

Sve odgovore obrazložiti.

1. (2 poena) Pokazati da red $\sum_{n=3} \frac{(-1)^{n-1} 2^{n-2}}{3^{n-3}}$ konvergira i naći njegovu sumu.
2. (4 poena) Da li je $\sum_{n=0} a_n = 1 + 0 + \frac{1}{2^2} + 0 + \frac{1}{2^4} + 0 + \frac{1}{2^6} + \dots$ alternativni red? Da li se njegova konvergencija može ispitati primenom Lajbnicove teoreme (navesti teoremu)? Ispitati konvergenciju datog reda.
3. (2 poena) Ispitati apsolutnu konvergenciju reda $\sum_{n=1} (-1)^n \sin \frac{1}{n}$.
4. (1 poen) Odrediti $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 9^n}{(2n)!}$.

5. (2 poena) Razviti u Tejlorov red u tački 1 funkciju $f(x) = \ln(2 - x)$. Gde dobijeni red konvergira?

6. (2 poena) Promeniti redosled integracije u ponovljenom integralu $\int_{-1}^1 dx \int_0^{2-x^2} f(x, y) dy$.

7. (3 poena) Izračunati $\iint_{\sigma} dx dy$ ako je $\sigma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + 2y^2 \leq 6x, 2x + 2y \geq 3, y \geq 0\}$.

8. (4 poena) Da li na integral $I = \int_L \frac{x}{x^2 + y^2} dx$, gde je putanja $L = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 2\}$ pozitivno orijentisana, može da se primeni Grinova teorema (navesti teoremu)? Izračunati I .

Računarstvo i automatika,
Matematička analiza 2, Predispitne obaveze 2
04. februar 2023.
Sve odgovore obrazložiti.

Student:

1. (2 poena) Ako je $f(z) = P(x, y) + iQ(x, y)$, $z = x + iy$, diferencijabilna funkcija, izraziti $f'(z)$ preko P_x i P_y .
2. (2 poena) Za funkciju $f(z) = e^z = e^{x+iy}$ odrediti $Re f = P$ i $Im f = Q$, i naći $f'(z)$ koristeći prethodni zadatak.
3. (3 poena) Preslikavanjem $w = e^z$ preslikati skup $G = \{z = x + iy \in \mathbb{C} : y = \pi/2, x < 0\}$.
4. (3 poena) Odrediti geometrijsko mesto skupa tačaka $P = \{z \in \mathbb{C} : z(1 - i) + \bar{z}(1 + i) = 2\}$. Skicirati P u kompleksnoj ravni.

5. (3 poena) Izračunati $I = \int_L (Re z + Im z) dz$ ako je putanja $L = \{z = x + iy \in \mathbb{C} : x + y = 2, x \geq 0, y \geq 0\}$ orijentisana od tačke $A(0, 2)$?

6. (3 poena) Da li postoji zatvorena pozitivno orijentisana putanja L u kompleksnoj ravni takva da je $\int_L \frac{z}{(z+1)^2} dz = 3$?

7. (3 poena) Funkciju $f(z) = (z^2 + 2)(\frac{1}{z} + \frac{1}{z^3})$ razviti u Loranov red u tački $\alpha = 0$. Gde dobijeni red konvergira? Odrediti $Res[f(z), 0]$.

8. (3 poena) Da li je funkcija $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & x \in [-\pi, \pi] \setminus \{0\} \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ monotona po delovima nad $[-\pi, \pi]$? Da li je neprekidna po delovima nad istim intervalom?

9. (3 poena) Za koje $b \in \mathbb{R}$ integral $\int_{b-i\infty}^{b+i\infty} \frac{e^{st}}{s^2-5} ds$ konvergira? Za takvo b , odrediti vrednost ovog integrala.