

Jednodimenzionalna neprekidna slučajna promenljiva.

1. Knjiga u čitaonici se iznajmljuje najduže na dva sata. Neka slučajna promenljiva X označava vreme zadržavanja knjige kod slučajno izabranog studenta. Gustina slučajne promenljive X data je sa:

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & x \notin [0, 2]. \end{cases}$$

- (a) Izračunati $F_X(1.2)$, $F_X(-1)$, $F_X(3.5)$, a zatim naći funkciju raspodele $F_X(x)$, za svako $x \in \mathbb{R}$.
- (b) Kolika je verovatnoća da će knjiga biti izdata između sat i sat i po vremena?
- (c) Izračunati verovatnoće $P(X < 1)$, $P(X > 1.5)$ i $P(X = 1)$.
- (d) Grafički predstaviti funkciju gustine $\varphi_X(x)$ i funkciju raspodele $F_X(x)$.
2. Na putu za posao, profesor prvo mora da „hvata” autobus blizu kuće koji ga odvozi do stajališta za drugi autobus koji ga vozi do posla. Slučajna promenljiva X predstavlja vreme čekanja oba autobusa (izraženo u minutama) i data je gustinom

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{25}x, & 0 \leq x < 5, \\ \frac{2}{5} - \frac{1}{25}x, & 5 \leq x \leq 10, \\ 0, & x \notin [0, 10]. \end{cases}$$

- (a) Kolika je verovatnoća da će na čekanje „izgubiti” više od 6 minuta?
- (b) Kolika je verovatnoća da će na čekanje „izgubiti” između 3 i 8 minuta?
- (c) Naći funkciju raspodele $F_X(x)$.
- (d) Grafički predstaviti funkcije $\varphi_X(x)$ i $F_X(x)$, a zatim na graficima obeležiti $P(X < 6)$.
3. Neprekidna slučajna promenljiva data je funkcijom raspodele

$$F_X(x) = \begin{cases} b^3 - 1, & x \leq 0, \\ \frac{x}{4}(1 + \ln \frac{4}{x}), & 0 < x \leq 4, \\ a^2, & x > 4. \end{cases}$$

- (a) Odrediti realne konstante a i b .
- (b) Naći funkciju gustine za X .
- (c) Izračunati $P(X \leq 1)$ i $P(1 < X \leq 3)$.

4. Slučajna promenljiva X ima uniformnu raspodelu, $X : \mathcal{U}(-1, 4)$.
 - (a) Izračunati $F_X(1.2)$, $P(|X - 3| \leq 5)$ i $P(1 < 2 - X < 10)$.
 - (b) Na grafiku funkcije gustine i funkcije raspodele predstaviti $P(1 < X \leq 2)$.
5. Slučajna promenljiva X ima eksponencijalnu raspodelu, $X : \mathcal{E}(2)$.
 - (a) Odrediti funkciju raspodele i gustinu slučajne promenljive X .
 - (b) Izračunati verovatnoće $P(-1 < X \leq 2)$, $P(X > 1.5)$, $P(|X| \leq 3)$. Naći $F_X(2)$.
 - (c) Na grafiku funkcije gustine i funkcije raspodele predstaviti $P(X > 1.5)$.
6. Slučajna promenljiva X ima normalnu $X : \mathcal{N}(0, 1)$ raspodelu.
 - (a) Izračunati verovatnoće $P(1.34 < X \leq 2.16)$, $P(X < 2.17)$, $P(-1.34 < X \leq 2.16)$ i $P(X > 1.48)$.
 - (b) Odrediti x tako da je $P(X < x) = 0.834$, $P(X > x) = 0.23425$ i $P(X < x) = 0.1231$.
7. Slučajna promenljiva X ima normalnu raspodelu $\mathcal{N}(80, 10)$. Izračunati verovatnoće $P(X \leq 100)$, $P(70 \leq X)$, $P(65 \leq X \leq 100)$ i $P(|X - 80| \leq 10)$.
8. Nепrekidna slučajna promenljiva X data je gustinom:

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} a(x-1), & x \in [1, 4], \\ 0, & x \notin [1, 4]. \end{cases}$$

Odrediti konstantu a i naći raspodelu slučajne promenljive $Y = 3X - 1$.

9. Slučajna promenljiva X ima uniformnu $X : \mathcal{U}(0, 1)$ raspodelu. Naći raspodelu slučajnih promenljivih:
 - (a) $Y = |X - \frac{1}{3}|$;
 - (b) $Z = -\ln X$;
 - (c) $U = \max\{X, \frac{1}{2}\}$. Ispitati da li je U neprekidna slučajna promenljiva.
10. Slučajna promenljiva X ima eksponencijalnu raspodelu $\mathcal{E}(a)$. Naći raspodelu slučajne promenljive $Y = [X]$ gde $[X]$ označava funkciju "najveće celo od X ".
11. Slučajna promenljiva X ima gustinu $\varphi_X(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$. Naći raspodelu slučajne promenljive

$$Y = \begin{cases} X(X+4) & , \quad X \leq 1 \\ 5 & , \quad X > 1 \end{cases}.$$