

# Introdução à Análise de Algoritmos: Contagem de Operações



Instituto de Ciências Exatas e Informática  
Departamento de Ciência da Computação

## Exercício (1)

- Resolva as equações abaixo:

a)  $2^0 =$

d)  $2^3 =$

g)  $2^6 =$

b)  $2^1 =$

e)  $2^4 =$

h)  $2^7 =$

c)  $2^2 =$

f)  $2^5 =$

i)  $2^8 =$

## Exercício (1)

- Resolva as equações abaixo:

$$a) 2^0 = 1$$

$$d) 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$g) 2^6 = 64$$

$$b) 2^1 = 2$$

$$e) 2^4 = 16$$

$$h) 2^7 = 128$$

$$c) 2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$f) 2^5 = 32$$

$$i) 2^8 = 256$$

## Exercício (2)

- Resolva as equações abaixo:

a)  $\lg(2048) =$

d)  $\lg(256) =$

g)  $\lg(32) =$

b)  $\lg(1024) =$

e)  $\lg(128) =$

h)  $\lg(16) =$

c)  $\lg(512) =$

f)  $\lg(64) =$

i)  $\lg(8) =$

---

Nota:  $\lg(n)$  é a mesma coisa que o logaritmo de  $n$  na base dois, ou seja,  $\log_2(n)$

## Exercício (2)

- Resolva as equações abaixo:

a)  $\lg(2048) = 11$       d)  $\lg(256) = 8$       g)  $\lg(32) = 5$

b)  $\lg(1024) = 10$       e)  $\lg(128) = 7$       h)  $\lg(16) = 4$

c)  $\lg(512) = 9$       f)  $\lg(64) = 6$       i)  $\lg(8) = 3$

---

Nota:  $\lg(n)$  é a mesma coisa que o logaritmo de  $n$  na base dois, ou seja,  $\log_2(n)$

## Exercício (3)

- Resolva as equações abaixo:

a)  $\lceil 4,01 \rceil =$

b)  $\lfloor 4,99 \rfloor =$

c)  $\lfloor 4,01 \rfloor =$

d)  $\lceil 4,99 \rceil =$

## Exercício (3)

- Resolva as equações abaixo:

$$a) \lceil 4,01 \rceil = 5$$

$$b) \lfloor 4,99 \rfloor = 4$$

$$c) \lfloor 4,01 \rfloor = 4$$

$$d) \lceil 4,99 \rceil = 5$$

## Exercício Resolvido (0)

- Resolva as equações abaixo:

a)  $2^{10} =$

b)  $\lg(1024) =$

c)  $\lg(17) =$

d)  $\lceil \lg(17) \rceil =$

e)  $\lfloor \lg(17) \rfloor =$

---

Nota:  $\lg(n)$  é a mesma coisa que o logaritmo de  $n$  na base dois, ou seja,  $\log_2(n)$



## Exercício Resolvido (0)

- Resolva as equações abaixo:



a)  $2^{10} = 1024$

b)  $\lg(1024) = 10$

c)  $\lg(17) = 4,08746284125034$

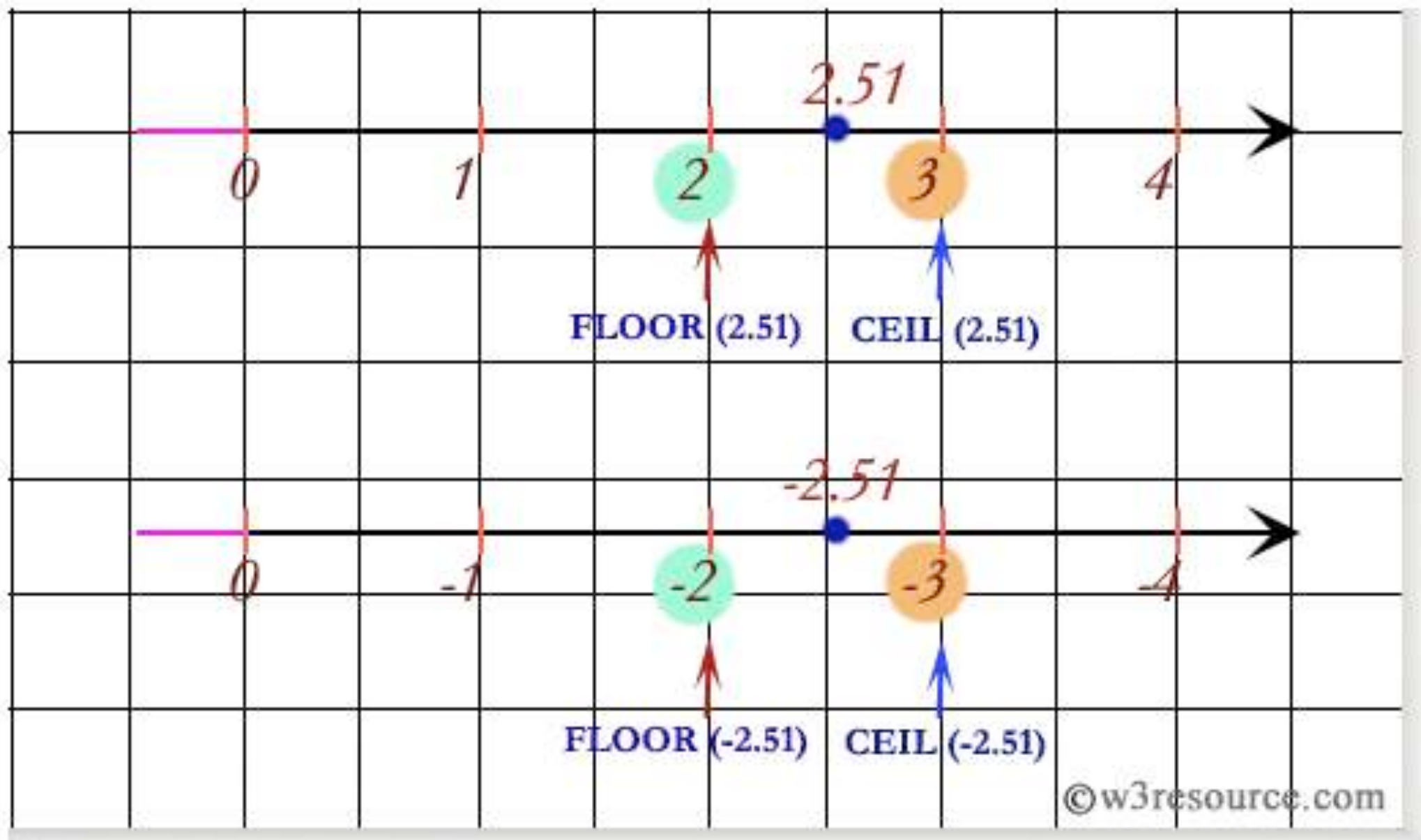
d)  $\lceil \lg(17) \rceil = 5$

e)  $\lfloor \lg(17) \rfloor = 4$

---

Nota:  $\lg(n)$  é a mesma coisa que o logaritmo de  $n$  na base dois, ou seja,  $\log_2(n)$

## Piso e Teto



## Exercício Resolvido (1)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
a--;  
a -= 3;  
a = a - 2;
```

## Exercício Resolvido (1)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
a--;  
a -= 3;  
a = a - 2; //três subtrações
```

## Exercício Resolvido (2)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:

```
...  
if (a + 5 < b + 3){  
    i++;  
    ++b;  
    a += 3;  
} else {  
    j++;  
}
```

## Exercício Resolvido (2)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:



```
...                               // Melhor caso
if (a + 5 < b + 3){               // 2
    i++;
    ++b;
    a += 3;
} else {
    j++;                           // 1
}
```

## Exercício Resolvido (2)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:



```
...                               // Pior caso
if (a + 5 < b + 3){               // 2
    i++;                          // 3
    ++b;
    a += 3;
} else {
    j++;
}
```

## Exercício Resolvido (3)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:

```
...  
if (a + 5 < b + 3 || c + 1 < d + 3){  
    i++;  
    ++b;  
    a += 3;  
} else {  
    j++;  
}
```



## Exercício Resolvido (3)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:



```

...
if (a + 5 < b + 3 || c + 1 < d + 3){
    i++;
    ++b;
    a += 3;
} else {
    j++;
}

```

**Resposta:** O número máximo de adições acontece quando a primeira condição do if é falsa e a segunda, verdadeira. Se a primeira condição for verdadeira, o Java nem executa a segunda condição (OR curto-circuito)

A	B	OR
F	x	x
T	x	T

A	B	AND
F	x	F
T	x	x

## Exercício Resolvido (4)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < 4; i++){  
    a--;  
}
```

## Exercício Resolvido (4)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
for (int i = 0; i < 4; i++){    // Faremos as subtrações quando i vale  
    a--;                      // 0, 1, 2, 3  
}
```

## Exercício Resolvido (5)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < n; i++){  
    a--;  
    b--;  
}
```

Sua resposta deve ser em função de  $n$

## Exercício Resolvido (5)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
for (int i = 0; i < n; i++){  
    a--;  
    b--;           // 2n subtrações  
}
```

Sua resposta deve ser em função de  $n$

## Exercício Resolvido (6)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
int i = 0, b = 10;
```

```
    while (i < 3){  
        i++;  
        b--;  
    }
```

## Exercício Resolvido (6)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int i = 0, b = 10; // Faremos subtrações
                  // quando o valor de i for
    while (i < 3){ // igual a 0, 1 e 2
        i++;
        b--;
    }
```

## Exercício Resolvido (7)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 3; i < n; i++){  
    a--;  
}
```



## Exercício Resolvido (7)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
for (int i = 3; i < n; i++){  
    a--;  
} // n - 3 subtrações
```

Se  $n = 6$ , temos subtrações quando  $i$  vale 3, 4, 5 ( $6 - 3 = 3$ , vezes)

$n = 7$

3, 4, 5, 6 ( $7 - 3 = 4$  vezes)

....

$n = 10$

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ( $10 - 3 = 7$  vezes)

## Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
int i = 10;  
while (i >= 7){  
    i--;  
}
```

## Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int i = 10;  
while (i >= 7){  
    i--;  
}  
// 4 subtrações
```

## Exercício Resolvido (9)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 5; i >= 2; i--){  
    a--;  
}
```

## Exercício Resolvido (9)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
for (int i = 5; i >= 2; i--){  
    a--;  
}  
//8 subtrações
```

## Exercício Resolvido (10)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < 5; i++){  
    if (i % 2 == 0){  
        a--;  
        b--;  
    } else {  
        c--;  
    }  
}
```

## Exercício Resolvido (10)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
for (int i = 0; i < 5; i++){  
    if (i % 2 == 0){  
        a--;  
        b--;  
    } else {  
        c--;  
    }  
}  
//8 subtrações
```

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```



## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução fácil:  $3 \times 2 \times 1$

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução fácil:  $3 \times 2 \times 1$

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução fácil:  $3 \times 2 \times 1$

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução fácil:  $3 \times 2 \times 1$

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
0	0	0

Solução difícil

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
0		

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
0	0	

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
0	0	



## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
0	0	1

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
0	1	1

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
0	1	1

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
0	1	2

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
0	2	2

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                false
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
0	2	2

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
1		2

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
1		2



## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
1	0	2

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
1	0	2

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
1	0	3

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
1	1	3

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
1	1	3

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
1	1	4

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
1	2	4

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     false
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
1	2	4



## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2		4

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
2		4

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2	0	4

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
2	0	4

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2	0	5

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2	1	5

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
2	1	5

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2	1	6



## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2	2	6

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                false  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2	2	6

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
3		6

## Exercício Resolvido (11)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                false
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
3		6

## Exercício Resolvido (12)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < n; i++){  
    for (int j = 0; j < n; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

## Exercício Resolvido (12)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
for (int i = 0; i < n; i++){  
    for (int j = 0; j < n; j++){  
        a--;  
    }  
}  
  
//n² subtrações
```

## Exercício Resolvido (13)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 0; i < n; i++)  
    for (int j = 0; j < n - 3; j++)  
        a *= 2;
```

## Exercício Resolvido (13)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:



```
for (int i = 0; i < n; i++)  
    for (int j = 0; j < n - 3; j++)  
        a *= 2;  
//n * (n-3) multiplicações
```



## Exercício Resolvido (14)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n - 7; i >= 1; i--)  
    for (int j = 0; j < n; j++)  
        a *= 2;
```

## Exercício Resolvido (14)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:



```
for (int i = n - 7; i >= 1; i--)  
    for (int j = 0; j < n; j++)  
        a *= 2;  
//(n-7) * n multiplicações
```

## Exercício Resolvido (15)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n - 7; i >= 1; i--)  
    for (int j = n - 7; j >= 1; j--)  
        a *= 2;
```

## Exercício Resolvido (15)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:



```
for (int i = n - 7; i >= 1; i--)  
    for (int j = n - 7; j >= 1; j--)  
        a *= 2;  
//(n-7) * (n-7) multiplicações
```

## Exercício Resolvido (16)


- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)  
    a *= 2;
```

## Exercício Resolvido (16)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)  
    a *= 2;
```



Quando  $n$  é uma potência de 2, realizamos  $\lg(n) + 1$  multiplicações

Se  $n = 8$ , efetuamos a multiplicação quando  $i$  vale 8, 4, 2, 1

$n = 16$ , ..... 16, 8, 4, 2, 1

$n = 32$ , ..... 32, 16, 8, 4, 2, 1

## Exercício Resolvido (16)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)
    a *= 2;
```

Para um valor qualquer de  $n$ ,  
temos  $\lfloor \lg(n) \rfloor + 1$   
multiplicações

$n = 7,$	.....	7, 3, 1
Se $n = 8,$	efetuamos a multiplicação quando $i$ vale	8, 4, 2, 1
$n = 9,$	.....	9, 4, 2, 1
$n = 15,$	.....	15, 7, 3, 1
$n = 16,$	.....	16, 8, 4, 2, 1
$n = 17,$	.....	17, 8, 4, 2, 1
$n = 31,$	.....	31, 15, 7, 3, 1
$n = 32,$	.....	32, 16, 8, 4, 2, 1
$n = 33,$	.....	33, 16, 8, 4, 2, 1

## Exercício Resolvido (16)

- Outra forma de compreender o código anterior é executando-o:

```
class Log {  
    public static void main (String[] args) {  
        int[] n = {4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,31,32,33,63,64,65};  
        int cont;  
  
        for (int k = 0; k < n.length; k++) {  
            System.out.print("\nn = " + n[k] + "] => ");  
            cont = 0;  
            for (int i = n[k]; i > 0; i /= 2) {  
                System.out.print(" " + i);  
                cont++;  
            }  
            System.out.print(" (" + cont + " vezes)");  
        }  
        System.out.print("\n");  
    }  
}
```