Algoritmia y Complejidad

Grupo 01 - Leibniz

Integrantes:

- María del Carmen López Gómez
- Claudia Paola García Nocetti
- Javier González Rodríguez
- Marcos Hidalgo Baños





Análisis del lenguaje



$$L = \{ w \# w \mid w \in \{0,1\}^* \}$$

→ Ejemplos de cadenas aceptadas:

0101#0101 110#110 01#01 0#0 1#1 #

→ Ejemplos de cadenas rechazadas:

1001#11 101#100 101#010 110100 #1010# ##
--

Máquina de Turing Unicinta



ightarrow Formalización de la Máquina de Turing M que decide ${\mathcal L}$

Σ	Alfabeto de la cadena de entrada (input)	Σ = {0, 1, #}
Γ	Alfabeto de la cinta en la Máquina de Turing	Γ = {0, 1, #, x, b}
Q	Conjunto de estados de la Máquina de Turing	Q = {q0, , q7, q_acc, q_rej}
δ	Reglas de transición entre estados	Descritas en la siguiente diapositiva

Máquina de Turing Unicinta



ightarrow Listado de las reglas de transición entre estados $oldsymbol{\delta}$

$$\begin{array}{l} \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}0,0) \to (\mathsf{q}1,\mathsf{x},\mathsf{R}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}0,1) \to (\mathsf{q}2,\mathsf{x},\mathsf{R}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}0,\#) \to (\mathsf{q}7,\mathsf{R}) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}4,\mathsf{x}) \to (\mathsf{q}4,\mathsf{R}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}4,1) \to (\mathsf{q}5,\mathsf{x},\mathsf{L}) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}4,\mathsf{x}) \to (\mathsf{q}4,\mathsf{R}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}4,1) \to (\mathsf{q}5,\mathsf{x},\mathsf{L}) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}5,0/1/\mathsf{x}) \to (\mathsf{q}5,\mathsf{L}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}5,\#) \to (\mathsf{q}6,\mathsf{L}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}5,\#) \to (\mathsf{q}6,\mathsf{L}) \\ \end{array}$$

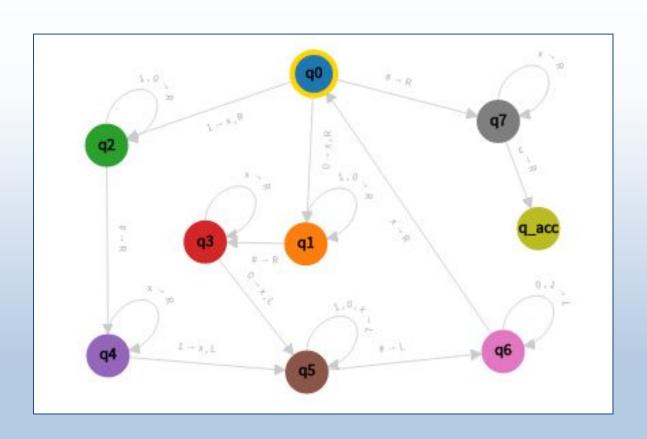
$$\begin{array}{l} \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}5,0/1/\mathsf{x}) \to (\mathsf{q}5,\mathsf{L}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}5,\#) \to (\mathsf{q}6,\mathsf{L}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}5,\#) \to (\mathsf{q}6,\mathsf{L}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}6,0/1) \to (\mathsf{q}6,\mathsf{L}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}0,\mathsf{x}) \to (\mathsf{q}0,\mathsf{R}) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}7,\mathsf{x}) \to (\mathsf{q}7,\mathsf{R}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}7,\mathsf{x}) \to (\mathsf{q}7,\mathsf{R}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}7,\mathsf{b}) \to (\mathsf{q}2,\mathsf{c},\mathsf{b},\mathsf{R}) \\ \boldsymbol{\delta}(\mathsf{q}7,\mathsf{b}) \to (\mathsf{q}2,\mathsf{c},\mathsf{b},\mathsf{R}) \end{array}$$

Máquina de Turing Unicinta



$$L = \{ w \# w \mid w \in \{0,1\}^* \}$$



```
input: '#'
    blank: ' '
     start state: q0
    table:
         [0]: {write: x, R: q1}
         [1]: {write: x, R: q2}
         '#': {R: q7}
 9 -
         [1,0]: R
10
         '#': {R: q3}
11
12 +
13
         [1,0]: R
         '#': {R: q4}
14
15 +
16
         [x]: R
17
         [0]: {write: x, L: q5}
18 +
19
         [x]: R
         [1]: {write: x, L: q5}
21 +
       q5:
22
         [1,0,x]: L
         '#': {L: q6}
24 +
       q6:
25
         [0,1]: L
26
         [x]: {R: q0}
27 -
         [x]: R
29
         ' ': {R: q_acc}
30
       q acc:
```

Diseño de la Máquina de Turing



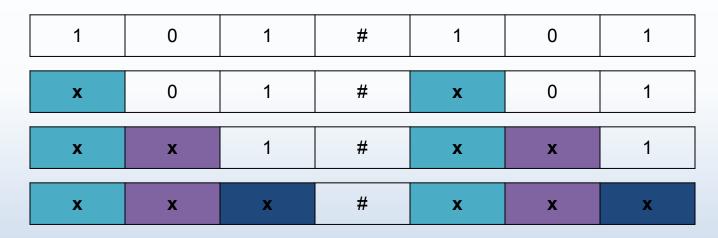
Nos encontramos tres zonas destacadas:

- Ciclo "w empieza en 1". (q0 q2 q4 q5 q6 q0)
 - Sabemos que si la subcadena ${\bf w}$ empieza por 1, necesariamente su homóloga tras el carácter # también lo debe hacer. Procedemos a buscar esa pareja por lo que obviamos todo tipo de carácter de Γ que no se encuentre tras #.
 - Una vez localizado, hemos de obviar los caracteres **x** que seguramente nos encontremos en las sucesivas iteraciones del ciclo. Condicionamos que el siguiente carácter sea un 1 mediante una única transición entre q4 y q5.
 - Durante las transiciones entre q5 q6 q0 realizamos el viaje de vuelta hacia la celda inmediatamente a la derecha de la original sin realizar escrituras.
- Ciclo "w empieza en 0". (q0 q1 q3 q5 q6 q0)
 Equivalente de la idea anterior aplicado a las cadenas que empiezan por 0.
- Rama de aceptación. (q0 q7 q_acc)
 Accederemos únicamente tras haber procesado ambas subcadenas w.
 Comprobaremos que el carácter # se encuentra solo o seguido de x | b

Complejidad Temporal



 \rightarrow Estimación del Orden de Complejidad de M:



TIEMPO EMPLEADO =
$$w \cdot (2(w+1)+1)$$

Conclusión

Sea t(n) la función que mide el tiempo necesario para M en determinar si una cadena de tamaño n pertenece o no a \mathcal{L} :

$$t(n) = ((n-1)/2) \cdot (2((n-1)/2)+1)+1) \in O(n^2)$$

Propuesta Versión Multicinta



$$L = \{ w \# w \mid w \in \{0,1\}^* \}$$

→ Cinta 1: Lectura de datos



→ Cinta 2: Copia de la subcadena w



Proceso de aceptación de la cadena

Una vez recorrida la entrada hasta el carácter # se procede a comparar el contenido de la celda apuntada por la cabeza lectora de la Cinta 1 con su equivalente en la Cinta 2. Si se detecta discrepancia se transita al estado de rechazo. Si ambas celdas contienen el carácter b se acepta la cadena.