Minimum multi-cut

Računarska inteligencija
Matematički fakultet

Marko Radosavljević
mi20079@alas.matf.bg.ac.rs

Sadržaj

1 Opis problema

Neka je dat neusmereni graf G(V, E), gde je V skup čvorova, a E skup grana grafa G. Neka je takođe data lista neuređenih parova čvorova S. Potrebno je pronaći podskup grana E' $\subseteq$ E tako da uklanjanjem grana E' iz E više ne postoje putevi između svakog para iz datog skupa parova. Mera kvaliteta je ukupna težina grana E'. Svuda je kao mera korišćena prilagođenost, odnosno recipročna vrednost pomenute težine grana.

2 Metode

2.1 Gruba sila

Algoritam grube sile podrazumeva da se ispitaju svi mogući skupovi grana E'. Svaku granu je moguće ukloniti iz originalnog grafa ili je ostaviti tako da je broj različitih potencijalnih resenja $2^{brojgrana}$. Potrebno je voditi računa o validnosti trenutnog rešenja jer je moguće da ne uklanja puteve između svaka dva para čvorova iz skupa S.

2.2 Genetski algoritam

Genetski algoritam pripada grupi metaheuristika, optimizaciona je tehnika inspirisana procesima prirodne selekcije, ukrštanja i mutacije.

Korišćena je prilično osnovna implementacija, ali je funkcija evaluacije morala biti izmenjena. Za izračunavanje prilagođenosti jedinke prvo je potrebno proveriti validnost rešenja. Za tu proveru konstruisan je ciljni graf i uz pomoć postojeće biblioteke NetworkX sa jako malo koda provereno je da li zaista ne postoji put između ni jednog para čvorova iz skupa S. Ukoliko ipak postoji neki put, prilagođenost te jedinke je postavljena na minus beskonačno. Ako je jedinka validna, sumirane su težine uklonjenih grana i korišćena je reciprocna vrednost kao prilagođenost jer što je veća suma, to znači da je rešenje lošije.

2.3 Metoda promenljivih okolina

Ova metoda iterativno ispituje sve veću okolinu trenutnog rešenja. Kao pomenuta okolina koristi se količina grana koje će invertovati uključenost/isključenost u rešenje. Metoda takođe koristi intenzifikaciju rešenja tako što invertuje jednu granu tako da prilagođenost postane što bolja nakon što "razmrda"neku okolinu.

2.4 Pohlepni algoritam

Pohlepni algoritam kreće od početnog rešenja koje ne sadrži ni jednu granu i lokalno gleda da ubacuje granu koja pruža najveće poboljšanje u odnosu na prethodnog a da je pritom to rešenje i dalje validno. Sve dok su ograničenja problema zadovoljena, sve više grana se dodaje. Pohlepnost ovog algoritma leži u tome što ne uzima u obzir težine grana.

2.5 Tabu pretraga

Tabu pretraga podrazumeva pretragu neposredne okoline trenutnog rešenja. Pravi se niz "komšija"kod kojih se invertuje postojanje jedne grane u odnosu na trenutno rešenje. Dodatni niz garantuje da se neko rešenje neće ponovo posetiti tako što se od suseda bira onaj koji se ne nalazi u ovom nizu.

3 Evaluacija

3.1 Test podaci

Biblioteka NetworkX predstavlja izuzetno koristan alat za generisanje grafova. Jedan od interfejsa koji pruža jeste da joj prosledimo broj čvorova i verovatnoću koja određuje postojanje grane između neka dva čvora, na osnovu čega će generisati graf. Takođe, podržanost serijalizacije i deserijalizacije je jako dobro podržana. Što se tiče skupa parova čvorova S, neki optimalni broj parova je 1,2 ili 3 jer je nakon toga potrebno ukloniti previše grana i često se dešava da algoritmi ne mogu da nađu validno rešenje uopšte. Čak je i sa ovim brojem parova čvorova potrebno ukloniti većinu grana iz grafa, tome svedoči to što sam postavio verovatnoću 90% da uklonim proizvoljnu granu prilikom generisanja inicijalnog rešenja. Razlog za ovo je što se dešava da optimizacione metode ne nalaze validno rešenje.

Graf sa najvećim brojem čvorova je 100, tu već počinje izvršavanje da traje predugo. Što se tiče verovatnoće da postoji neka grana, tu sam uzimao brojeve iz skupa 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 iz razloga što je generalno potrebno ukloniti veliki broj grana pa ne bi bilo loše da i sam graf bude ređi.

3.2 Rezultati

Kolona sa nazivom N označava broj čvorova datog test primera dok kolona M označava njen broj grana. Ostali brojevi u tabeli predstavljaju prilagođenost jedinke koja je pronađena svakim od datih algoritama. Što je ova vrednost veća to je samo rešenje bolje.

N	M	BRUTE	GA	VNS	GREEDY	TABU
5	7	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067
6	8	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
9	18	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067
20	86	-	0.006098	0.006452	0.006061	0.006061
35	158	-	0.006579	0.005952	0.055556	0.055556
35	303	-	0.001824	0.001760	0.055556	0.055556
40	312	-	0.001190	0.000743	0.007143	0.002967
60	360	-	0.001534	0.001565	0.013699	0.002033
60	578	-	0.000827	0.000810	0.005525	0.000692
60	856	-	0.000439	0.000318	0.006944	0.000352
80	988	-	0.000203	0.000220	0.003058	0.000277
100	1015	-	0.000238	0.000239	0.003155	0.000270

3.3 Zakljucak

Minimum multi-cut je NP-težak problem što znači da je svaki problem iz NP klase polinomijalno svediv na ovaj. Primenjeni optimizacioni algoritmi mogu biti uspešno korišćeni za rešavanje ovog problema.

Genetski algoritam i varijabilni algoritam pretrage pružili su konkurentne rezultate u pronalaženju minimalnih težina multi-cuta za različite instance problema. Ipak genetski algoritam ima blagu prednost, konkretno zbog konzistentnosti dobrih rešenja za velike instance test primera. Tabu pretraga se isto sasvim dobro pokazala, moglo bi se reći za nijansu bolje od prethodna dva algoritma. Nedvosmisleni šampion je definitivno pohlepni algoritam, iz tabele sa rezultatima se lako može zaključiti da je u skoro svakoj disciplini pored onih sa najmanjim brojem čvorova ubedljivo bolja od svih ostalih metoda.