ . Doporučuju si v generovaných možnostech v posledním prvku držet penalizaci za vyškrtnávání. Pak zjistím nejnižší cenu takových spárování a vyhodím všechny (oni chtěli jen jedno), které tuto cenu má.

---

## 5. Zkouška 21.5.13 (Dvořák+Hric)

**Prolog** (pouze std predikáty z přednášky, bez použití assert, findall a dalších užitečných)

1) Rotace seznamu v konstantním čase (pomocí rozdílových seznamů)

2) dostanete graf a vrchol - máte najít každou nezávislou množinu vrcholů obsahující zadaný vrchol co největší do inkluze (může jich být víc! pozor na definici "co do inkluze")

Reprezentace grafu je následující graf(Vrcholy, Hrany), kde  $\text{Vrcholy}=[\text{Int}]$ ;  $\text{Hrany}=[v \rightarrow [u, w, z], x \rightarrow [y, z]]$

**Haskell** (papír s fcemi dostanete, když použijete jiné, musíte je na ústním naprogramovat)

3) Reprezentujte dlouhá a neomezeně přesná čísla seznamem číslic a pozicí desetinné čárky; naimplementujte násobení těchto čísel

4) zipWith na obecných stromech (hodnoty ve všech listech) - dostanete funkci, dva stromy a defaultní hodnotu a máte vrátit strom. Je potřeba rekurzivně se volat na syny a když v jednom stromu syn chybí a ve druhém je (nebo naopak) do prvního si "přimyslet" nový vrchol s defaultní hodnotou

### 1 velká úloha

#### Zobecnění hamiltonovské kružnice

Dostanete (ohodnocený, orientovaný) graf a jeho 2 disjunktní podmnožiny vrcholů  $A$ ,  $B$  takové, že  $|A|=|B|=N$ . Vaším úkolem je vypsát  $N$  (hranově i vrcholově) disjunktních cest vedoucích z  $A$  do  $B$  (tedy z každého vrcholu v  $A$  povede jedna; do každého vrcholu v  $B$  povede jedna). Navíc cesty musí projít projít všemi vrcholy. Navíc pokud je možných řešení jak cesty vést více, vyberte to, jehož hrany mají nejmenší součet délek. Pokud je i tak řešení více, vyberte takové, které má nejdelší cestu nejkratší možnou. Navíc se pokuste o vhodnou heuristiku (problém je *překvapivě* NP-úplný). Heuristika nebyla na plný počet vyžadována, ale pokud jste prohledávali do šířky, vyplatilo se jít nejkratší možnou cestou a potom další výpočty chytře ořezávat už na začátku, ale jak říkám - nebylo to podstatné.

## 6. 19.06.2015 - Dvořák, Hric

### Malé příklady

1. **Prolog** Napište predikát `splay(+Hodnota, +Strom, -Vystup)` provede operaci `splay` nad binárním vyhledávacím stromem `Strom`, která pomocí rotací přesune uzel s hodnotou `Hodnota` (pokud ve stromu není tak jejího přímého předchůdce či následníka) do kořene stromu a vrátí nový strom ve `Vystup`.
2. **Prolog** Napište predikát `zlepsirez(+Graf, +Vrcholy1, +Vrcholy2, -OutV)`, který pro zadaný ohodnocený neorientovaný graf `Graf` a řez (definovaný pomocí dvou disjunktních množin vrcholů `Vrcholy1` a `Vrcholy2`) najde vrchol, který když přesuneme do opačné skupiny vrcholů řezu, tak dostaneme řez s lepší cenou. Graf byl zadaný šikovně a bylo možné si ho případně upravit aby vyhovoval více.
3. **Haskell** Máme zadanou matici (jako list listů), napište funkci, která pro danou matici vrátí všechny dvojice indexů  $(x,y)$  takových, že podmatice  $(1,1) (x,y)$  je kladná (každý prvek je kladný) a zároveň  $x$  i  $y$  je největší možné. Výstupem mají být všechny takovéto dvojice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{pmatrix}$$

První řádek (chápáno jako matice) nesplňuje zadání, protože rozšířením na první dva řádky dostaneme větší matici, která je pořád kladná. Naopak první sloupec jej splňuje, protože y-ově rozšířit nejde (`OutOfBoundsException`) a x-ově taky ne, protože (kvůli -8) by nebyla matice kladná.  $[(1,3), (3,2)]$  je řešení v tomto případě.

4. **Haskell** Je dán strom (ne nutně binární) a máme očíslovat jeho vrcholy v pre-order pořadí (viz. prologovský příklad z kázkové písemky na webu předmětu), `Strom` je data `NT a = N a [NT a]`

### Velký příklad

Máte orientovaný graf a ke každé hraně máte seznam dvojic reálních čísel. Cílem je nějak ohodnotit vrcholy libovolnými čísly a hrany jednou dvojicí ze seznamu tak, aby odchylka byla co nejmenší.

Odchylka je součet odchylek všech hran.

Odchylka hrany s hodnotou počátečního vrcholu  $v_1$ , hodnotou koncového vrcholu  $v_2$  a ohodnocením hrany  $(e_1, e_2)$  je  $|v_1 - e_1| + |v_2 - e_2|$ . Máte zvolit vhodnou heuristiku.