

**Jednodimenzionalna neprekidna slučajna promenljiva.**

1. Knjiga u čitaonici se iznajmljuje najduže na dva sata. Neka slučajna promenljiva  $X$  označava vreme zadržavanja knjige kod slučajno izabranog studenta. Gustina slučajne promenljive  $X$  data je sa:

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & x \notin [0, 2]. \end{cases}$$

- (a) Izračunati  $F_X(1.2)$ ,  $F_X(-1)$ ,  $F_X(3.5)$ , a zatim naći funkciju raspodele  $F_X(x)$ , za svako  $x \in \mathbb{R}$ .
  - (b) Kolika je verovatnoća da će knjiga biti izdata između sat i sat i po vremena?
  - (c) Izračunati verovatnoće  $P(X < 1)$ ,  $P(X > 1.5)$  i  $P(X = 1)$ .
  - (d) Grafički predstaviti funkciju gustine  $\varphi_X(x)$  i funkciju raspodele  $F_X(x)$ .
2. Na putu za posao, profesor prvo mora da „hvata” autobus blizu kuće koji ga odvozi do stajališta za drugi autobus koji ga vozi do posla. Slučajna promenljiva  $X$  predstavlja vreme čekanja oba autobusa (izraženo u minutama) i data je gustinom

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{25}x, & 0 \leq x < 5, \\ \frac{2}{5} - \frac{1}{25}x, & 5 \leq x \leq 10, \\ 0, & x \notin [0, 10]. \end{cases}$$

- (a) Kolika je verovatnoća da će na čekanje „izgubiti” više od 6 minuta?
  - (b) Kolika je verovatnoća da će na čekanje „izgubiti” između 3 i 8 minuta?
  - (c) Naći funkciju raspodele  $F_X(x)$ .
  - (d) Grafički predstaviti funkcije  $\varphi_X(x)$  i  $F_X(x)$ , a zatim na graficima obeležiti  $P(X < 6)$ .
3. Neprekidna slučajna promenljiva data je funkcijom raspodele

$$F_X(x) = \begin{cases} b^3 - 1, & x \leq 0, \\ \frac{x}{4}(1 + \ln \frac{4}{x}), & 0 < x \leq 4, \\ a^2, & x > 4. \end{cases}$$

- (a) Odrediti realne konstante  $a$  i  $b$ .
- (b) Naći funkciju gustine za  $X$ .
- (c) Izračunati  $P(X \leq 1)$  i  $P(1 < X \leq 3)$ .

4. Slučajna promenljiva  $X$  ima uniformnu raspodelu,  $X : \mathcal{U}(-1, 4)$ .
- Izračunati  $F_X(1.2)$ ,  $\mathbb{P}(|X - 3| \leq 5)$  i  $\mathbb{P}(1 < 2 - X < 10)$ .
  - Na grafiku funkcije gustine i funkcije raspodele predstaviti  $\mathbb{P}(1 < X \leq 2)$ .
5. Slučajna promenljiva  $X$  ima eksponencijalnu raspodelu,  $X : \mathcal{E}(2)$ .
- Odrediti funkciju raspodele i gustinu slučajne promenljive  $X$ .
  - Izračunati verovatnoće  $\mathbb{P}(-1 < X \leq 2)$ ,  $\mathbb{P}(X > 1.5)$ ,  $\mathbb{P}(|X| \leq 3)$ . Naći  $F_X(2)$ .
  - Na grafiku funkcije gustine i funkcije raspodele predstaviti  $P(X > 1.5)$ .
6. Slučajna promenljiva  $X$  ima normalnu  $X : \mathcal{N}(0, 1)$  raspodelu.
- Izračunati verovatnoće  $P(1.34 < X \leq 2.16)$ ,  $P(X < 2.17)$ ,  $P(-1.34 < X \leq 2.16)$  i  $P(X > 1.48)$ .
  - Odrediti  $x$  tako da je  $P(X < x) = 0.834$ ,  $P(X > x) = 0.23425$  i  $P(X < x) = 0.1231$ .
7. Slučajna promenljiva  $X$  ima normalnu raspodelu  $\mathcal{N}(80, 10)$ . Izračunati verovatnoće  $P(X \leq 100)$ ,  $P(70 \leq X)$ ,  $P(65 \leq X \leq 100)$  i  $P(|X - 80| \leq 10)$ .
8. Neprekidna slučajna promenljiva  $X$  data je gustom:
- $$\varphi_X(x) = \begin{cases} a(x - 1), & x \in [1, 4], \\ 0, & x \notin [1, 4]. \end{cases}$$
- Odrediti konstantu  $a$  i naći raspodelu slučajne promenljive  $Y = 3X - 1$ .
9. Slučajna promenljiva  $X$  ima uniformnu  $X : \mathcal{U}(0, 1)$  raspodelu. Naći raspodelu slučajnih promenljivih:
- $Y = |X - \frac{1}{3}|$ ;
  - $Z = -\ln X$ ;
  - $U = \max\{X, \frac{1}{2}\}$ . Ispitati da li je  $U$  neprekidna slučajna promenljiva.
10. Slučajna promenljiva  $X$  ima eksponencijalnu raspodelu  $\mathcal{E}(a)$ . Naći raspodelu slučajne promenljive  $Y = [X]$  gde  $[X]$  označava funkciju "najveće celo od  $X$ ".
11. Slučajna promenljiva  $X$  ima gustinu  $\varphi_x(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$ . Naći raspodelu slučajne promenljive
- $$Y = \begin{cases} X(X+4) & , \quad X \leq 1 \\ 5 & , \quad X > 1 \end{cases}.$$