深蓝学院
shenlanxueyuan.com

深度学习：从理论到实践

第一章：深度学习基础（上）

课程大纲

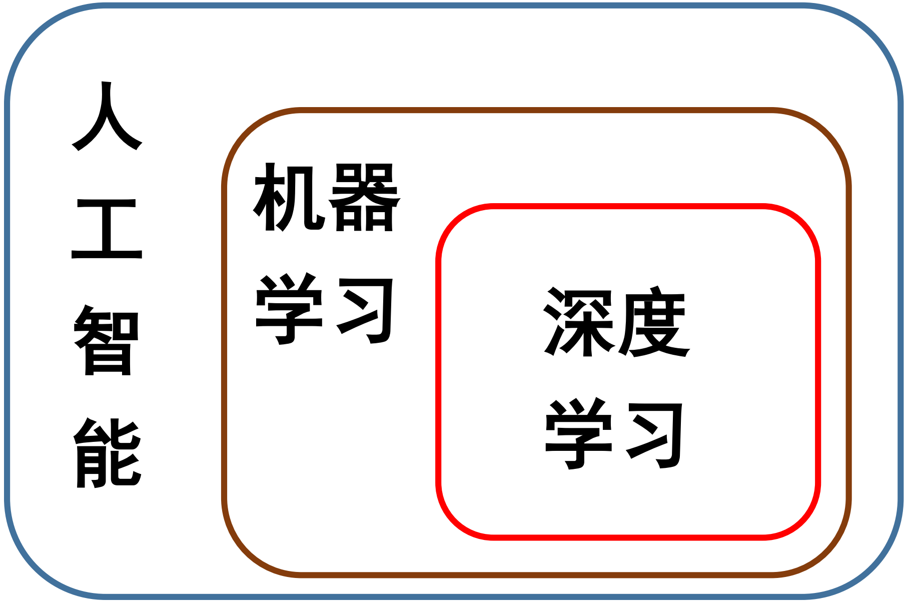
- ✓ 机器学习与深度学习
- ✓ 贝叶斯决策论
- ✓ 密度估计
  - ◆ 参数估计：极大似然估计与EM算法
  - ◆ 非参数估计：KNN与Parzen窗估计

课程大纲

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

- ✓ 机器学习与深度学习
- ✓ 贝叶斯决策论
- ✓ 密度估计
  - ◆ 参数估计：极大似然估计与EM算法
  - ◆ 非参数估计：KNN与Parzen窗估计

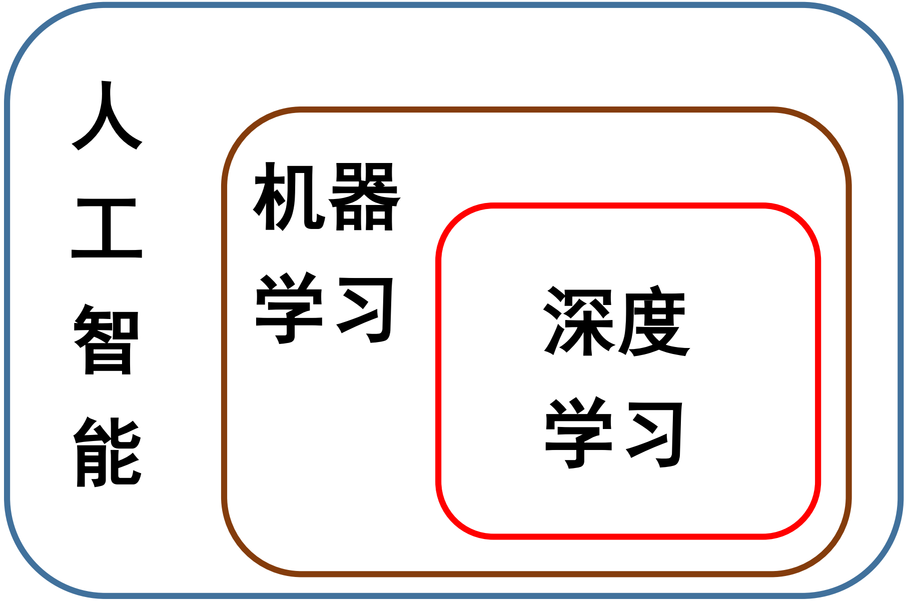
机器学习与深度学习



分类器构造

1. 回归
2. 支持向量机
3. 神经网络
4. 决策树、随机森林
5. 独立于算法的机器学习

机器学习与深度学习

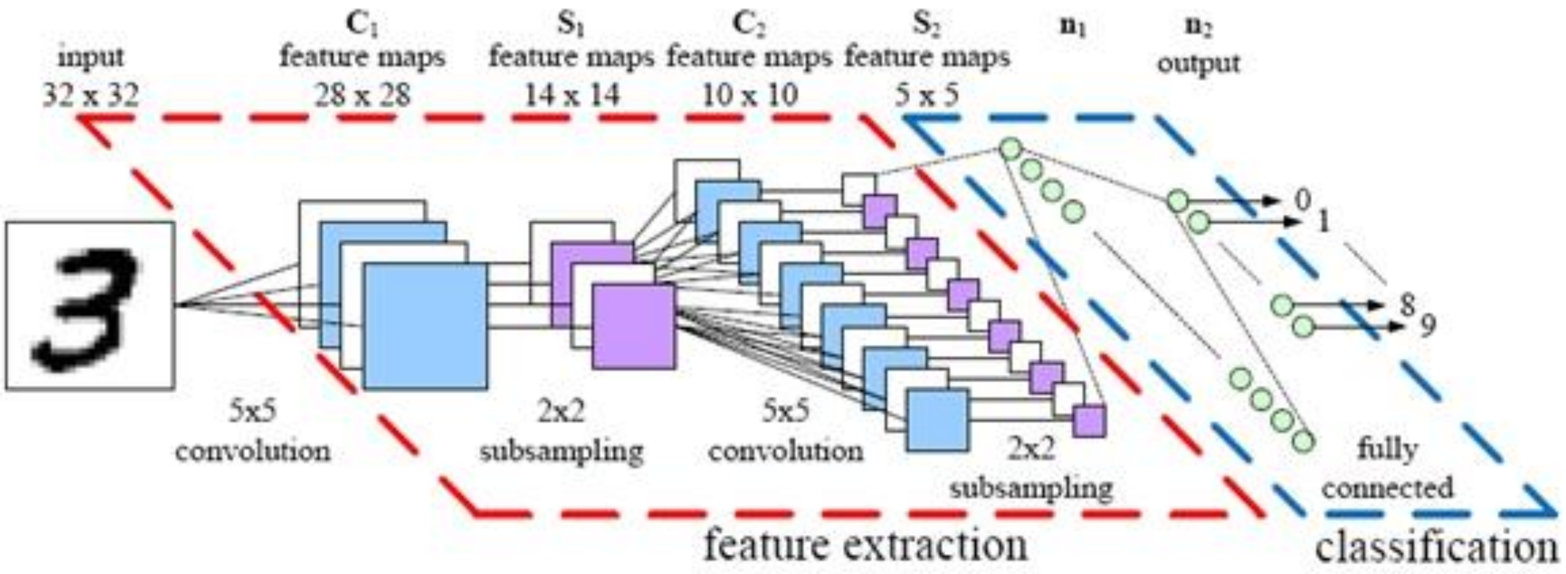


机器学习任务

1. 监督学习
2. 无监督学习
3. 半监督学习
4. 强化学习

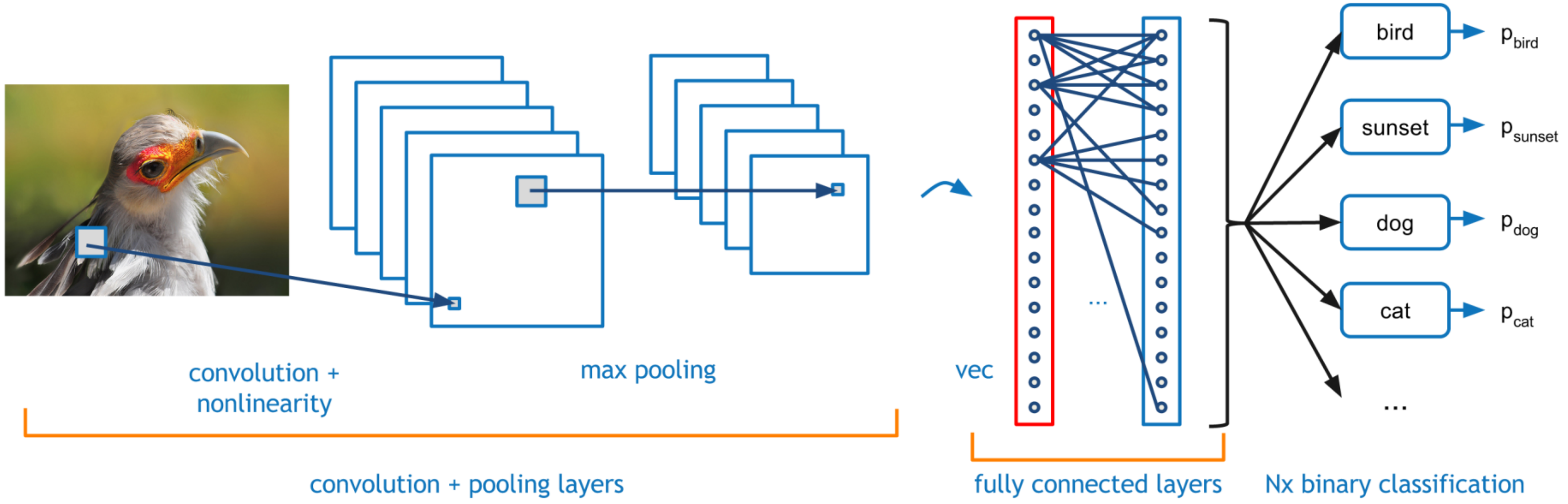
机器学习与深度学习

文字分类



机器学习与深度学习

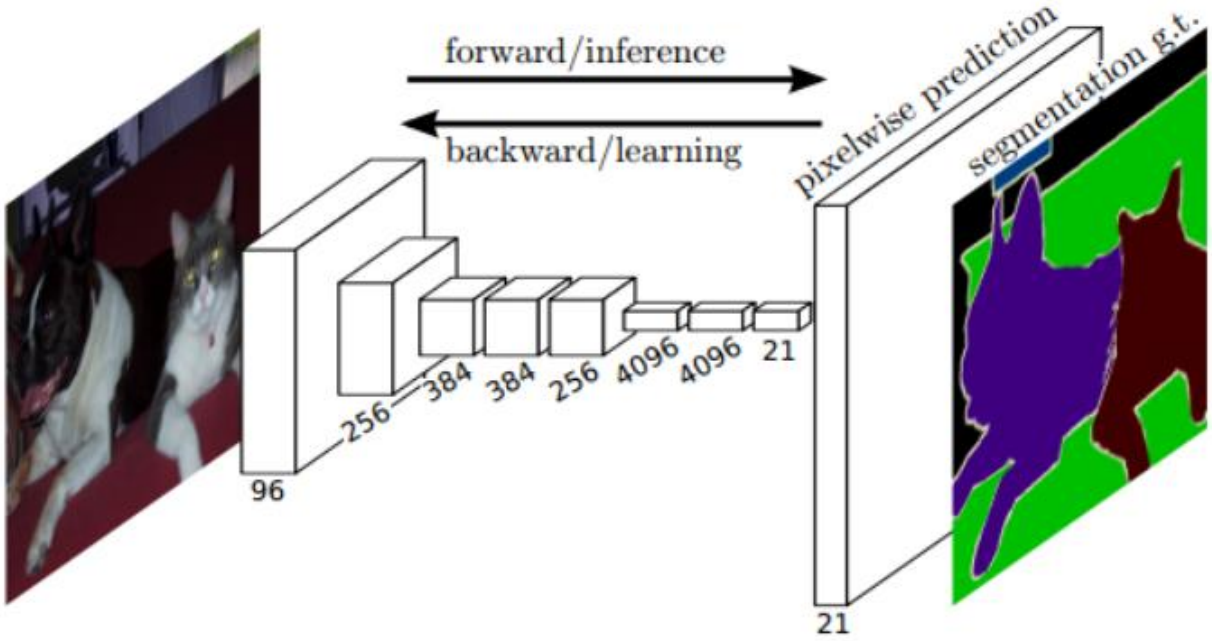
动物分类



机器学习与深度学习

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

图像分割

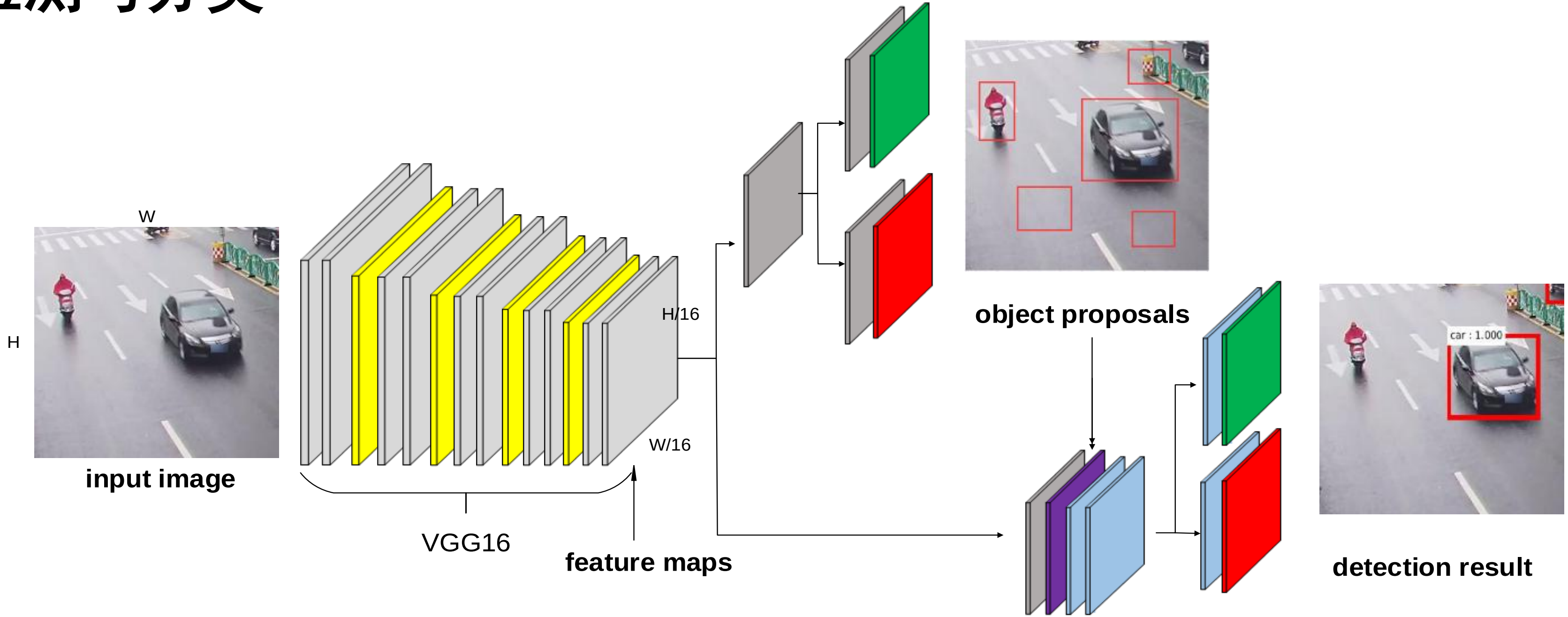


卷积神经网络

目标分割

机器学习与深度学习

检测与分类

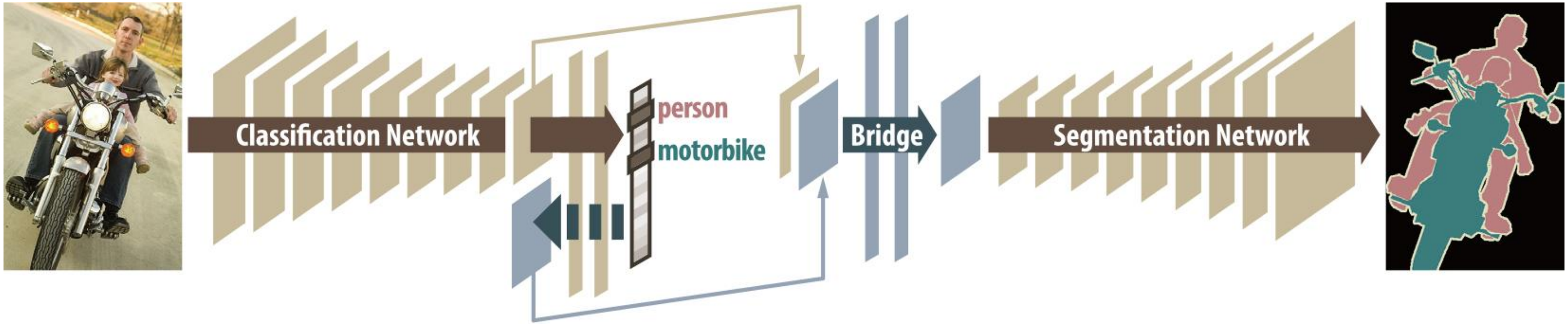


机器学习与深度学习

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

检测与分割

卷积神经网络目标检测与分割



机器学习与深度学习

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

课程目标

1. 能从机器学习、模式识别等角度看深度学习
2. 深入理解深度学习理论知识
3. 熟悉常见深度学习模型以及实现方法
4. 熟悉Caffe深度学习开发框架

课程大纲

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

- ✓ 机器学习与深度学习
- ✓ **贝叶斯决策论**
- ✓ 密度估计
  - ◆ 参数估计：极大似然估计与EM算法
  - ◆ 非参数估计：KNN与Parzen窗估计

贝叶斯决策—引言

问　　题： 警察判断驾驶员是否酒驾。

判别方法： 观察驾驶员的脸部颜色（发红的程度）。

驾驶员的脸色红到什么程度，可以认为是酒驾呢？

贝叶斯决策—引言

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

问题形式化：

ω_1 表示酒驾事件，ω_2 表示未酒驾事件

x 表示驾驶员脸红的程度

为了判断是否酒驾，可计算两个后验概率 $P(\omega_1 | x)$ 和 $P(\omega_2 | x)$

判断方法：如果 $P(\omega_1 | x) > P(\omega_2 | x)$，则判断该驾驶员酒驾了。

贝叶斯决策—引言

贝叶斯决策的核心概念：

类　　别：$\omega_i, i=1,\ldots,c$

特征矢量：$\mathbf{x}=[x_1,\ldots,x_d]\in R^d$

先验概率：$P(\omega_i)$　$\sum_{i=1}^{c}P(\omega_i)=1$

概率密度函数（条件概率、似然）：$p(\mathbf{x}\mid\omega_i)$

后验概率：$P(\omega_i\mid\mathbf{x})=\dfrac{p(\mathbf{x}\mid\omega_i)P(\omega_i)}{p(\mathbf{x})}=\dfrac{p(\mathbf{x}\mid\omega_i)P(\omega_i)}{\sum_{j=1}^{c}p(\mathbf{x}\mid\omega_j)P(\omega_j)}$

问题1：后验概率是否满足归一化条件。

贝叶斯决策—最小错误率

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

分类错误率（两类问题）：

$$P(e)=\int P(e|x)p(x)dx$$

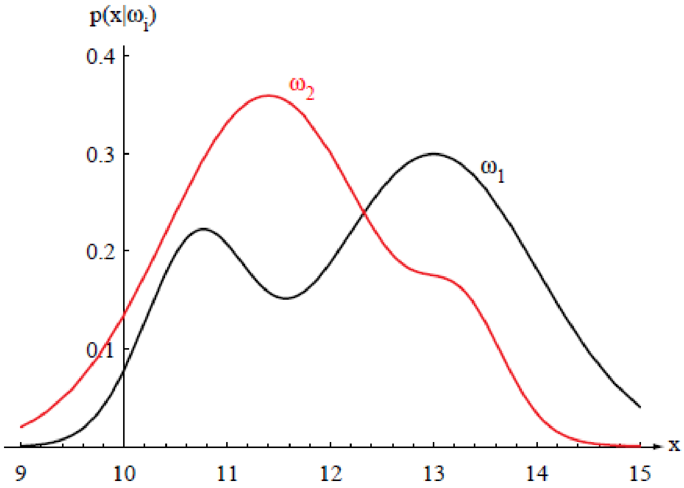
其中，$P(e|x)=\begin{cases}P(\omega_2|x), & \text{如果决策 } x\in\omega_1\\ P(\omega_1|x), & \text{如果决策 } x\in\omega_2\end{cases}$

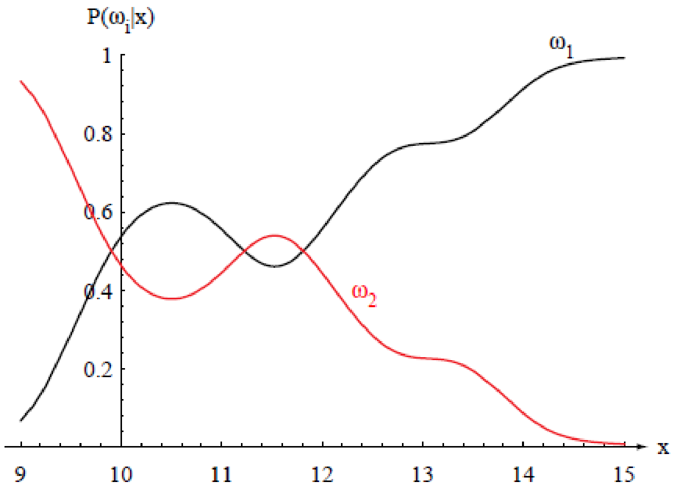
最小错误率决策： $\min P(e)$

判断方法： 如果 $P(\omega_1|x)>P(\omega_2|x)$，则 $x\in\omega_1$，否则 $x\in\omega_2$。

贝叶斯决策—最小错误率

举例说明：





$$P(\omega_1) = 2/3$$

$$P(\omega_2) = 1/3$$

$$P(\omega_i \mid \mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x} \mid \omega_i) P(\omega_i)}{p(\mathbf{x})} = \frac{p(\mathbf{x} \mid \omega_i) P(\omega_i)}{\sum_{j=1}^{c} p(\mathbf{x} \mid \omega_j) P(\omega_j)}$$

贝叶斯决策—简要总结

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

贝叶斯问题：

- ✓ 是否可以直接使用先验进行判断？（可以，但是准度不高。）
- ✓ 先验和后验的关系？（通过似然或者观察，将先验转换为后验。）
- ✓ 如果似然分布一样，会怎么样？（后验和先验一致，相当于用先验）
- ✓ 引入新的观察（特征），后验是否可转换为先验？（理论上可以，通常将所有特征一起考虑，即一起用于计算似然。）

贝叶斯决策—简要总结

贝叶斯问题：

- ✓ 除了最小错误率贝叶斯决策，还有其它决策吗？（有，例如：最小风险贝叶斯决策，将风险因子考虑在内。）
- ✓ 后验计算的核心是先验和似然(类条件概率密度)，如何估计？（先验通常利用已知的知识得到，似然一般通过数据估计得到。）

课程大纲

- ✓ 机器学习与深度学习
- ✓ 贝叶斯决策论
- ✓ 密度估计
  - ◆ 参数估计：极大似然估计与EM算法
  - ◆ 非参数估计：KNN与Parzen窗估计

参数估计——最大似然估计

问题描述

给定样本 $D=\{\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\ldots,\boldsymbol{x}_n\}$，估计分布的参数 $\boldsymbol{\theta}$

要求

- 分布：分布的类型确定，参数确定但未知
- 样本：所有样本要求独立同分布

参数估计—最大似然估计

最大似然估计期望所有样本的似然最大，即

$$\max p(D|\boldsymbol{\theta}) = p(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \dots, \boldsymbol{x}_n|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{k=1}^{n} p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{\theta})$$

样本独立

对数似然函数 $l(\boldsymbol{\theta}) \equiv \ln p(D|\boldsymbol{\theta}) = \sum_{k=1}^{n} \ln p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{\theta})$

求解 $\boldsymbol{\theta} = \arg\max_{\boldsymbol{\theta}} l(\boldsymbol{\theta})$ **最优的必要条件，极值点导数为0**

$$0 = \nabla_{\boldsymbol{\theta}} l(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{k=1}^{n} \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \ln p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{\theta})$$

参数估计—最大似然估计

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

例子1：假设所有样本服从方差已知而均值未知的高斯分布，确定均值μ

第一步：计算每个样本的对数似然函数 $\ln p(\mathbf{x}_k|\boldsymbol{\mu}) = -\frac{1}{2}\ln\left[(2\pi)^d|\boldsymbol{\Sigma}|\right] - \frac{1}{2}(\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu})^t\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu})$

第二步：计算每个样本的参数$\boldsymbol{\theta}$(均值$\boldsymbol{\mu}$)的导数 $\nabla_{\boldsymbol{\theta}} \ln p(\mathbf{x}_k|\boldsymbol{\mu}) = \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu})$

第三步：所有样本导数求和为0 $\sum_{k=1}^{n}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_k - \hat{\boldsymbol{\mu}}) = 0$ ➡ $\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\mathbf{x}_k$

多维高斯分布 $p(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2}|\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}}\exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^t\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})\right]$

参数估计—最大似然估计

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

例子2：假设所有样本服从均值方差都未知的一维高斯分布，确定均值和方差

第〇步：确定参数形式 $\theta_1 = \mu \text{ and } \theta_2 = \sigma^2$

第一步：计算每个样本的对数似然函数 $\ln p(x_k|\theta) = -\frac{1}{2}\ln 2\pi\theta_2 - \frac{1}{2\theta_2}(x_k - \theta_1)^2$

第二步：计算每个样本的参数$\boldsymbol{\theta}$的导数 $\nabla_{\boldsymbol{\theta}} l = \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \ln p(x_k|\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta_2}(x_k - \theta_1) \\ -\frac{1}{2\theta_2} + \frac{(x_k-\theta_1)^2}{2\theta_2^2} \end{bmatrix}$

第三步：所有样本导数求和为0

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\hat{\theta}_2}(x_k - \hat{\theta}_1) = 0 \Rightarrow \hat{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k \Rightarrow -\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\hat{\theta}_2} + \sum_{k=1}^{n}\frac{(x_k - \hat{\theta}_1)^2}{\hat{\theta}_2^2} = 0 \Rightarrow \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \hat{\mu})^2$$

一维高斯分布 $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$

参数估计——EM算法

问题描述：

数据缺失情况下的参数估计，即：给定输入数据

$$\mathcal{D} = \{\mathrm{x}_1, ..., \mathrm{x}_n\} = \mathcal{D}_g \cup \mathcal{D}_b$$

其中，部分样本 $\mathrm{x}_k = \{\mathrm{x}_{kg}, \mathrm{x}_{kb}\}$。估计参数$\boldsymbol{\theta}$。

要求

和最大似然估计的要求一致。

参数估计——EM算法

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

期望最大化算法（EM算法）的核心思路：迭代优化。即：给定上次迭代参数$\boldsymbol{\theta}^i$，估计新的参数$\boldsymbol{\theta}^{i+1}$。因此，EM算法的整体框架如下：

1. 初始化$\boldsymbol{\theta}^0$以及$i=0$
2. $do\ \ i \leftarrow i+1$
3. 利用$\boldsymbol{\theta}^i$更新$\boldsymbol{\theta}^{i+1}$；
4. $until$ 终止条件
5. 返回$\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}^{i+1}$

EM算法的两个核心问题

1. 如何利用$\boldsymbol{\theta}^i$更新$\boldsymbol{\theta}^{i+1}$
2. 如何确认定终止条件

参数估计—EM算法

如何利用参数$\boldsymbol{\theta}^i$估计新参数$\boldsymbol{\theta}$

1. 利用参数$\boldsymbol{\theta}^i$，对缺失函数求期望（期望步）

$$Q(\boldsymbol{\theta};\ \boldsymbol{\theta}^i) = \mathcal{E}_{\mathcal{D}_b}[\ln p(\mathcal{D}_g, \mathcal{D}_b;\ \boldsymbol{\theta})|\mathcal{D}_g;\ \boldsymbol{\theta}^i]$$

2. 最大化期望（最大化步）

$$\boldsymbol{\theta}^{i+1} \leftarrow \arg\max_{\theta} Q(\boldsymbol{\theta};\ \boldsymbol{\theta}^i)$$

终止条件（参数变化很小）$Q(\boldsymbol{\theta}^{i+1};\ \boldsymbol{\theta}^i) - Q(\boldsymbol{\theta}^i;\ \boldsymbol{\theta}^{i-1}) \leq T$

参数估计—EM算法

例子1：假设数据由二维空间的4个点组成，如下：

$$\mathcal{D} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4\} = \left\{ \binom{0}{2}, \binom{1}{0}, \binom{2}{2}, \binom{*}{4} \right\}$$

其中*表示样本4的第一个特征值未知（或缺失）。目的，估计二维高斯分布（协方差矩阵为对角阵），

即估计 $\theta = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \sigma_1^2 \\ \sigma_2^2 \end{pmatrix}$，已知的初始化为 $\theta^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

参数估计—EM算法

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

期望步（对缺失数据计算期望）：

$$
\begin{aligned}
Q(\boldsymbol{\theta};\ \boldsymbol{\theta}^0) &= \mathcal{E}_{x_{41}}[\ln p(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_b;\ \boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\theta}^0;\ \mathcal{D}_g)] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=1}^{3} \ln p(\mathbf{x}_k|\boldsymbol{\theta}) + \ln p(\mathbf{x}_4|\boldsymbol{\theta})\right] p(x_{41}|\boldsymbol{\theta}^0;\ x_{42}=4)\ dx_{41} \\
&= \sum_{k=1}^{3} [\ln p(\mathbf{x}_k|\boldsymbol{\theta})] + \int_{-\infty}^{\infty} \ln p\left(\left(\begin{matrix} x_{41} \\ 4 \end{matrix}\right)\middle|\boldsymbol{\theta}\right) \underbrace{\frac{p\left(\left(\begin{smallmatrix} x_{41} \\ 4 \end{smallmatrix}\right)\middle|\boldsymbol{\theta}^0\right)}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} p\left(\left(\begin{matrix} x'_{41} \\ 4 \end{matrix}\right)\middle|\boldsymbol{\theta}^0\right) dx'_{41}\right)}}_{\equiv K} dx_{41}
\end{aligned}
$$

参数估计—EM算法

期望步（对缺失数据计算期望）：

$$
\begin{aligned}
Q(\boldsymbol{\theta};\ \boldsymbol{\theta}^0) &= \sum_{k=1}^{3}[\ln p(\mathbf{x}_k|\boldsymbol{\theta})] + \frac{1}{K}\int_{-\infty}^{\infty}\ln p\left(\left(\begin{matrix} x_{41} \\ 4 \end{matrix}\right)\middle|\boldsymbol{\theta}\right)\frac{1}{2\pi\left|\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)\right|}\exp\left[-\frac{1}{2}(x_{41}^2+4^2)\right]dx_{41} \\
&= \sum_{k=1}^{3}[\ln p(\mathbf{x}_k|\boldsymbol{\theta})] - \frac{1+\mu_1^2}{2\sigma_1^2} - \frac{(4-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2} - \ln\ (2\pi\sigma_1\sigma_2).
\end{aligned}
$$

参数估计——EM算法

最大化步（期望最大化）：

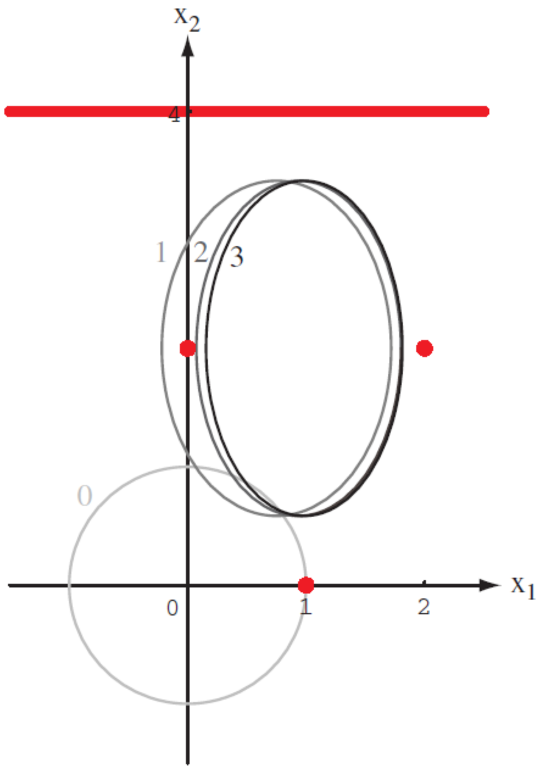
$$\max \sum_{k=1}^{3}[\ln p(\mathrm{x}_k|\theta)] - \frac{1+\mu_1^2}{2\sigma_1^2} - \frac{(4-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2} - \ln(2\pi\sigma_1\sigma_2)$$

求解结果：

$$\theta^1 = \begin{pmatrix} 0.75 \\ 2.0 \\ 0.938 \\ 2.0 \end{pmatrix}$$

参数估计——EM算法

迭代过程：



3次迭代后的结果

$$\boldsymbol{\mu} = \binom{1.0}{2.0}, \text{ and } \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0.667 & 0 \\ 0 & 2.0 \end{pmatrix}$$

参数估计—EM算法

例子2：多高斯参数估计。多高斯分布定义如下：

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{K} \pi_k p(\mathbf{x} \mid \theta_k)$$

$$\text{subject to } \sum_{k=1}^{K} \pi_k = 1$$

其中，$p(\mathbf{x} \mid \theta_k) = \mathcal{N}(\mathbf{x} \mid \mu_k, \Sigma_k)$ 为单高斯分布。

参数估计—EM算法

最大似然估计（1. 计算对数似然，2. 对参数求导为0）

$$\max LL = \log \prod_{n=1}^{N} p(\mathbf{x}_n) = \sum_{n=1}^{N} \log \sum_{k=1}^{K} \pi_k p(\mathbf{x}_n \mid \theta_k)$$

$$\nabla_{\pi_k} LL = 0, \quad \nabla_{\mu_k} LL = 0, \quad \nabla_{\Sigma_k} LL = 0$$

无法解析求解！

参数估计—EM算法

EM估计：将数据看作是不完整数据，每个数据包含隐含的类别指示变量

$$z_{nk} \in \{0,1\}, \quad k = 1,\ldots,K$$

期望步，定义期望：$Q(\Theta,\Theta^{old}) = \sum_{\mathbf{Z}} \log p(\mathbf{X},\mathbf{Z}\,|\,\Theta)\, p(\mathbf{Z}\,|\,\mathbf{X},\Theta^{old})$

期望计算如下：$Q(\Theta,\Theta^{old}) = \mathrm{E}_{\mathbf{Z}}[\log p(\mathbf{X},\mathbf{Z}\,|\,\Theta)] = \sum_{n=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\gamma(z_{nk})\{\log \pi_k + \log \mathcal{N}(\mathbf{x}\,|\,\mu_k,\Sigma_k)\}$

$$p(\mathbf{X},\mathbf{Z}\,|\,\Theta) = \prod_{n=1}^{N}\prod_{k=1}^{K}\pi_k^{z_{nk}}\mathcal{N}(\mathbf{x}_n\,|\,\mu_k,\Sigma_k)^{z_{nk}} \qquad \gamma(z_{nk}) = P(z_{nk}=1\,|\,\mathbf{x}_n) = \frac{\pi_k N(\mathbf{x}_n\,|\,\mu_k,\Sigma_k)}{\sum_{j=1}^{K}\pi_j N(\mathbf{x}_n\,|\,\mu_j,\Sigma_j)}$$

参数估计—EM算法

EM估计：将数据看作是不完整数据，每个数据包含隐含的类别指示变量

$$z_{nk} \in \{0,1\}, \quad k = 1,\ldots,K$$

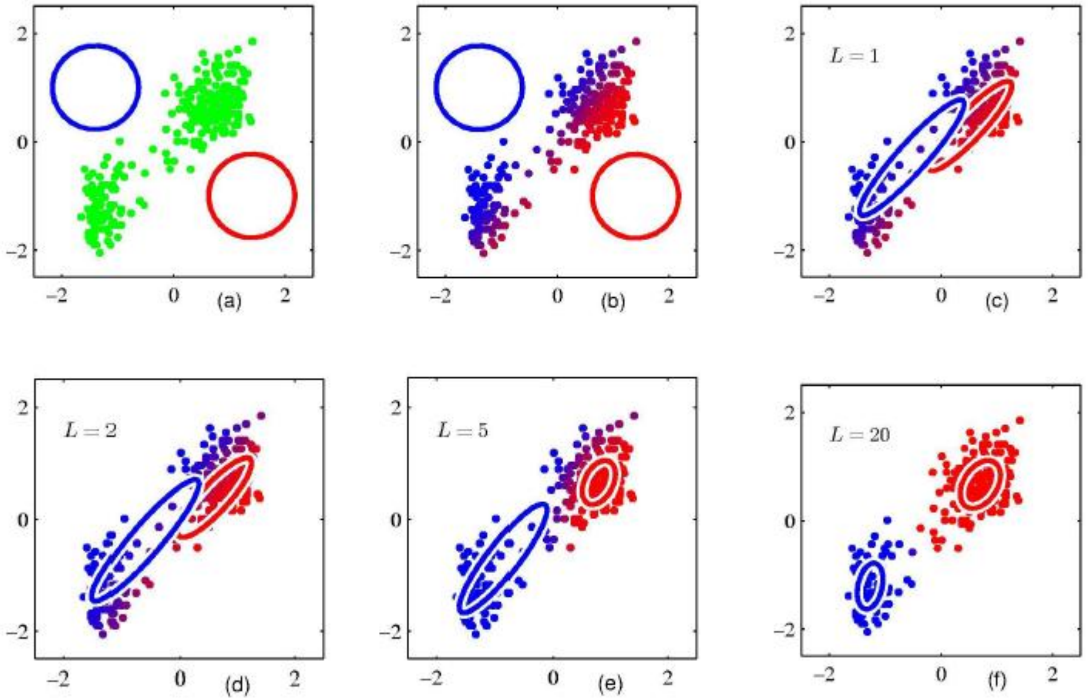
最大化步（求导为0）$\nabla_{\pi_k} Q = 0, \quad \nabla_{\mu_k} Q = 0, \quad \nabla_{\Sigma_k} Q = 0$

$$\begin{cases} \mu_k^{new} = \dfrac{1}{N_k} \sum_{n=1}^{N} \gamma(z_{nk}) \mathbf{x}_n \\ \Sigma_k^{new} = \dfrac{1}{N_k} \sum_{n=1}^{N} \gamma(z_{nk}) (\mathbf{x}_n - \mu_k^{new})(\mathbf{x}_n - \mu_k^{new})^T \\ \pi_k^{new} = \dfrac{N_k}{N} \end{cases}$$

$$N_k = \sum_{n=1}^{N} \gamma(z_{nk})$$

参数估计—EM算法

EM估计（示例图）



非参数估计——密度估计

密度估计问题：假定n个样本$\boldsymbol{x}_1, \dots, \boldsymbol{x}_n$独立同分布，服从于概率密度函数$p(\boldsymbol{x})$。现在要估计$p(\boldsymbol{x})$。

首先，样本$\boldsymbol{x}$落入区域$\mathcal{R}$中的概率为$P = \int_{\mathcal{R}} p(\boldsymbol{t})\, d\boldsymbol{t}$，则

$$P \approx p(\boldsymbol{x})V.$$

其中，V是区域$\mathcal{R}$所包含的体积。

同时，概率P也可由落入区域$\mathcal{R}$中的样本比例估计得到，即：

$$P \approx k/n$$

其中k为落入区域$\mathcal{R}$的样本数目，n为总样本数目.

$$P \approx p(\boldsymbol{x})V \approx k/n$$

$$p(\boldsymbol{x}) \approx \frac{k/n}{V}$$

非参数估计——密度估计

密度估计问题：假定n个样本$\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_n$独立同分布，服从于概率密度函数$p(\boldsymbol{x})$。现在要估计$p(\boldsymbol{x})$。

$$p(\boldsymbol{x}) \approx \frac{k/n}{V}$$

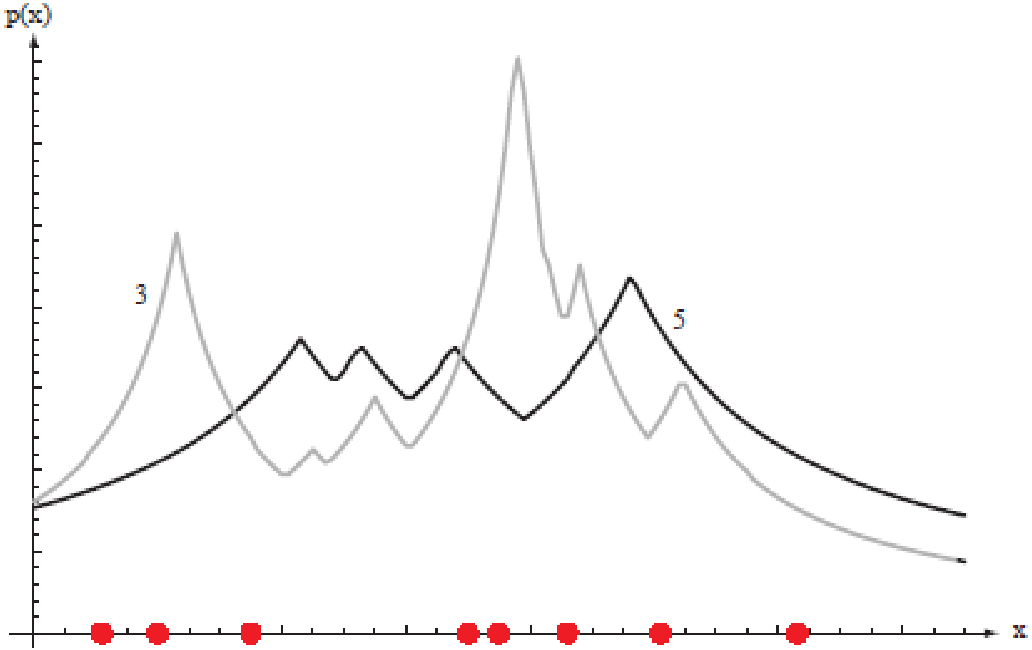
为估计密度函数，需要计算局部样本数k 和体积V

KNN(K-近邻)：固定局部样本数k，体积V变化

Parzen窗：固定体积V，局部样本数k 变化

非参数估计—KNN

KNN例子（1维）：



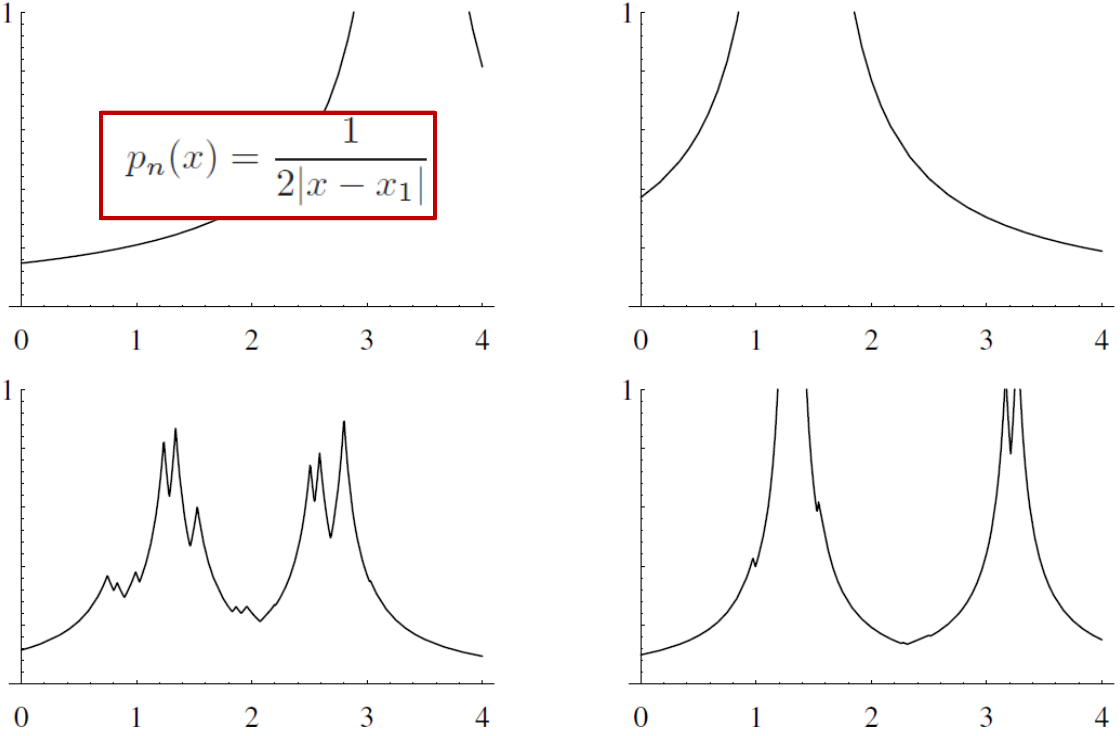
非参数估计—KNN

KNN例子：

$$k_n = \sqrt{n}$$

n = 1
k_n = 1

n = 16
k_n = 4



$$p_n(x) = \frac{1}{2|x - x_1|}$$

注意：当n有限时，
估计会非常崎岖不平

非参数估计—KNN

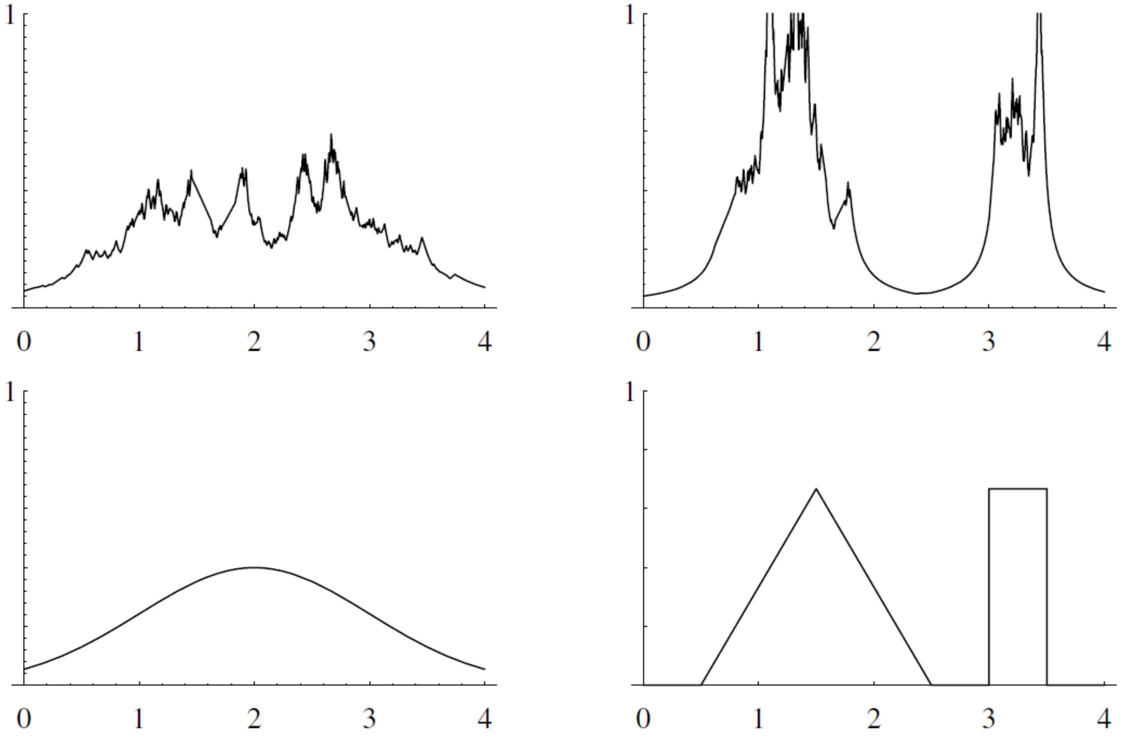
KNN例子：

$$k_n = \sqrt{n}$$

$n = 256$
$k_n = 16$

注意：当n有限时，
估计会非常崎岖不平

$n = \infty$
$k_n = \infty$



非参数估计——Parzen窗估计

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

Parzen窗估计（固定体积，变化局部样本数）

窗函数（方窗函数）$\varphi(\mathbf{u}) = \begin{cases} 1 & |u_j| \leq 1/2 \quad j = 1, ..., d \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$

该方窗函数带宽h_n看作是1

体积为 $V_n = h_n^d$ 的局部区域内样本数 $k_n = \sum_{i=1}^{n} \varphi\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_i}{h_n}\right)$

Parzen窗密度估计 $p_n(\mathbf{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{V_n} \varphi\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_i}{h_n}\right)$

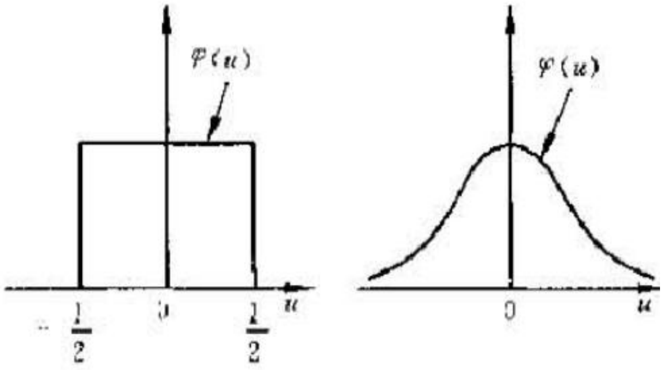
非参数估计——Parzen窗估计

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

核函数（方窗函数函数的推广）--直观上，可看作样本的权重

方窗核：
$$\varphi(\mathbf{u}) = \begin{cases} 1 & |u_j| \leq 1/2 \qquad j = 1, \ldots, d \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

高斯核：
$$\varphi(\boldsymbol{u}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{u}}$$



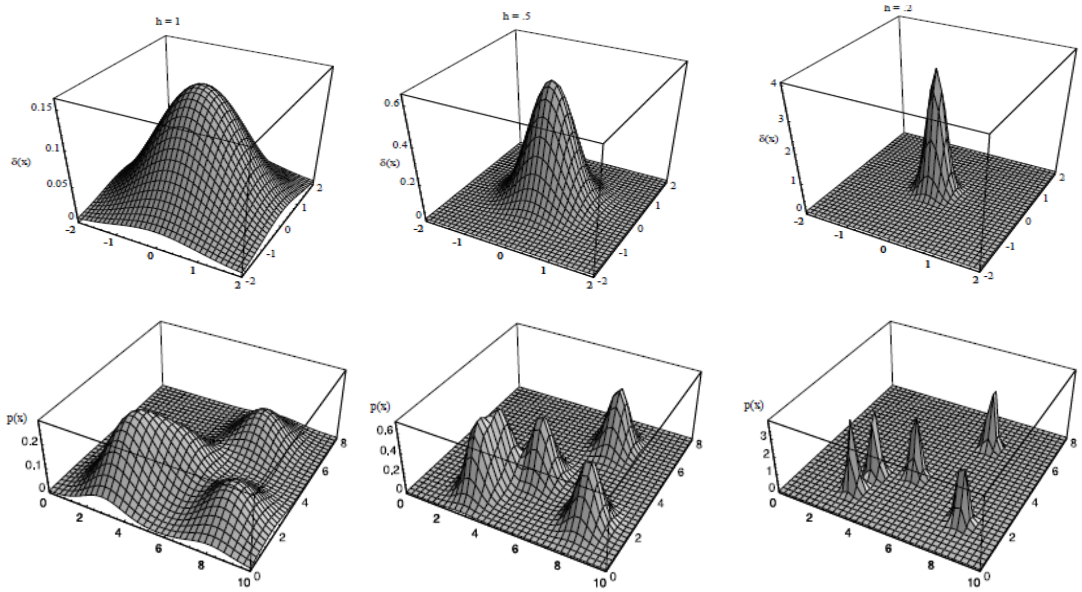
非参数估计——Parzen窗估计

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

Parzen窗估计例子：高斯核函数， $h = 1,0,5,0.2$

核函数

密度估计



h(带宽)越大，密度估计越平滑，反之亦然。h越小，容易过拟合。

总结

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

- ✓ 简述了机器学习与深度学习
- ✓ 简要讲解了贝叶斯决策理论，同时讲解一种常用的贝叶斯决策方法：最小误差贝叶斯决策
- ✓ 通过案例详细讲解了两种密度估计方法

参考文献

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

- ✓ 《模式分类》
- ✓ 《模式识别与机器学习》
- ✓ 深度学习相关论文（图片使用）

在线问答

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

Q&A

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

深度学习基础
课程地址

感谢各位聆听！

Thanks for Listening