

Deo završnog ispita 1 – 40 poena

1. [10 poena] Na stolu se nalaze tri kutije. U prvoj kutiji su dve kuglice zelene boje i tri kuglice crvene boje, a u drugoj kutiji jedna kuglica zelene boje i dve kuglice crvene boje. Treća kutija je prazna.  
Peca na slučajan način bira (odjednom) dve kuglice iz prve kutije i jednu kuglicu iz druge kutije i stavlja ih u treću, praznu, kutiju. Nakon premeštanja kuglica Peca izvlači dva puta po jednu kuglicu, sa vraćanjem izvučene kuglice u kutiju, iz treće kutije.  
Izračunati verovatnoću da će Peca iz treće kutije izvući dve kuglice iste boje.
2. [10 poena] Novčić se baca tri puta i ako tri puta padne ista strana izvodi se još jedno bacanje novčića. Slučajna promenljiva  $X$  predstavlja broj palih pisama, a slučajna promenljiva  $Y$  broj izvedenih bacanja novčića.
  - a) Odrediti zakon raspodele verovatnoća slučajne promenljive  $(X, Y)$ .
  - b) Odrediti zakon raspodele verovatnoća slučajne promenljive  $X$  i njenu funkciju rasporele. Grafički predstaviti funkciju raspodele slučajne promenljive  $X$ .
  - c) Odrediti zakon raspodele verovatnoća i matematičko očekivanje slučajne promenljive  $Z = \max\{X, Y\}$ .
3. [10 poena] Slučajna promenljiva  $X$  je data funkcijom gustine  $\varphi_X(x) = \begin{cases} x^2 + ax, & x \in (0, 1) \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$ .
  - a) Izračunati konstantu  $a$ .
  - b) Odrediti funkciju raspodele slučajne promenljive  $X$ .
  - c) Odrediti raspodelu slučajne promenljive  $Z = -X + 2$ .
4. [10 poena – Novi studenti E2 i svi studenti IN] Neka su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne promenljive, pri čemu  $X$  ima eksponencijalnu  $\mathcal{E}(2)$  raspodelu, a  $Y$  uniformnu  $\mathcal{U}(1, 2)$  raspodelu. Odrediti raspodelu slučajne promenljive  $Z = X + Y$ .
5. [10 poena – SAMO STARI STUDENTI E2] Neka su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne promenljive i obe imaju Poasonovu  $\mathcal{P}(\lambda)$ ,  $\lambda > 0$ , raspodelu. Odrediti raspodelu slučajne promenljive  $Z = X + Y$ . Izračunati matematičko očekivanje i disperziju slučajne promenljive  $Z$ .