Elektrotehnički odsek, smerovi E1 i E2
Popravni kolokvijum iz Analize 2 - deo završnog ispita
11. 2. 2022.

Prvi kolokvijum

1. (E1 - 4 poena, E2 - 3 poena) Pokazati da red $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}n}{(2n+1)!!}$ konvergira i naći njegovu sumu sa tačnošću $\epsilon = 0.01$.
2. (E1 - 6 poena, E2 - 5 poena) Razviti u Maklorenov red funkciju $f(x) = x \operatorname{arctg} \dfrac{x-1}{x+1}$ i napisati oblast konvergencije dobijenog razvoja.
3. (E1 - 7 poena, E2 - 6 poena) Odrediti oblast konvergencije i naći sumu funkcionalnog reda $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^2-1} \sin^n x$.
4. (E1 - 5 poena, E2 - 4 poena) Izračunati zapreminu tela ograničenog konusima $z = 10 - \sqrt{x^2+y^2}$ i $z = -2 + \sqrt{x^2+y^2}$, između ravni $z = 0$ i $z = 7$.
5. (E1 - 8 poena, E2 - 7 poena) Izračunati vrednost krivolinijskog integrala $\displaystyle\int_L x^2\,dy$ ako je kriva $L = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y-1)^2 = 1,\, x \leq 0 \vee y \geq 1\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = 1,\, 0 \leq y \leq 1\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = 0,\, 0 \leq x \leq 1\}$, negativno orijentisana.
   (a) Direktno,
   (b) pomoću Grinove formule.

Drugi kolokvijum

1. (E1 - 7 poena, E2 - 7 poena) Preslikavanjem $\omega = i \operatorname{tg} \dfrac{\pi(z+1)}{z}$ preslikati oblast:
$$G = \{z \in \mathbb{C} :\ |z+1| > 1,\, \operatorname{Re} z < 0,\, \operatorname{Im} z > 0\}.$$
2. (E1 - 6 poena, E2 - 6 poena) Razviti funkciju $f(z) = (z^2+2)e^{\frac{1}{z+1}}$ u Loranov red u okolini tačke $z_0 = -1$. Izračunati $\operatorname{Res}(f(z), -1)$ i $\operatorname{Res}(f(z), 2022)$.
3. (E1 - 7 poena, E2 - 7 poena) Data je funkcija $f(z) = \dfrac{\cos\frac{1}{z}}{(z+2)(z+1)}$. Ispitati prirodu singulariteta funkcije u kompleksnoj ravni i naći ostatke, a zatim izračunati $\displaystyle\int_L f(z)\,dz$, ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z-2| = r,\ r > 0,\ r \neq 2,\ r \neq 3,\ r \neq 4\}$ pozitivno orijentisana.
4. (E1 - 5 poena) Odrediti analitičku funkciju $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$, $z = x+iy$, ako je
$$v(x,y) = 5y - 1 - e^{3x}\cos 3y + \frac{x}{x^2+y^2}$$
   i $f(1) = -ie^3$. Izračunati $f'(z)$.
5. (E2 - 5 poena) Razviti u nepotpun Furijeov red $F(x)$ po sinusima funkciju $f(x) = |x-1|$ na intervalu $[0,2]$. Izračunati $F(2022)$.
6. (E2 - 5 poena) Primenom Laplasove transformacije rešiti početni problem: $y'' - 2y' + 6y = 2\cos 2x + 4\sin 2x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.