

Функція Шпрага-Гранді у комбінаторній теорії ігор

Підготував ст. групи ПМА-51м
Мацех М.О.

Науковий керівник
Дудзяний І.М.

Теорія

Комбінаторні ігри
Рівноправні ігри

Теорія

Розв'язок:
передбачення переможця
при оптимальній грі

Теорія

Гра Нім

Теорія

Теорема Шпрага-Гранді:
будь-яка рівноправна гра
еквівалентна грі Нім

Теорія

Суми ігор

Алгоритм

1.

Виписати всі можливі
переходи в інші стани

Алгоритм

2.

А) Якщо перехід веде в одну гру – виконати кроки 1, 2а для нової гри

Б) Якщо перехід веде в суму ігор – порахувати значення Шпрага-Гранді як нім-суму значень Шпрага-Гранді цих ігор

Алгоритм

3.

Порахувати *tex* для цих
значень

Алгоритм

4.

Якщо отримане значення
рівне нулю - гравець
програє. Інакше виграє

Приклад

Гра «Хрестики-Хрестики»

$$g(n) = mex \left\{ g(n-2), \bigcup_{i=2}^{n-1} g(i-2) \oplus g(n-i-1) \right\}$$

Приклад

Гра «Заведи ферзя в кут»

- $g(n, m) = \text{mex}\{\cup_{i=1}^{n-1} g(n-i, m) \cup \cup_{i=1}^{\min(n,m)-1} g(n-i, m-i) \cup \cup_{i=1}^{m-1} g(n, m-i)\}$

Приклад

Гра «Кеглі»

- $g(n) = mex\{\cup_{i=0}^{n-1}(g(i) \oplus g(n-1-i)), \cup_{i=0}^{n-2}(g(i) \oplus g(n-2-i))\}$

Приклад

Гра «Гризун» («Chomp»)

- Не піддається аналізу теорією Шпрага — Гранді через наявність циклів у графі

Дякую за увагу!