

ВЕЖБЕ 6

-Рекурентне релације-

1. Наћи општа решења рекурентних релација

а) $f_{n+2} - 7f_{n+1} + 12f_n = 0, n \geq 0$

б) $f_n + 3f_{n-1} - 10f_{n-2} = 0, n \geq 2$

в) $f_{n+2} - 4f_{n+1} + 13f_n = 0, n \geq 0$

г) $f_{n+2} + 6f_{n+1} + 9f_n = 0, n \geq 0$

д) $f_{n+3} + 3f_{n+2} + 3f_{n+1} + f_n = 0, n \geq 0$

ђ) $f_{n+4} + 4f_n = 0, n \geq 0$

2. Решити рекурентне релације

а) $f_n = 5f_{n-1} - 6f_{n-2}, n \geq 2$ ако је $f_0 = 1$ и $f_1 = 1$

б) $f_n = 6f_{n-1} - 9f_{n-2}, n \geq 2$ ако је $f_0 = f_1 = 2$

в) $f_n = 5f_{n-1} - 6f_{n-2} - 4f_{n-3} + 8f_{n-4}, n \geq 4$ ако је $f_0 = 1, f_1 = 8, f_2 = 12$ и $f_3 = 38$

г) $f_{n+3} = 4f_{n+2} - f_{n+1} - 6f_n, n \geq 0$ ако је $f_0 = 1, f_1 = 2$ и $f_2 = 4$ (домаћи)

3. Решити систем рекурентних релација

$$f_{n+1} = 2f_n - g_n$$

$$g_{n+1} = f_n + 4g_n$$

уз почетне услове $f_0 = 2, g_0 = 1$.

4. Нека су a_n и b_n вредности које променљиве a и b имају након n -тог проласка кроз `while` петљу написану у програмском језику JAVA. (Променљива t је помоћна променљива.)

```
public class Rekurentna{  
    public static void main(String []args) {  
        int i=0;  
        int t;  
        int a=1;  
        int b=1;  
  
        while (a>0 && b>0){  
            t = a;  
            a = b;  
            b += 2*t;  
  
            i += 1;  
            System.out.println("Након " + i + ". iteracije rezultat je: a= " + a + ", b= " + b);  
        }  
    }  
}
```

а) Генерисати систем рекурентних релација који описује низове $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ и $(b_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$.

б) Генерисати рекурентну релацију која описује низ $(b_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$.

в) Решити рекурентну релацију добијену под б).

5. Наћи опште решење једначине $a_{n+2}^2 = 5a_{n+1}^2 - 4a_n^2, n \geq 0$.

6. Ако се зна да су сви чланови низа са општим чланом a_n почев од a_2 различити решити

а) $a_{n+2} = \frac{a_{n+1}^3}{a_n^2}, n \geq 0$, ако је $a_0 = 1$ и $a_1 = 2$

б) $a_n = a_{n-1}a_{n-2}^2, n \geq 2$, ако је $a_0 = a_1 = 2$. (домаћи)

7. Наћи општу формулу за следећи низ $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 2^n, n \geq 0$, где је $a_0 = a_1 = 0$.

8. Правоугаоник величине $2 \times n$ издељен је на $2n$ једнаких квадрата. На располагању имамо домене правоугаоног облика 2×1 и 2×2 . На колико начина се цео правоугаоник $2 \times n$ може прекрити са овим доминама?

9. Колико има речи дужине n над азбуком $A = \{1, 2, 3\}$ у којима се не појављује подреч 11?

10.* Колико има речи дужине n над азбуком $\{0, 1, 2\}$ које садрже паран број нула?