VEROVATNOĆA

- 1. a) Kolika je verovatnoća da u tri uzastopna bacanja kockice sva tri puta padne paran broj?
 - b) Kolika je verovatnoća da u dva uzastopna bacanja kockice drugi put padne (strogo) veći broj nego prvi put?
- 2. Kolika je verovatnoća da će pri 5 uzastopnih bacanja ispravnog novčića:
 - a) pasti ukupno 4 pisma?
 - b) pasti veći broj pisama nego glava?
 - c) pasti više od 3 pisma ako je poznato da su pri prva dva bacanja novčića oba puta pala pisma?
- 3. Aleksa i Bojan igraju igru u kojoj svako baca po jedan novčić, sa sledećim ishodom:

Aleksa	Bojan	ishod	
pismo	pismo	bacanje se ponavlja	
pismo	glava	kraj igre, Bojan je pobednik	
glava	pismo	kraj igre, Aleksa je pobednik	
glava	glava	bacanje se ponavlja	

Ako su i Aleksin i Bojanov novčić falični, i to tako da pismo i na jednom i na drugom uvek pada sa verovatnoćom od 90%, ko ima više šanse za pobedu? Obrazložiti odgovor.

- 4. Petar ima 30 godina, diplomirao je ekonomiju i oženjen je, otac dvoje dece. U poslednja 3 meseca Petar se žali na slab apetit, čest umor, povremen bol u predelu jetre, a koža mu deluje nešto žuće nego obično. Koja je od sledeće dve tvrdnje verovatnija:
 - a. Petar vozi hondu;
 - b. Petar vozi hondu i boluje od hroničnog hepatitisa.

5. Na raspolaganju su tri kutije i u svakoj kutiji su kuglice određenih boja, i to:

Kutija br. 1: 3 zelene, 3 plave i 4 crvene kuglice;

Kutija br. 2: 2 zelene, 6 plavih i 2 crvene kuglice;

Kutija br. 3: 5 zelenih i 5 plavih kuglica.

Osoba prvo na slučaj bira jednu kutiju, a zatim iz nje na slučaj bira jednu kuglicu.

- a) Kolika je verovatnoća da će, pod ovim uslovima, biti izvučena plava kuglica?
- b) Ako je izvučena jedna kuglica i utvrđeno je da je plava, kolika je verovatnoća da je izvučena iz kutije br. 1?

6. Ispitivanje tumora određenog tipa na osnovu odgovarajućih markera u slučaju malignog tumora daje pogrešan rezultat u 10% slučajeva, a u slučaju benignog tumora daje pogrešan rezultat u 5% slučajeva. Neka je poznato da je, u proseku, jedan od 8 tumora tog tipa maligan. Ako je rezultat testiranja slučajno odabranog pacijenta obolelog od tog tumora pozitivan, odnosno, ako je testom utvrđeno da je njegov tumor maligan, kolika je verovatnoća da je rezultat tog testa pogrešan?

7. Test na HIV daje pozitivan rezultat sa verovatnoćom 98% kada pacijent zaista ima HIV, a daje negativan rezultat sa verovatnoćom 99% kada pacijent nema HIV. Neka je pacijent slučajno odabran iz populacije u kojoj jedna od 1000 osoba ima HIV. Ako je njegov rezultat testiranja pozitivan, kolika je verovatnoća da zaista ima HIV?

8. Neka su ishodi istovremenog bacanja dve ispravne šestostrane kockice opisani slučajnim promenljivama X i Y.

- d) Koliko iznosi matematičko očekivanje X + Y (odnosno, koliko je X + Y u proseku)?
- e) Koliko iznosi verovatnoća događaja X + Y = 8?
- f) Koliko iznosi verovatnoća dogaćaja X + Y > 8 ako je poznato da je X > 3?

9. Neka je *X* slučajna promenljiva koja dobija vrednost većeg od dva broja dobijena pri slučajnom bacanju dve šestostrane kockice (ako je na obe kockice pao isti broj, *X* dobija vrednost tog broja). Koliko iznosi matematičko očekivanje *X* (odnosno, koliko je *X* u proseku)?

10. Ako je utvrđeno da temperatura izmerena na nekom mestu zadovoljava Gaussovu raspodelu sa srednjom vrednošću 20°C i standardnom devijacijom 10°C, kolika je verovatnoća da će u slučajno odabranom trenutku biti izmereno upravo 20°C?

11. Na osnovu 4 uzorka iz 3-D raspodele data u tabeli formirati kovarijansnu matricu i ispitati:

- c. korelaciju između obeležja x_1 i x_2 ,
- d. korelaciju između obeležja x₂ i x₃,
- e. korelaciju između obeležja x_1 i x_3 .

uzorci	obeležja			
uzorci	<i>X</i> ₁	<i>X</i> ₂	X 3	
1	2	6	5	
2	0	5	3	
3	4	3	3	
4	2	2	1	

12. a) Aca i Branko istovremeno bacaju svaki svoju šestostranu kockicu i pobeđuje onaj ko baci veći broj. Ako obojica bace isti broj, ponavljaju postupak na isti način sve dok u jednoj rundi neko od njih ne baci veći broj, i taj je pobednik.

- Kolika je verovatnoća da Aca pobedi u prvoj rundi?
- Kolika je verovatnoća da se pobednik neće odlučiti u prvoj rundi već u drugoj?

b) U kutiji se nalazi 6 kuglica numerisanih brojevima od 1 do 6. Aca na slučaj izvlači jednu kuglicu, a zatim Branko na slučaj izvlači jednu kuglicu od preostalih. Pobeđuje onaj ko je izvukao veći broj. Kolika je verovatnoća da će Aca pobediti?

13. U fajlu *temperatura.mat* dati su podaci o telesnoj temperaturi 300 zdravih ispitanika. Prva kolona predstavlja redni broj ispitanika, druga kolona pol ispitanika (1 znači žensko, 2 znači muško) i treća telesnu temperaturu u stepenima Celzijusa.

1) Ilustrovati raspodelu histogramom samo za žene, samo za muškarce i za sve ispitanike (za sve i samo za prvih 30 ispitanika).

- 2) Aproksimirati raspodele nekom poznatom raspodelom i izračunati srednju vrednost i standardnu devijaciju.
- 3) Izračunati uzoračku srednju vrednost, standardnu devijaciju i varijansu za žensku, mušku i celu populaciju (za sve i samo za prvih 30 ispitanika).
- 4) Izračunati verovatnoću da osoba ima temperaturu ispod 37 stepeni.