Титульан Сторінка

Зміст

[Вступ 1](#_Toc323070718)

[Визнчення комбінаторних ігор, їх розподіл, види, приклади, відмінності 1](#_Toc323070719)

[Більше про рівноправні ігри – специфіка дослідження(наперід відомий результат), підказка до оптимальної стратегії, ациклічність, правила і тд; NP позиції 1](#_Toc323070720)

[Ігри залежні від попередніх ходів – коротко, забити на них 1](#_Toc323070721)

[Приклад тривіальної гри – палички з Форд Буаяр 1](#_Toc323070722)

[Гра Нім 1](#_Toc323070723)

[Теорія Шпрага-Гранді(теорема про еквівалентність кожно гри Німу), способи виведення значень шпрага-гранді. Існування функції Ш-Г. 1](#_Toc323070724)

[Ігри на графах(Queen, WhiteKnight), розглянути декілька графів з декількома термінальними точками, показати можливі переходи зі стану множинами(формулами) 1](#_Toc323070725)

[Суми ігор (теорема від Фергусона) 1](#_Toc323070726)

[Циклічні ігри(напр Chomps), неіснування розвязку, але теоретичне доведення його(ПЕРЕВІРИТИ мої висновки) 1](#_Toc323070727)

[Купа прикладів ігор 1](#_Toc323070728)

[Всі з проги 1](#_Toc323070729)

[Багато з російської статті 3](#_Toc323070730)

[Пару від амеранців 3](#_Toc323070731)

[Трохи рпо код 3](#_Toc323070732)

[Mex 3](#_Toc323070733)

[Кешування 3](#_Toc323070734)

[Різне задання ситуації в грі – однакові перетворення 3](#_Toc323070735)

[Перформенс результати 3](#_Toc323070736)

[Можна пару малюночків 3](#_Toc323070737)

[Трошки про людське виведенян результатів 3](#_Toc323070738)

[Висновки 3](#_Toc323070739)

[Користь функції шрпага гранді в дослідженні рівноправних ігор 3](#_Toc323070740)

[Реалізовані програми – прогнозування результату для n в нескінченості, виведенян закономірностей 3](#_Toc323070741)

[Аналіз рівноправних ігор N гравців – вузькі місця, можливості і тд 3](#_Toc323070742)

# Вступ

Все наше життя складається з неперервного прийняття рішень – коли ми обираємо обід в ресторані, коли ми обираємо книжку для прочитання, коли шахіст вирішує який хід зробити, коли футболіст вирішує на кого передати пас, коли бізнесмен вирішує чи погоджуватися на пропозицію, зрештою, коли ми обираємо чому приділити свій час.

Не кожен з нас задумується, над тим, що кожне рішення викреслює всі інші варіанти розвитку подій. Ніхто не знає, який з обраних варіантів насправді привів би кращого результату, тому що фактично можна побачити результат тільки одного вибору. Але в багатьох областях діяльності прийняття рішень піддається аналізу, і результати аналізу допомагають відповідальній людині зробити вибір, який принесе їй найбільше користі. Інколи результат являє собою великі суми грошей, інколи корисність проведеного часу, інколи навіть людські життя.

Часто так буває, що для того щоб досягти мети, потрібно зробити декілька кроків( прийняти декілька правильних рішень). В такому випадку вибирати стає складніше, бо варіантів розвитку подій набагато більше, і вони ще й переплітаютсья між собою. Зробивши перший вибір не найкращим, умови для другого будуть ще складніші, і кінцевий результат можливо й не вдасться досягти. Але водночас, якщо не дивитися на завдання в повному обсязі, а тільки на найближчий результат, то попри те, що кожен наступний вибір буде здаватися оптимальним в даному контексті, він буде віддаляти нас від поставленого завдання. Тому появилося таке поняття як оптимальна стратегія, яка являє собою обдуману послідовність прийняття рішень. До оптимальних стратегій змушені вдаватися бізнесмени, політики, менеджери і будь-хто, чия професія заставляє дивитися на декілька кроків вперід. Наприклад, керівник компанії може найняти молодого спеціаліста, без особливої цінності на той момент, і платити йому більше ніж він вартий, що на першому етапі виглядає безглуздим рішенням. Але якщо цей керівник розумний, то він може прийняти таке рішення, опираючись на свою оцінку людини – він вважає, що через 5 років, ця людина принесе його компанії набагато більше успіху і прибутку, ніж він потратив на неї спочатку. Тоді як з меншою зарплатнею цю людину міг хтось переманити на іншу компанію.

Особливим випадком прийняття рішень є *умови конфлікту,* тобто такі умови, в яких наші рішення, а точніше їх наслідки, переплітаються з рішеннями інших людей, які в свою чергу будуь впливати на наші наступні кроки. Це дуже поширена ситуація, і насправді, якщо задуматися – будь-які наші дії впливають на інших людей, деякі менше, деякі більше.

Якщо сумістити багатокрокрокові прийняття рішень і умови конфлікту, то виходить дуже цікавий обєкт для аналізу, який в науці назвали Теорією Ігор. Цікавим моментом є те, що назва ця не надумана, і крім того має багатосторонній зміст. Справді, більшість відомих ігор підпадають під це визначення, але сюди також і входять дуже складні життєві ситуації, як політичні баталії, біологічні процеси, економічні закони та ін. Іронія в тому, що, якою б серйозною не було ситуація, для математики вона всеодно залишиться лише грою.

Короткі історичні відомості

Теорія ігор бере свій початок у 1713 році, у листі Джеймса Вальдегрейва. З того часу вона досить пасивно розвивалася, поки в ХХ столітті Джон Фон Нейман опублікував свою роботу у 1928. В другій половині ХХ століття теорія ігор почала дуже активно розвиватися завдяки таким особистостям як Джон Неш, Рейнхард Зелтен, Джон Харсаньї, Джон Мейнард Сміт та ін. Забігаючи наперід, відмітимо той факт, що Теорія Шпрага-Гранді, яка розглядається в цій, роботі була розроблена у 1935-1939 роках, перед такими відомими результатами, як Ситуація Рівноваги Неша(Nash Equilibrium), Баєсівськими іграми та ін.

У 2001 році Теорія Ігор істотно популяризувлися завдяки фільму Рона Говарда “Ігри Розуму” (“Beautiful Mind”), в якому описується життя математика Джона Неша.

На сьогоднішній день теорія ігор активно розвивається. У березні 2012 року Стенфордський університет організував масові безплатні онлайн-курси навчання, в яких однією з найважливіших дисциплін була Теорія Ігор. Це не може не свідчити про широке використання цієї теорії.

Цікавим фактом щодо Теорії Ігор є те, що вона, на відміну від більшості математичних наук, націлена на на вирішенян задач фізики, а в основному на задачі економіки. Хоча, з часом коло питань, які підлягали аналізу в цій теорії розширилося до військової справи, медицини, соціального прогнозування, питання моралі, масової поведінки індивідів тощо.

Саме тому ця робота зконцентрована на дослідження теорії ігор, а конкретніше рівноправних ігор.

Постановка завдання

1. Ввести основні поняття і теоретичні висновки з теорії рівноправних ігор,
2. Реалізувати програмно декілька типів ігор з прогнозуванням результатів згідно наданої теорії.

Конкретно в теорії має бути розглянуто

1. класифікацію комбінаторних ігор,
2. гру Нім,
3. теорему Шпрага-Гранді
4. суми ігор,
5. ігри на графах
6. циклічні ігри(і чому функція Шпрага-Гранді безсильна для них)

З практичної частини має бути розглянуто такі ігри

1. «Нім»
2. «Палички» («Substraction games»)
3. «Білий Кінь» ()
4. «Ферзь» ()
5. «Кеглі» ()
6. «Гризун» ()
7. «Нім Ласкера»
8. «Шахи Доусона» в двох версіях(прямолінійна, оптимізована)
9. «Хрестики-Хрестики»
10. «Нім зі збільшеннями»

Більшість з цих ігор має бути запрограмовано, з передбаченням результатів для даної ситуації при оптимальній грі. Також для ігор в яких це можливо мають бути вказані оптимальні стратегії.

Має бути детально розглянуто структуру і реалізацію програми, зокрема функція Mex, відшукання виграшного ходу, і моделювання переходу станів ігор.

# Теоретичні відомості

* 1. Комбінаторна теорія ігор

Комбінаторан теорія ігор – це розділ теорії ігор, в якому розглядаютсья *послідовні* ігри *двох гравців* з *повною інформацією*. Почнемо з означення комбінаторної гри:

*Кобмінаторною грою* називають гру, яка задовільняє наступним умовам:

1. Є два гравці
2. Є множина, зазвичай скінченна, ситуацій гри
3. Для кожного гравця є множина можливих ходів
4. Гравці ходять по черзі
5. Гра закінчується, коли гравець, чия черга ходити, не може зробити хід
6. Гра закінчується за скінченне число ходів
7. Інформація про ходи гравців і правила гри відома обом гравцям.

Є декілкьа класифікацій комбінаторних ігор:

1. Кобмінаторні ігри можна грати *нормальним* способом, або в *піддавки*. Нормальний спосіб- коли гравець, який повинен робити хід, не може цього зробити – програє. У Піддавках він виграє. Піддавки важче піддаються аналізу і є менш поширеними.
2. Комбінаторні ігри бувають скінченні і нескінченні. Скінченна гра закінчуєтсья за зскінченну кількість кроків, як би гравці в неї не грали. Нескінченна гра може мати набір ходів, які циклічно переходять один в одного, і тому, при бажанні гравців, може продовжуватися вічно. Зазвичай обмежують кількість однакових повторюваних ходів і домовляються про нічию, для визначеності гри.
3. Рівноправні і партизанські. В рівноправних іграх множина ходів ніяк не залежить від гравця, а в партизанських – залежить(наприклад в шахах – білі/чорні фігури). Фактично в рівноправних іграх вся різниця між гравцем 1 і гравцем 2 полягає в тому, що гравцеь 1 ходить перший.

В цій роботі ми вивчаємо теорію Шпрага-Гранді, яка застосовна до рівноправних скінченних ігор, в яких виключається нічия. Тобто при будь-якому розвитку подій, якийсь з гравців програє за скінченну кількість кроків, а саме – коли в нього не буде ходів. Крім того, нас цікавить в основному нормальний хід гри(а не піддавки), хоч багато розглянутого матеріалу застосовно і до піддавок. Тому далі при наведенні матеріалу буде допускатися, що мова йде саме про такі ігри, якщо не вказано інакше, і звертатися до них будемо як до рівноправних.

## Більше про рівноправні ігри – специфіка дослідження(наперід відомий результат), підказка до оптимальної стратегії, ациклічність, правила і тд; NP позиції

Наш клас ігор можна відобразити орієнтованим ациклічним графом: вершинами в ньому є стани гри, а ребрами – переходи з одного стана в інший в результаті ходу гравця. Вершина, яка не має вихідних ребер називаєтсья термінальною, і означає програш для гравця, який має ходити, і виграш для гравця, який щойно походив.

Оскільки нічиї немає, то всі стани поділяють на два типи

1. N –стан (next player) – стан, виграшний для гравця, який зараз буде ходити
2. P – стан (previous player) – стан виграшний для гравця, який щойно походив

NP-стани можна визначити рекурсивно з термінальних станів.

1. Позначимо всі термінальні вершини як P-стани.
2. Знайдемо всі вершини, які мають напрямлені ребра до P-станів, і позначимо їх як N-стани.
3. Позначимо вершини, чиї ребра ведуть тільки до N-станів, як P-стани
4. Якшо в кроці (3) P-станів не знайдено – зупинитися, інакше – до кроку 2.

Отже, маємо ще один спосіб для визначення чи вершина є N-станом, чи P-станом.

1. Всі термінальні вершини є P-станами
2. З кожного N-стану є *хоча б один* хід у P-стан
3. З кожного P-стану всі ходи ведуть тільки в N-стан.

Наше завдання – визначити до якого класу належить поточний стан. Крім того, одним з найважливіших завдань теорії рівноправних ігор є *виявлення закономірності* залежності NP-стану від поточної ситуації в грі.

Визначення термінальних точок можна перефразувати на зрозумілішу мову

Якщо гравець в N-стані, тобто в виграшному становищі, то найдеться принаймні один перехід в програшний стан, в якому опиниться його противник. Якщо ж гравець в P-стані, тобто програшному становищі, то всі його ходи будуть вести в N-стан,в якому вже буде його противник.

Фактично, можемо дійти висновку, що якщо гравець в N-стані – він, при бажанні, може в ньмоу залишатисядо кінця гри, і зрештою виграти. Якщо гравець в P-стані, то при мудрій грі противника він ніяк не вийде з цього стану і зрешто програє. Єдина його надія на виграш – це те, що противник не знає оптимальної стратегії, і помилково з N-стану перейду знвоу у N-стан. Тоді гравці поміняються ролями, і той хто спочатку був в P-позиції тепер буде в N-позиції і зможе виграти.

Ось ми і вивели оптимальну стратегію для гравця – завжди залишатися в N-стані. Але як це зробити? Як сказати чи дана конкретна ситуація є N-станом чи P-станом? І який з ходів приведе гравця в P-стан? Відповіді на ці питання і дає теорія Шпрага-Гранді. Але перед тим як до неї перейти, потрібно розглянути ще декілька понять.

## Ігри залежні від попередніх ходів – коротко, забити на них

## Приклад тривіальної гри – палички з Форд Буаяр

## Гра Нім

## Теорія Шпрага-Гранді(теорема про еквівалентність кожно гри Німу), способи виведення значень шпрага-гранді. Існування функції Ш-Г.

## Ігри на графах(Queen, WhiteKnight), розглянути декілька графів з декількома термінальними точками, показати можливі переходи зі стану множинами(формулами)

## Суми ігор (теорема від Фергусона)

## Циклічні ігри(напр Chomps), неіснування розвязку, але теоретичне доведення його(ПЕРЕВІРИТИ мої висновки)

# Програмна Реалізація

## Купа прикладів ігор

### Всі з проги

### Багато з російської статті

### Пару від амеранців

## Трохи рпо код

### Mex

### Кешування

### Різне задання ситуації в грі – однакові перетворення

## Перформенс результати

## Можна пару малюночків

## Трошки про людське виведенян результатів

# Висновки

## Користь функції шрпага гранді в дослідженні рівноправних ігор

## Реалізовані програми – прогнозування результату для n в нескінченості, виведенян закономірностей

## Аналіз рівноправних ігор N гравців – вузькі місця, можливості і тд