

NEUREĐENI IZBORI

1. Koliko ima prirodnih brojeva manjih od 1 000 000 čiji je zbir cifara 7?
2. Domina je pločica za igru na koju su nalepljene dve sličice (ne obavezno različite). Ako na raspolaganju imamo 7 vrsta sličica, koliko je različitih domina moguće napraviti pomoću njih?
3. Iz kompleta koji sadrži 32 različite karte bira se 8 karata SA/BEZ vraćanja, tako da njihov redosled JESTE/NIJE bitan. Koliko različitih izbora ima?
4. Koliko ima binarnih nizova od n nula i $2n + 2$ jedinica takvih da se između svake dve nule nalaze bar dve jedinice?
5. Koliko celobrojnih rešenja ima jednačina

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 23$$

pod uslovom da važi $x_1 > 1$, $x_2 > 2$, $x_3 > 3$, $x_4 > 4$ i $x_5 > 5$?

6. Broj studenata koji izlaze na usmeni ispit iz Algebre je 60. Usmeni se može polagati kod jednog od tri profesora. Prva dva profesora moraju ispitati bar 10 studenata, a treći bar 15. Na koliko načina profesori mogu da izvrše podelu posla, ukoliko nam nije bitno koji će student kod koga odgovarati, nego samo broj ispitanih studenata po profesoru? (domaći)
7. Koliko rešenja u skupu nenegativnih celih brojeva ima nejednačina

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m \leq n?$$

8. Koliko ima n -cifrenih prirodnih brojeva u čijem dekadnom zapisu nijedna cifra
 - (a) nije manja od prethodne;
 - (b) nije veća od prethodne?

Napisati kod u programskom jeziku JAVA koji ispisuje sve takve šestocifrene brojeve.

9. Odrediti broj svih monotonno nerastućih uređenih petorki $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ elemenata iz skupa $\{1, 2, 3\}$. (domaći)
10. Dati kombinatornu interpretaciju izračunavanja vrednosti promenljive s na kraju izvršavanja koda napisanog u programskom jeziku JAVA:

```
public class IzracunajS{

    public static void main(String[] args) {
        int s=0;
        for (int i=1; i<=20; i++){
            for (int j=1; j<=20; j++){
                for (int k=j; k<=20; k++){
                    for (int l=k; l<=20; l++){
                        if (i != j){
                            s += 1;
                        }
                    }
                }
            }
        }

        System.out.println("S= "+s);
    }
}
```

11. Dokazati da je $\sum_{i=0}^r \binom{n+i}{i} = \binom{n+r+1}{r}$.
12. Dokazati da je $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = n 2^{n-1}$.
13. Dokazati da je $\sum_{k=0}^n \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$.
14. Dokazati da je $\binom{m}{n} \binom{n}{k} = \binom{m}{k} \binom{m-k}{n-k}$.
15. Dokazati Vandermondov identitet

$$\binom{m}{0} \binom{n}{k} + \binom{m}{1} \binom{n}{k-1} + \dots + \binom{m}{k} \binom{n}{0} = \binom{m+n}{k}.$$
16. Dokazati da je $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$.
- 17.* Dokazati da je $\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{2k} + \dots = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{2k+1} + \dots = 2^{n-1}$.
18. Naći koeficijent uz a^3b^2 u razvoju izraza $(3a - 2b)^5$.
19. Naći koeficijent uz x^5 u razvoju izraza $(3\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[3]{x}})^{20}$.
20. Zbir binomnih koeficijenata pri razvoju $(1+x)^n + (1+x)^{n+1}$ jednak je 1536. Odrediti koeficijent uz x^6 .
21. Naći koeficijent uz $x^2y^3z^2$ u razvoju izraza $(x+y+z)^7$.
22. Naći koeficijent uz x^{10} u razvoju izraza $(1-x^2+x^3)^{11}$.