PRINCIP BIJEKCIJE

1. Među nenegativnim celim brojevima manjim od 10^7 posmatraju se oni čiji zbir cifara je jednak 31 i oni čiji zbir cifara je jednak 32. Kojih brojeva ima više?

Rešenje: Posmatrajmo skupove

$$A = \{a_1a_2...a_7 \mid \sum_{i=1}^{7} a_i = 31,\ 0 \leq a_i \leq 9\}$$
$$B = \{b_1b_2...b_7 \mid \sum_{i=1}^{7} b_i = 32,\ 0 \leq b_i \leq 9\}$$

Preslikavanje definisano na sledeći način:

$$f(a_1a_2...a_7) = (9 - a_1)(9 - a_2)...(9 - a_7),$$

gde $a_1a_2...a_7 \in A$. Ovako definisano preslikavanje predstavlja jedno bijektivno preslikavanje skupa A na skup B. Naime, kako je $\sum_{i=1}^{7} a_i = 31$ važi da je $\sum_{i=1}^{7}(9 - a_i) = 7 \cdot 9 - 31 = 32$, odakle je jasno da $(9 - a_1)(9 - a_2)...(9 - a_7) \in B$.

Preslikavanje $f : A \to B$ je injekcija jer iz $f(x_1x_2...x_7) = f(y_1y_2...y_7)$, odnosno iz $(9-x_1)(9-x_2)...(9-x_7) = (9-y_1)(9-y_2)...(9-y_7)$ sledi da je $x_i = y_i$ za $1 \leq i \leq 7$.

Preslikavanje $f : A \to B$ je sirjekcija jer za svaki $b_1b_2...b_7 \in B$ postoji $(9 - b_1)(9 - b_2)...(9 - b_7) \in A$ čija je slika upravo $b_1b_2...b_7$.

Sada na na osnovu principa bijekcije zaključujemo da skupovi A i B imaju isti broj elemenata.

2. U ravni su date 2024 tačke, od kojih je jedna crvena, a preostalih 2023 su plave. Da li među podskupovima skupa svih tačaka ima više onih koje sadrže crvenu tačku ili onih koji je ne sadrže?

Rešenje: Neka je S skup koji sadrži sve 2024 tačke. Dalje, posmatrajmo skup $\mathcal{A}$ koji se sastoji od svih podskupova skupa S koji sadrže crvenu tačku i skup $\mathcal{B}$ koji se sastoji od svih podskupova skupa S koji ne sadrže crvenu tačku.

Lako se dokazuje da je preslikavanje $f : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ definisano sa

$$f(A) = S \setminus A$$

bijekcija (kako skup A sadrži crvenu tačku skup $S \setminus A$ je sigurno ne sadrži i samim tim pripada skupu $\mathcal{B}$), te je broj podskupova skupa S koji sadrže crvenu tačku jednak broj podskupova koji je ne sadrže.

II način: Ukoliko sa C označimo crvenu tačku, tada bijektivno preslikavanje $g : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ možemo definisati na sledeći način

$$g(A) = A \setminus \{C\}.$$

3.* Posmatrajmo sve nizove dekadnih cifara dužine 6. Da li među njima ima više onih kod kojih je zbir cifara 27 ili onih kod kojih je zbir prve tri cifre jednak zbiru poslednje tri cifre?

Rešenje: Neka je A skup svih nizova kod kojih je zbir cifara 27, a B skup svih nizova kod kojih je zbir prve tri cifre jednak zbiru poslednje tri cifre. Neka je $b_1b_2b_3b_4b_5b_6$ proizvoljan niz iz B. Konstruisaćemo preslikavanje $f : B \to A$ tako da se b_i slika u $9 - b_i$, za $i = 1, 2, 3$, a b_i se identički slika u b_i kada je $i = 4, 5, 6$. Ovako definisano preslikavanje je dobro definisano jer je

$$(9 - b_1) + (9 - b_2) + (9 - b_3) + b_4 + b_5 + b_6 = 27 - (b_1 + b_2 + b_3) + (b_4 + b_5 + b_6) = 27,$$

pa $f(b_1b_2 \dots b_6) \in A$. Jednostavnom proverom se dolazi do zaključka da je preslikavanje f bijekcija, odakle na osnovu principa bijekcije dobijamo da posmatrani skupovi imaju isti broj elemenata.

DIRIHLEOV PRINCIP

4. Kurs iz Diskretne matematike na drugoj godini sluša 85 studenata na smeru Softversko inženjerstvo i informacione tehnologije, 65 studenata Informacionog inženjeringa, 90 studenata smera Inženjerstvo informacionih sistema i 160 studenata Primenjenog softverskog inženjerstva.

   (a) Dokazati da među studentima koji slušaju Diskretnu matematiku postoje dve osobe koje imaju rođendan istog dana.

   (b) Odrediti za koliko studenata na svakom smeru možemo tvrditi da su rođeni u istom mesecu (ne obavezno i iste godine).

Rešenje:

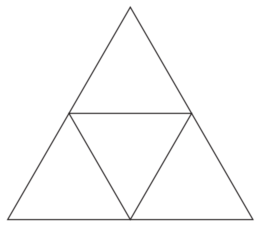
(a) Ukupan broj studenata koji slušaju kurs iz Diskretne matematike je 400. Prilikom određivanja koliko ima mogućih datuma za rođendan, vodimo računa o tome da je svaka četvrta godina prestupna. Godina koja nije prestupna ima 365 dana, dok prestupna godina ima jedan dan više, tj. 366 dana. Podelimo sada posmatrane osobe u 366 grupa, u zavisnosti od toga kog datuma je osoba rođena. Kako u grupi imamo 400 osoba, na osnovu Dirihleovog principa znamo da postoje dve osobe koje slave rođendan istog dana.

(b) Sada želimo studente na svakom od smerova da podelimo u 12 grupa, u zavisnosti od toga u kom mesecu su rođeni. Za 85 studenata smera Softversko inženjerstvo i informacione tehnologije je ispunjeno $85 = 7 \cdot 12 + 1$, pa na osnovu uopštenog Dirihleovog principa znamo da je bar $7 + 1 = 8$ studenata rođeno u istom mesecu. Na smeru Informacioni inženjering na osnovu istog principa znamo da je bar 6 studenata rođeno u istom mesecu ($65 = 5 \cdot 12 + 5$). Na smeru Inženjerstvo informacionih sistema možemo tvrditi da je u pitanju 8 studenata ($90 = 7 \cdot 12 + 6$), dok je na Primenjenom softverskom inženjerstvu bar 14 studenata rođeno u istom mesecu ($160 = 13 \cdot 12 + 4$).

    Napomena: Primetimo da je Dirihleov princip engistencijalni princip. U zadatku pod (b) znamo da takav mesec postoji, ali ne i koji je to mesec u godini, kao što ne znamo koliko tačno studenata je rođeno u njemu.

5. U unutrašnjosti jednakostraničnog trougla stranice dužine 2 raspoređeno je 5 tačaka. Dokazati da su bar 2 tačke na rastojanju manjem od 1.

Rešenje: Ukoliko povučemo srednje linije dati trougao ćemo podeliti na 4 manja jednakostranična trougla stranice dužine 1. Sada treba 5 tačaka rasporediti u četiri trougla, pa zbog Dirihleovog principa zaključujemo da se bar 2 tačke moraju nalaziti u istom malom trouglu. Kako se tačke biraju u unutrašnjosti velikog trougla, nemoguće je da budu smeštene na njegovim stranicama, te je rastojanje između uočene dve tačke strogo manje od 1.



6. Na testiranju je učestvovalo 65 učenika. Učenici su radili 3 kontrolna zadatka i na svakom kontrolnom su dobili jednu od ocena: 2, 3, 4 ili 5. Da li moraju postojati dva učenika sa istim ocenama na svim radovima?

Rešenje: Učenik može dobiti jednu od 4 ocene na svakom kontrolnom, pa postoji $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ mogućnosti da se dobiju ocene na ova tri kontrolna. Kako na testiranju učestvuje 65 učenika, na osnovu Dirihleovog principa imamo da je bar dva učenika dobilo iste ocene na sva tri rada.

II način: Broj mogućnosti da se dobije ocena na prvom kontrolnom je 4. Kako je $65 = 16 \cdot 4 + 1$, na osnovu uopštenog Dirihleovog principa znamo da je bar $16 + 1 = 17$ učenika dobilo istu ocenu na prvom kontrolnom. Posmatrajmo sada učenike za koje znamo da su dobili istu ocenu na prvom kontrolnom. I na drugom kontrolnom se mogu dobiti 4 ocene, pa kako je $17 = 4 \cdot 4 + 1$ dobijamo da je bar 5 učenika dobilo iste ocene na prva dva kontrolna. Za kraj posmatrajmo ovih 5 učenika i pošto je $5 = 1 \cdot 4 + 1$, znamo da će bar 2 učenika morati da dobiju iste ocene na sva tri kontrolna.

7. Posmatrajmo skup $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$.

   (a) Dokazati da ako se bira 7 različitih brojeva iz skupa A, da tada među izabranim brojevima moraju postojati dva broja čiji je zbir 12.

   (b) Da li isto tvrđenje važi i u slučaju da je izabrano 6 različitih brojeva?

Rešenje:

(a) Posmatrajmo jedno razbijanje skupa A na podskupove:

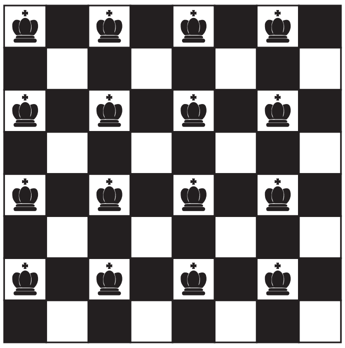
$$A = \{1, 11\} \cup \{2, 10\} \cup \{3, 9\} \cup \{4, 8\} \cup \{5, 7\} \cup \{6\}.$$

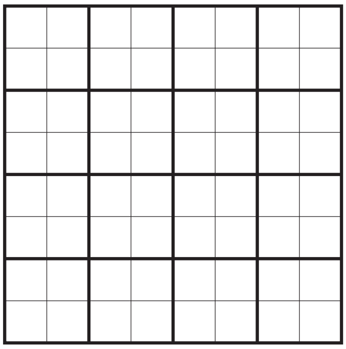
Skup A smo predstavili kao disjunktnu uniju 6 podskupova, a potrebno je izabrati 7 različitih brojeva. Sada na osnovu Dirihleovog principa zaključujemo da dva broja moraju biti izabrana iz istog podskupa i ta dva broja u zbiru daju broj 12, zbog načina na koji smo formirali podskupove.

(b) Ukoliko bismo izabrali broj 6 i po jedan broj iz svakog od preostalih 5 podskupova, imali bismo šest brojeva među kojima ne postoje dva broja sa zbirom 12, te navedeno tvrđenje nije ispunjeno i u slučaju kada se bira šest različitih brojeva iz skupa A.

8. Koliko se najviše kraljeva može postaviti na šahovsku tablu dimenzije 8×8, tako da se oni međusobno ne napadaju?

Rešenje: Moguće je postaviti 16 kraljeva i jedan od mogućih razmeštaja figura je prikazan na slici levo (dovoljno je pronaći jedan takav raspored). Pretpostavimo sada da je moguće rasporediti i više od 16 kraljeva. Ako podelimo tablu na 16 delova dimenzije 2×2 (slika desno), onda bi se zbog Dirihleovog principa u jednom delu morala nalaziti bar 2 kralja. Međutim, zbog načina na koji se kralj kreće po šahovskoj tabli ova dva kralja će se uvek napadati, te je maksimalan broj kraljeva koji se mogu rasporediti na šahovsku tablu 16.

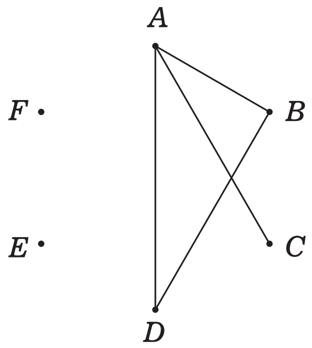
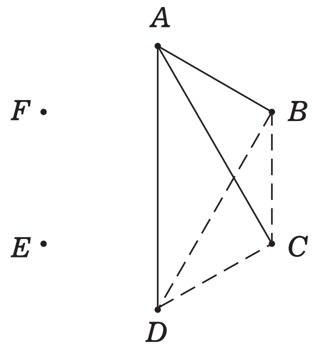




9.* U grupi od šest osoba svake dve se ili poznaju ili ne poznaju. Dokazati da se među njima uvek mogu naći bar 3 osobe tako da se sve tri međusobno poznaju ili međusobno ne poznaju.

Rešenje: Postavimo osobe u temena pravilnog šestougla $ABCDEF$. Ukoliko se dve osobe poznaju obojićemo odgovarajuću duž plavom bojom, a ako se ne poznaju, duž će biti obojena crvenom bojom. Sada je cilj zadatka pronaći trougao koji ima sve tri stranice obojene plavom ili sve tri stranice obojene crvenom bojom (cilj je pronaći jednobojni trougao). Posmatrajmo osobu koja odgovara temenu A. Iz temena A izlazi 5 duži koje su obojene sa jednom od 2 boje. Kako je $5 = 2 \cdot 2 + 1$ zbog uopštenog Dirihleovog principa dobijamo da bar $2+1 = 3$ duži moraju biti obojene istom bojom.

Pretpostavimo, bez umanjenja opštosti, da su duži AB, AC i AD obojene plavom bojom. Ako je sada bar jedna od duži BC, BD ili CD takođe plava, na primer duž BD, dobijamo da je $\triangle ABD$ plavi trougao (pogledati levu sliku). U slučaju da nijedna od ove tri duži nije plava, sve tri duži moraju biti crvene i tada imamo da je $\triangle BCD$ crveni trougao (desna slika).
Napomena: Na slici smo plave duži predstavili punom linijom, a crvene isprekidanom.

10. Koliko najmanje karata treba izvući iz standardnog špila sa 52 karte da bi se među izvučenim kartama sigurno nalazile
    (a) četiri karte sa istim znakom;
    (b) bar tri karte sa znakom srca?

Rešenje:

(a) Ukoliko izvučemo po tri karte od svakog znaka, među izvučenih 12 karata neće postojati četiri karte sa istim znakom. Prva naredna karta koju izvučemo će tada sa tri prethodno izvučene karte obezbediti da imamo četiri karte istog znaka. Prema tome, tek kada izvučemo $3 \cdot 4 + 1 = 13$ karata bićemo sigurni da imamo četiri karte istog znaka. (Sa 12 izvučenih karata možemo imati situaciju da od svakog znaka imamo samo po 3 karte.) Primetimo da u ovom primeru uopšteni Dirihleov princip možemo iskoristi da proverimo da li smo dobro rešili zadatak.

(b) Zamislimo da smo izvukli sve karte sa znakom ♣, ♠ i ♢, pre ijedne karte sa znakom ♡. Prema tome, minimalan broj karata koji treba izvuči da bi se među izvučenim kartama sigurno nalazila tri herca je $3 \cdot 13 + 3 = 42$. Ovde ne koristimo uopšteni Dirihleov princip, pošto želimo da dokažemo da među izvučenim kartama uvek imamo 3 karte sa znakom srca, a ne 3 karte istog znaka.

11.* Iz skupa $\{1, 2, \ldots, 30\}$ se nasumično izvlači 12 brojeva. Dokazati da među izvučenim brojevima uvek postoje dva broja ǩoja imaju najveći zajedniki delilac veći od 1.

Rešenje: Primetimo prvo da u skupu $\{1, 2, 3, \ldots, 30\}$ imamo sledeće proste brojeve: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 i 29. Želimo da razbijemo dati skup na disjunktne podskupove tako da dobijemo traženo tvrđenje nakon primene Dirihleovog principa. Broj 1 nije ni prost ni složen broj i njega ćemo izdvojiti u poseban podskup. Neka drugi podskup bude skup svih parnih brojeva iz polaznog skupa. U treći podskup ćemo smestiti sve brojeve koji su deljivi sa 3, ali nisu parni, a u četvrti sve brojeve deljive sa 5 koji nisu deljivi ni sa 2, ni sa 3. Nastavljajući dalje na isti način dobijamo da polazni skup možemo predstaviti kao sledeću uniju

$$\{1\} \cup \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30\} \cup \{3, 9, 15, 21, 27\} \cup$$
$$\{5, 25\} \cup \{7\} \cup \{11\} \cup \{13\} \cup \{17\} \cup \{19\} \cup \{23\} \cup \{29\}.$$

Na ovaj način smo skup $\{1, 2, \ldots, 30\}$ razbili na 11 disjunktnih podskupova. Kako se izvlači 12 brojeva na osnovu Dirihleovog principa zaključujemo da bar dva broja moraju biti iz nekog od visheelementnih podskupova. Zbog načina na koji smo konstruisali ove podskupove dobijamo da su tražena dva broja koja imaju NZD vec1i od 1 zapravo uočena dva broja koja pripadaju nekom vishelementnom podskupu. Ukoliko su uočena dva broja iz skupa $\{2, 4, 6, \ldots, 30\}$, onda je njihov NZD paran broj. U slučaju da su brojevi iz skupa $\{3, 9, 15, 21, 27\}$ dobijamo da je NZD deljiv sa 3, a ako su to brojevi 5 i 25 onda je njihov NZD jednak broju 5.

PREBROJAVANJA

12. Dati kombinatornu interpretaciju izračunavanja vrednosti promenljive `s` na kraju izvršavanja koda napisanog u programskom jeziku Java:

```java
public class IzracunajS{

   public static void main(String []args){

      int s=0;
      for (int i=1; i<=30; i++){
         s += 1;
      }
      for (int j=1; j<=20; j++){
          for (int k=1; k<=10; k++){
              for (int l=1; l<=5; l++){
                  s += 1;
              }
          }
      }
   System.out.println("S="+s);
   }
}
```

Rešenje: Vrednost promenjljive `s` povećava se za 1 prilikom svakog izvršavanja petlje u 6. redu, a zatim pri svakom izvršavanju petlje u 9. redu. Kako su ove petlje nezavisne, prema principu sume, `s` će biti jednako zbiru broja izvršavanja datih petlji.

Petlja u 5. redu se izvršava 30 puta (tako da je pre ulaska u narednu for petlju `s`$= 30$).

Petlja u 9. redu se sastoji od tri ugnježdene petlje i svakom izvršavanju naredbe `s`$+= 1$ odgovara jedna uređena trojka

$$(j, k, l) \in \{1, \ldots, 20\} \times \{1, \ldots, 10\} \times \{1, \ldots, 5\}.$$

Kako je prema principu proizvoda

$$\begin{aligned}|\{1, \ldots, 20\} \times \{1, \ldots, 10\} \times \{1, \ldots, 5\}| =& |\{1, \ldots, 20\}| \cdot |\{1, \ldots, 10\}| \cdot |\{1, \ldots, 5\}| \\ =& 20 \cdot 10 \cdot 5 = 1000,\end{aligned}$$

na kraju izvršavanja koda `s`$= 30 + 1000 = 1030$.

13. Odrediti koliko ima

    (a) četvorocifrenih brojeva;

    (b) četvorocifrenih brojeva u čijem su dekadnom zapisu sve cifre međusobno različite.

    Napisati kod u programskom jeziku JAVA koji ispisuje sve takve brojeve.

Rešenje:

(a) Prva cifra mora biti različita od nule i nju možemo izabrati na 9 načina, dok svaku od preostale tri cifre možemo odabrati na 10 načina. Primenom principa proizvoda dobijamo da četvorocifrenih brojeva ima $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9\,000$.

```
public class Cetvorocifreni{

   public static void main(String []args) {

       int s=0;

       System.out.println("Cetvorocifreni brojevi: ");
       for (int i=1; i<=9; i++){
           for (int j=0; j<=9; j++){
               for (int k=0; k<=9; k++){
                   for (int l=0; l<=9; l++){
                       System.out.println(""+i+j+k+l);
                       s += 1;
                   }
               }
           }
       }

       System.out.println("Cetvorocifrenih brojeva ima: "+s);
   }
}
```

(b) Prvu cifru možemo izabrati na 9 načina. Prilikom izbora druge cifre treba voditi računa da se razlikuje od prve izabrane cifre, pa ponovo imamo 9 mogućih izbora. Treću cifru biramo na 8 (različita od prve dve), a četvrtu na 7 načina. Prema tome, traženih brojeva ima $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4\,536$.

U nastavku dajemo dve ideje kako u programsko jeziku JAVA možemo ispisati sve četvorocifrene brojeve koji imaju sve cifre različite.

```
public class RazliciteCifre{

   public static void main(String []args) {

       int s=0;

      System.out.println("Cetvorocifreni sa razlicitim ciframa: ");
       for (int i=1; i<=9; i++){
           for (int j=0; j<=9; j++){
               for (int k=0; k<=9; k++){
                   for (int l=0; l<=9; l++){
```

```
                    if (i!=j & i!=k & i!=l & j!=k & j!=l & k!=l){
                      System.out.println(""+i+j+k+l);
                      s += 1;
                    }
                 }
              }
           }
        }

        System.out.println("Cetvorocifrenih brojeva sa razlicitim ciframa
             ima: "+s);
    }
}
```

Druga ideja:

```
public class RazliciteCifre{

   public static void main(String[] args) {

        int s=0;
        System.out.println("Cetvorocifreni sa razlicitim ciframa: ");

        for (int i=1000; i<=9999; i++){
            int a=i/1000;         //cifra hiljada
            int b=(i%1000)/100;   //cifra stotina
            int c=(i%100)/10;     //cifra desetica
            int d=i%10;           //cifra jedinica

            if (a!=b & a!=c & a!=d & b!=c & b!=d & c!=d){
                System.out.println(""+a+b+c+d);
                s += 1;
            }
        }

       System.out.println("Cetvorocifrenih brojeva sa razlicitim ciframa
            ima: "+s);
    }
}
```

14. Koliko ima šestocifrenih brojeva kod kojih se u dekadnom zapisu naizmenično smenjuju parne i neparne cifre?

Rešenje: Razlikujemo dva slučaja u zavisnosti od parnosti prve cifre. Ukoliko je prva cifra neparna, za svaku cifru broja imamo 5 mogućnosti, pošto imamo 5 parnih i 5 neparnih cifara na raspolaganju. Ako je prva cifra parna, broj načina da se izabere prva cifra je 4 (sve parne cifre osim nule), dok za ostale cifre imamo po 5 mogućnosti. Na osnovu principu zbira dobijamo da traženih brojeva ima $5^6 + 4 \cdot 5^5$.

II način: Prvu cifru možemo izabrati proizvoljno na 9 načina. Nakon što smo izabrali prvu cifru i ustanovili njenu parnost, ostale cifre biramo vodeći računa da se cifre smenjuju prema parnosti. Broj rešenja je sada $9 \cdot 5^5$.

15. Koliko ima prirodnih brojeva manjih od 10^5 u čijem dekadnom zapisu su svake dve susedne cifre međusobno različite?

Rešenje: Razlikujemo slučajeve kada je broj jednocifren, dvocifren, trocifren, četvorocifren i petocifren. Jednocifrenih prirodnih brojeva imamo 9. U slučaju višecifrenih brojeva, prvu cifru biramo na 9 načina, a svaku narednu cifru vodimo računa samo da treba da se razlikuje od prethodno izabrane cifre. Zaključujemo da ćemo za svaku cifaru imati 9 mogućih izbora. Sada je na osnovu principa zbira rešenje

$$9 + 9^2 + 9^3 + 9^4 + 9^5 = 9(1 + 9 + 9^2 + 9^3 + 9^4) = 9 \cdot \frac{9^5 - 1}{9 - 1} = 66\,429.$$

16. U lift u prizemlju četvorospratnice ušlo je 6 osoba. Na koliko načina one mogu napustiti lift? (Svaka osoba izlazi na jednom od spratova)

Rešenje: Svaka od ovih 6 osoba ima mogućnost da izađe na jednom od 4 sprata, pa je broj načina da napuste lift 4^6.

Napomena: Broj rešenja odgovara broju $6-$permutacija multiskupa koji ima 4 različita elementa. U literaturi se ovaj broj može naći i kao broj varijacija sa ponavljanjem klase 6 sa 4 elementa.

17. Na koliko načina se m različitih pisama može rasporediti u n poštanskih sandučića.

Rešenje: Svakom pismu pridružujemo jedno od n sandučića. Kako imamo m pisama broj načina da se rasporede u sandučiće je n^m.

18.* Koliko ima $m \times n$ matrica sa elementima 0 i 1 koje u svakoj vrsti i svakoj koloni imaju paran broj jedinica?

Rešenje: Posmatrajmo proizvoljnu matricu formata $(m-1) \times (n-1)$ sa elementima iz skupa $\{0, 1\}$ i pokažimo da je na jedinstven način možemo dopuniti do matrice formata $m \times n$ koja će zadovoljavati uslove zadatka. Jasno, elementi $a_{i,n}$ za $1 \leq i \leq m-1$, kao i $a_{m,j}$ za $1 \leq j \leq n-1$ su jedinstveno određeni. Ostaje da pokažemo da je i element $a_{m,n}$ tada jedinstveno određen.

Neka je zbir elemenata (broj jedinica) u podmatrici $(m-1) \times (n-1)$ jednak A, suma $\displaystyle\sum_{i=1}^{m-1} a_{i,n} = B$ i suma $\displaystyle\sum_{j=1}^{n-1} a_{m,j} = C$. Zbog uslova zadatka $A + B$ je paran broj, kao i $A + C$, odakle zaključujemo da su B i C iste parnosti. Ovo je dovoljno da znamo je element $a_{m,n}$ jedinstveno određen.

Zaključujemo da je traženo rešenje jednako broju proizvoljnih matrica $(m-1) \times (n-1)$ nad $\{0, 1\}$, odnosno $2^{(m-1)\cdot(n-1)}$.

19. Veslački klub ima 30 članova. Na koliko načina se mogu izabrati predsednik, potpredsednik, sekretar i blagajnik?

Rešenje: Za predsednika može biti izabran jedan od 30 članova. Nakon što se izabere predsednik ostaje 29 mogućih kandidata za potpredsednika, odnosno 28 i 27 kandidata za izbor sekretara i blagajnika. Tako da je broj načina na koji se mogu izabrati $30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27$.

Napomena: Broj rešenja odgovara broju $4-$permutacija skupa od 30 elemenata. Ovaj broj se u literaturi naziva i broj varijacija bez ponavljanja klase 4 sa 30 elemenata.

20. Učenici četvrtog razreda svake nedelje idu na izlet. Oni su dobili ponudu za 15 destinacija i treba da odaberu 7 koje će posetiti. Na koliko načina mogu da odaberu koja mesta će posetiti ako se zna da će poslednji izlet biti na Palić?

Rešenje: Palić je već izabran za poslednji izlet, pa je potrebno odabrati prvih šest izleta, koji se biraju od preostalih 14 mesta. Dobijamo da je broj načina za realizaciju planiranih izleta $14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 1$.