Elementarne funkcje

1) e^z oraz... $= a \cdot \text{cech}(b)$ ... od $\mathbb{C}$

$(\text{prz. ...}\ e^z) \cdot (\text{...}) = e^{z_1} \cdot e^{z_2} = \text{...} (\text{...}) + \dots$ od $\mathbb{C}$

$e^{z_1 + z_2} = e^{z_1} \cdot e^{z_2}$ — liczbowa płaszczyzna

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}, \qquad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}, \qquad z \in \mathbb{C}$$

$$\left[\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}\right] \quad \left[\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}\right], \quad z \in \mathbb{C}$$

Wzory: Abrahama wzorów $e^{iz} = z$

$(\text{prz. } z, z_1, z_2 \in \mathbb{C} \text{ ...})$ $\cos(z_1 + z_2) = \cos z_1 \cos z_2 - \sin z_1 \sin z_2$

$e^{iz} = \cos z + i \sin z$ ...

$e^{iz} = e^{i(x+iy)} = e^{ix} e^{-y}$

$= e^{-y}(\cos x + i \sin x)$

$|e^{iz}| = e^{-y}$, $\arg e^{iz} = x$, $z = x + iy$

Tabela e^z przez ...funkcje

Uwaga: ... $\lim_{z \to \infty} \cos z$, $\lim_{z \to \infty} \sin z$

... $z = iy$: $\cos(iy) = \text{...}$

... funkcja ...

2) ... funkcje — algebra ...

a) $\text{ch}(z) = \dfrac{e^z + e^{-z}}{2}$, $\text{sh}(z) = \dfrac{e^z - e^{-z}}{2}$, $z \in \mathbb{C}$

b) $\cos(iz) = \dfrac{e^{i \cdot iz} + e^{-i \cdot iz}}{2} = \dfrac{e^{-z} + e^z}{2} = \text{ch}\,z$

$= \dfrac{e^z + e^{-z}}{2} = \text{ch}\,z = \cos(iz)$

$\dfrac{1}{2i}\left(e^{i \cdot iz} - e^{-i \cdot iz}\right) = \dfrac{1}{2i}\left(e^{-z} - e^z\right)$

$= -\dfrac{1}{i}\cdot\dfrac{e^z - e^{-z}}{2} = i \cdot \text{sh}\,z$

$\left[\sin(iz) = i\,\text{sh}\,z\right] \qquad \left[\cos(iz) = \text{ch}\,z\right]$

3) Logarytmiczna funkcja — relacja funkcja

$e^w = z$, $w = \ln z$, $z \neq 0$

$z = e^w$

$\ln z = \ln|z| \cdot e^{i \arg z} = \ln|z| + i \arg z$ — ...

$= \ln|z| + i(\arg z + 2k\pi)$ ...

$\boxed{\ln z = \ln|z| + i \arg z}$

Np. ... $\text{Arg}\, z = \arg z + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Uwaga: z ... funkcji wzorów e^w ... algebra

... funkcja ... $\text{Ln}\, z$

Specjalnie... $\ln$ ...funkcji

Główny ... $\boxed{\ln z = \ln|z| + i \arg z}$

P.

f) $\text{Ln}(-1) = \ln|-1| + i \text{Arg}(-1) = \left(\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi\right)i$, $k \in \mathbb{Z}$

$= \left(\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi\right)i$

d) $\text{Ln}\, i = \ln|i| + i \text{Arg}(i) = i\left(\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$

i) $\ln(-1) = \ln|-1| + i\pi$

g) Potęgowa funkcja z^a, $z \neq 0$

$\boxed{z^a = e^{a \ln z}}$, $a \in \mathbb{C}$

5) Trygonometryczne i algebra ...funkcje

a) $\ln z^a = e^{a \text{Ln} z} = e^{a(\ln|z| + i \arg z)}$, $k \in \mathbb{Z}$

... ...

b) $i^i = e^{i \text{Ln}\, i} = e^{i \cdot i(\pi/2 + 2k\pi)} = e^{-(\pi/2 + 2k\pi)}$

$\text{Ln}(i^i) = \ln|i^i| + i \text{Arg}(i^i)$, $k \in \mathbb{Z}$

$= e^{-(\pi/2 + 2k\pi)} \cdot \left(\cos(\dots) + i \sin(\dots)\right)$

c) Inwersne trygonometryczne funkcje

$\text{Arccos}\, z = -i \text{Ln}\left(z + \sqrt{z^2 - 1}\right)$ — relacja ... funkcja

$\text{Arcsin}\, z = -i \text{Ln}\left(iz + \sqrt{1 - z^2}\right)$

$\text{Arctg}\, z = \dfrac{1}{2i} \text{Ln}\dfrac{1 + iz}{1 - iz}$