

## Drugi kolokvijum iz Analize 2 (E2 smer)

23. 1. 2022.

- (8 poena) Preslikavanjem  $\omega = \left( \frac{1 - e^{-\frac{\pi}{2}z}}{e^{-\frac{\pi}{2}z} + 1} \right)^2$  preslikati oblast:  
 $G = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) > 0, 0 < \operatorname{Im}(z) < 1\}.$
- (7 poena) Razviti funkciju  $f(z) = \frac{z^2 + 9}{z^2 - 9}$  u Loranov red po stepenima od  $z + 1$ .
- (9 poena) Data je funkcija  $f(z) = \frac{e^{(z-1)^2} - 1}{(z-k)^n(z-2)^2}, n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}.$ 
  - U zavisnosti od parametara  $k$  i  $n$ , ispitati prirodu singulariteta funkcije  $f(z)$ .
  - Za  $k = 1$  i  $n = 2$ , izračunati  $\int_L f(z) dz$ , ako je kriva  $L = \{z \in \mathbb{C} : |z| = r, r > 0, r \neq 1, r \neq 2\}$  pozitivno orijentisana.
- (5 poena) Razviti u nepotpun Furijeov red  $F(x)$  po kosinusima funkciju  $f(x) = 4x + 2$  na intervalu  $[0, \pi]$ .  
Izračunati  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}.$
- (5 poena) Primenom Laplasove transformacije rešiti početni problem:  $y'' - y' - 2y = -2, y(0) = 2, y'(0) = 2.$

## Drugi kolokvijum iz Analize 2 (EE smer)

23. 1. 2022.

- (8 poena) Preslikavanjem  $\omega = \frac{2ie^{(iz+i\frac{\pi}{2})} + 2}{e^{(iz+i\frac{\pi}{2})} + i}$  preslikati oblast  $G = \{z \in \mathbb{C} : -\frac{\pi}{2} < \operatorname{Re}(z) < \frac{\pi}{2}, \operatorname{Im}(z) > 0\}.$
- (7 poena) Razviti funkciju  $f(z) = (2z^2 - 12z + 2022) \cos \frac{2}{z-3}$  u Loranov red u okolini tačke  $z_0 = 3$  i odrediti oblast konvergencije dobijenog razvoja. Izračunati  $\operatorname{Res}(f(z), 3)$  i  $\operatorname{Res}(f(z), 2022).$
- (8 poena) Ispitati prirodu singulariteta funkcije u proširenoj kompleksnoj ravni  $f(z) = \frac{e^{\frac{2}{z-1}}}{z(z-1)}$  i izračunati  $\int_L f(z) dz$ , ako je kriva  $L = \{z \in \mathbb{C} : |z+1| = r, r > 0, r \neq 1, r \neq 2\}$  pozitivno orijentisana.
- (6 poena) Odrediti analitičku funkciju  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y), z = x + iy$ , ako je  
$$v(x, y) = 4e^x \cdot \cos y - 6xy + 2y + 1$$
  
i  $f(0) = 5i$ . Izračunati  $f'(z).$