

**Matematička analiza 2**  
**Računarstvo i automatika**  
**8. 4. 2024.**

1. (4 poena) Ispitati apsolutnu i uslovnu konvergenciju reda  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln \sqrt{\frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}}}$ .
2. (8 poena) Odrediti oblast konvergencije i naći sumu funkcionalnog reda  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^2-1} (2x-3)^n$ . Koristeći dobijeni razvoj, izračunati  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2+3}{3^n(n^2-1)}$ .

3. (7 poena) Izračunati zapreminu oblasti

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -1 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 5 - x^2 - y^2, x^2 + y^2 \leq 2x\}.$$

4. (10 poena) Izračunati  $\int_L (x+2y)dx - dy$  ako je

$$L = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4y, y \geq 2\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 0, -2 \leq x \leq 0\},$$

orijentisana od tačke  $A(2, 2)$  ka koordinatnom početku:

- a) direktno;
- b) primenom Grinove formule.

5. (8 poena) Preslikavanjem  $\omega = (e^{\frac{z+1}{z+3}})^2 + i$  preslikati oblast:

$$G = \{z \in \mathbb{C} : \left|z + 3 + \frac{i}{\pi}\right| > \frac{1}{\pi}, |z+2| < 1, \operatorname{Im} z < 0\}.$$

6. (8 poena) Izračunati  $\int_L \frac{e^z - z - 1}{z^3 - 4z^2} dz$ , ako je kriva  $L = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| = r, r > 0, r \neq 1, r \neq 3\}$  pozitivno orijentisana.
7. (5 poena) Razviti u nepotpun Furijeov red po kosinusima funkciju  $f(x) = 1 - 4x$  na intervalu  $[0, \pi]$ . Koristeći dobijeni razvoj, izračunati  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ .
8. (5 poena) Koristeći Laplasovu transformaciju, rešiti početni problem:

$$y'' - 4y' + 3y = 6x - 8, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 3.$$

**Teorija:**

- 1. (15 poena) Brojni redovi.
- 2. (15 poena) Tejlorov i Loranov red kompleksne funkcije.
- 3. (15 poena) (Teorijski zadatak) Koristeći teorem o reziduumu, izračunati  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 16}$ .