

DOMAĆI - II DEO

1. Dokazati da je formula $(A \Rightarrow (B \wedge C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$ teorema u računu sekvenata za iskaznu logiku.
2. Dokazati da je formula $((A \wedge B) \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \Rightarrow C))$ teorema u računu sekvenata za iskaznu logiku.

3. Ukoliko postoje, odrediti jedan model i jedan kontra-model za formulu:

$$(\forall x)(\exists y)(P(f(x, y), a)) \wedge (\exists z)(\forall x)(Q(x, a) \Rightarrow Q(x, z)).$$

Obrazložiti.

4. Ukoliko postoje, odrediti jedan model i jedan kontra-model za formulu:

$$(\forall x)\neg P(x, x) \wedge (\forall x)(\exists y)P(x, y) \wedge (\forall x)(\forall y)(\forall z)(P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow P(x, z)).$$

Obrazložiti.

5. Odrediti klauzalnu formu formule:

$$(\forall x)(\exists y)R(x, y) \Rightarrow (\exists z)(\forall x)(\forall y)(\exists u)(R(x, z) \wedge R(f(y, z), a) \Rightarrow Q(f(x, u), z)).$$

6. Odrediti klauzalnu formu formule:

$$(\forall x)(P(x, x) \Rightarrow Q(x, a)) \Rightarrow (\exists x)(\forall y)(\forall z)(P(x, y) \wedge Q(y, z) \Rightarrow P(f(x, y), a)).$$

7. Dokazati da je formula

$$(B \Rightarrow (\forall x)A) \Leftrightarrow (\forall x)(B \Rightarrow A)$$

valjana, pri čemu u formuli B nema slobodnih pojavljivanja promjenljive x .

8. Dokazati da je sledeća formula valjana:

$$(\forall x)(\exists y)(P(x) \Rightarrow Q(y)) \wedge (\forall x)(\exists y)(Q(x) \Rightarrow R(y)) \Rightarrow (\exists x)(\forall y)(P(x) \Rightarrow R(y)).$$

9. Dokazati da je formula

$$(\exists x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow ((\forall x)P(x) \Rightarrow (\exists x)(\neg Q(x) \Rightarrow R(x)))$$

teorema u Hilbertovom sistemu za klasičnu predikatsku logiku.

10. Dokazati da je formula

$$(\forall x)(A \wedge B) \Rightarrow ((\forall x)C \Rightarrow (\forall x)((A \wedge C) \vee (B \wedge C)))$$

teorema u sistemu prirodne dedukcije za logiku prvog reda.

11. Dokazati da je formula

$$((\forall x)(A \wedge C) \wedge (\exists x)((A \Rightarrow B) \vee (C \Rightarrow B))) \Rightarrow (\exists x)B$$

teorema u sistemu prirodne dedukcije za klasičnu predikatsku logiku.

Napomena: Izabrati jedan od zadataka 10. i 11.