Функція Шпрага-Гранді у комбінаторній теорії ігор

Підготував ст. групи ПМА-51м
Мацех М.О.

Науковий керівник
Дудзяний І.М.

Теорія

Комбінаторні ігри
Рівноправні ігри

Теорія

Розв’язок: передбачення переможця при оптимальній грі

Теорія

Гра Нім

Теорія

Теорема Шпрага-Гранді: будь-яка рівноправна гра еквівалентна грі Нім

Теорія

Суми ігор

Алгоритм

1.
Виписати всі можливі переходи в інші стани

Алгоритм

2.

А) Якщо перехід веде в одну гру – виконати кроки 1, 2а для нової гри

Б) Якщо перехід веде в в суму ігор – порахувати значення Шпрага-Гранді як нім-суму значень Шпрага-Гранді цих ігор

Алгоритм

3.
Порахувати *тех* для цих значень

Алгоритм

4.
Якщо отримане значення рівне нулю - гравець програє. Інакше виграє

Оптимальна гра

Оптимальній хід можна знайти розв’язавши відповідне нім-рівняння

Приклад

Гра «Хрестики-Хрестики»

$$g(n) = mex\left\{g(n-2), \bigcup_{i=2}^{n-1} g(i-2) \oplus g(n-i-1)\right\}$$

Приклад

Гра «Заведи ферзя в кут»

- $g(n,m) = mex\{\bigcup_{i=1}^{n-1} g(n-i,m) \cup \bigcup_{i=1}^{\min(n,m)-1} g(n-i,m-i) \cup \bigcup_{i=1}^{m-1} g(n,m-i)\}$

Приклад

Гра «Гризун» («Chomp»)

- Не піддається аналізу теорією Шпрага – Гранді через наявність циклів у графі

Висновок

- Розглянуто рівноправні ігри
- Викладено і реалізовано алгоритм їх розвязку
- Проведено аналіз швидкодії, додані оптимізації
- Знайдено спосіб пошуку оптимального ходу (для деяких ігор)
- Проаналізовано можливі подальші дослідження

Дякую за увагу!