

**Formula totalne verovatnoće
Bajesova formula**

1. Novčić se baca dva puta. Ako oba puta padne pismo, izvlače se dve kuglice iz kutije koja sadrži 2 bele i 3 zelene kuglice. U suprotnom, izvlači se dva puta po jedna kuglica, sa vraćanjem iz iste kutije.
 - (a) Izračunati verovatnoću da su izvučene kuglice različitih boja.
 - (b) Ako su izvučene kuglice različitih boja, izračunati verovatnoću da pismo nije palo dva puta.
2. U kutiji se nalaze 3 ispravna novčića i jedan neispravan novčić koji ima grb sa obe strane. Na slučajan način se iz kutije bira jedan novčić i baca 2 puta.
 - (a) Izračunati verovatnoću da će oba puta pasti grb.
 - (b) Ako je oba puta pao grb, koliko iznosi verovatnoća da je iz kutije izabran ispravan novčić?
3. Prva kutija sadrži 5 crvenih i 6 belih kuglica, a druga kutija sadrži 4 crvene i 4 bele kuglice. Iz prve kutije se nasumice izvlači jedna kuglica i premešta u drugu kutiju. Zatim se iz druge kutije na slučajan način izvlači jedna kuglica.
 - (a) Izračunati verovatnoću da će se iz druge kutije izvući crvena kuglica.
 - (b) Ako se zna da je iz druge kutije izvučena crvena kuglica, koliko iznosi verovatnoća da je iz prve u drugu kutiju premeštena crvena kuglica?
4. Iz skupa $\{1, 2, \dots, n\}$ na slučajan način se bira jedan broj, a zatim bez vraćanja još jedan.
 - (a) Naći verovatnoću da je drugi broj veći od prvog;
 - (b) Naći verovatnoću da je drugi broj za dva veći od prvog;
 - (c) Ako je drugi broj manji od prvog, izračunati verovatnoću da je u prvom izvlačenju izvučen broj 3.
5. U kutiji se nalaze 4 ispravna i 2 neispravna proizvoda. Na slučajan način se izvlači grupa od 3 proizvoda i ako među njima ima neispravnih, svi se vraćaju. Ako je grupa proizvoda vraćena, koliko iznosi verovatnoća da je vraćena zato što su u njoj bila tačno 2 neispravna proizvoda?
6. Crvenkapa ide kod bake jednim od dva puta: p_1 ili p_2 , i to dvostruko verovatnije putem p_1 , nego putem p_2 . Ako krene putem p_i , $i \in \{1, 2\}$, verovatnoća da će sresti vuka je $\frac{1}{i+1}$, i pri tome će je on pojesti sa verovatnoćom $\frac{i+1}{i+2}$. Ako je vuk ne pojede, tada sigurno stiže kod bake. Izračunati verovatnoću da je Crvenkapa stigla kod bake.

Jednodimenzionalna diskretna slučajna promenljiva

1. U kutiji se nalaze dve kuglice označene brojem 1, četiri kuglice označene brojem 3, i jedna kuglica označena brojem 5. Na slučajan način izvlačimo odjednom dve kuglice iz kutije. Neka je X slučajna promenljiva koja predstavlja zbir izvučenih brojeva.
 - (a) Naći zakon raspodele slučajne promenljive X .
 - (b) Izračunati $F_X(2)$, $F_X(4)$, $F_X(8)$ i $F_X(16.375)$.
 - (c) Naći funkciju raspodele, $F_X(x)$, za slučajnu promenljivu X i grafički je predstaviti.
 - (d) Naći zakon raspodele slučajne promenljive $Y = -2X + 3$.
2. Strelac pogađa cilj sa verovatnoćom p , a gađa dok ne pogodi dva puta ili ne promaši tri puta. Naći raspodelu slučajnih promenljivih X i Y , gde je X broj gađanja, a Y broj pogodataka.
3. U svakoj od tri nezavisne igre igrač pobeduje sa verovatnoćom p , a zatim igra još onoliko igara koliko je pobeda imao u prve tri igre. Naći raspodelu slučajne promenljive X koja predstavlja ukupan broj pobeda.
4. Strelac gađa metu. Verovatnoća pogotka u svakom nezavisnom gađanju je 0.6.
 - (a) Ako strelac na raspolaganju ima sto metaka, naći raspodelu slučajne promenljive Y koja predstavlja broj promašaja.
 - (b) Ako strelac gađa metu do prvog pogotka naći raspodelu slučajne promenljive U koja predstavlja broj ispaljenih metaka.
5. Košarkaš gađa koš 1000 puta. Verovatnoća promašaja u svakom nezavisnom gađanju je 0.005. Naći raspodele slučajnih promenljivih X i Y koje predstavljaju redom tačan i približan broj promašaja.
6. Kockica se baca do prve pojave šestice ali najviše četiri puta. Neka slučajna promenljiva X predstavlja ukupan broj izvedenih bacanja.
 - (a) Naći zakon raspodele slučajne promenljive X .
 - (b) Izračunati $P(2 \leq X < 4)$, $P(2 < X < 4)$, $P(X < 3)$, $P(-4X < -5)$ i $P(2X - 5 < 0)$.
7. Baca se kockica za igru „Ne ljuti se čoveče“. Ako se pojavi broj manji od tri izvlače se dve kuglice iz kutije u kojoj se nalaze tri zelene i dve bele kuglice. U suprotnom se izvlače dve kuglice iz kutije u kojoj se nalaze dve zelene i jedna bela kuglica. Neka slučajna promenljiva X predstavlja broj izvučenih zelenih kuglica. Naći zakon raspodele slučajne promenljive X .
8. Strelac gađa metu tri puta. Verovatnoća pogotka u svakom nezavisnom gađanju je 0.9. Ako je meta pogodjena najviše jednom strelac dobija -5 poena, ako ostvari dva pogotka dobija 5 poena, a u preostalom slučaju dobija 10 poena. Slučajna promenljiva X predstavlja broj osvojenih poena. Naći zakon raspodele slučajne promenljive X .
9. Slučajna promenljiva X je data zakonom raspodele $X : \begin{pmatrix} -\pi & -\frac{\pi}{2} & 0 & \frac{\pi}{2} & \pi \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} & \frac{2}{8} \end{pmatrix}$.
Naći zakon raspodele slučajne promenljive $Y = \sin X$.

10. Slučajna promenljiva X data je zakonom raspodele $X : \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 0.4 & 0.5 & 0.1 \end{pmatrix}$. Neka je $Y = 2X + 3$, $Z = X^2$ i $T = X^3 - X^2$. Naći zakon raspodele za slučajne promenljive Y , Z i T .
11. Strelac gađa metu dok ne promaši. Verovatnoća promašaja u svakom nezavisnom gađanju je $\frac{1}{20}$. Slučajna promenljiva T uzima vrednost 1 ako je strelac promašio metu u parnom redu gađanju, a vrednost -1 ako je strelac promašio metu u neparnom po redu gađanju. Naći zakon raspodele za T .