

**Matematička analiza 2, smer Računarstvo i automatika**  
**Drugi kolokvijum, 21. 1. 2023.**

1. (8 poena) Preslikavanjem  $\omega = \left( \frac{i - ie^{4zi}}{e^{4zi} + 1} \right)^4$  preslikati oblast:

$$G = \{z \in \mathbb{C} : -\frac{\pi}{8} \leq \operatorname{Re}(z) \leq 0, \operatorname{Im}(z) \leq 0\}.$$

2. (7 poena) Razviti u Loranov red funkciju  $f(z) = \frac{2z + 6}{z^2 - 2z - 3}$  po stepenima od  $z - 1$ .

3. (8 poena) Data je funkcija  $f(z) = \frac{z}{z+1} \cos \frac{1}{z+2}$ . Izračunati  $\int_L f(z) dz$ , ako je kriva  $L = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| = r, r > 0, r \neq 2, r \neq 3\}$  pozitivno orijentisana.

4. (5 poena) Razviti funkciju  $f(x) = 2023 - x^2$  u nepotpun Furijeov red po kosinusima na intervalu  $[0, \pi]$ . Koristeći dobijeni razvoj, izračunati  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$ .

5. (5 poena) Koristeći Laplasovu transformaciju, rešiti početni problem:

$$y''' - 4y' = 8e^{2x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 4.$$