

Računarstvo i automatika,
Matematička analiza 2, Predispitne obaveze 2
21. januar 2023.
Sve odgovore obrazložiti.

Student:

1. (4 poena) Da li je funkcija $f(z) = i|z|^2$ diferencijabilna u tački $z = 0$? Da li je analitička u istoj tački?
2. (2 poena) Izračunati $\text{Ln}(-1)$.
3. (3 poena) Preslikavanjem $w = e^z$ preslikati skup $G = \{z = x + iy \in \mathbb{C} : y = \pi/2, x > 0\}$.
4. (3 poena) Izračunati $\int_L i|z|^2 dz$ ako je $L = \{z = x + iy \in \mathbb{C} : x^2 + y^2 = 3, x \geq 0\}$ orijentisana od tačke $A(0, \sqrt{3})$.
5. (3 poena) Izračunati $\int_L iz^2 dz$ ako je putanja $L = \{z = x + iy \in \mathbb{C} : y = \sin x, 0 \leq x \leq 2\pi\}$ orijentisana od tačke $O(0, 0)$.

6. (3 poena) Pomoću Košijevih integralnih formula izračunati $\int_L \frac{1}{(z+1)^2} dz$ ako je putanja $L = \{z \in \mathbb{C} : |z| = r\}$, $r > 0$, $r \neq 1$, pozitivno orijentisana.

7. (3 poena) Funkciju $f(z) = \frac{z^2+1}{z}$ razviti u Loranov red u tački $\alpha = 0$. Gde dobijeni red konvergira? Odrediti $\text{Res}[f(z), 0]$.

8. (3 poena) Ako je $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in [-\pi/2, \pi/2] \\ 0 & x \in [-\pi, -\pi/2) \cup (\pi/2, \pi] \end{cases}$, i ako je s razvoj funkcije f u Furijeov red, odrediti

$$s(\pi/2) =$$

$$s(\pi) =$$

Napisati integral pomoću kojeg se računa koeficijent a_2 u Furijeovom razvoju ove funkcije (uvrstiti f , ne rešavati integral).

$$a_2 =$$

9. (4 poena) Napisati integral kojim se definiše $\mathcal{L}^{-1}(\frac{1}{s^2-5})$. Odrediti $\mathcal{L}^{-1}(\frac{1}{s^2-5})$ koristeći teoremu o reziduumu.