

×7

Números Primos, Mínimo Común Múltiplo (MCM) y Máximo Común Divisor (MCD)

Introductorio de Matemáticas Básicas

11



Números primos y criterios de divisibilidad



📌 Objetivo de Aprendizaje

Identificar números primos y aplicar correctamente los criterios de divisibilidad (por 2, 3, 5, 7, 11) para facilitar la descomposición de números y la resolución de problemas en diversos contextos profesionales y académicos.

Números Primos y Compuestos



Números Primos

Números naturales mayores que 1 que tienen únicamente **dos divisores**: él mismo y el 1. Son los "bloques fundamentales" de todos los números.

★ Ejemplos



💡 **Nota:** El 2 es el único número primo par.



Números Compuestos

Números naturales mayores que 1 que tienen **más de dos divisores**. Pueden descomponerse como producto de números primos.

🧩 Ejemplos



📌 **Ejemplo:** $12 = 2 \times 2 \times 3$ (divisores: 1, 2, 3, 4, 6, 12)

🎓 Aplicaciones por Programa Académico

🍴 Gastronomía

Distribución de ingredientes: dividir 124 fresas en partes iguales para dos postres (número par).

🏠 Arquitectura

Verificación de códigos de materiales con patrones de divisibilidad para validación de lotes.

👥 Desarrollo Social

Formar grupos de 3 personas con 117 voluntarios para proyectos comunitarios.

🧪 Biotecnología

Agrupar 1001 muestras de laboratorio en grupos iguales para análisis sistemático.

Criterios de Divisibilidad

Reglas prácticas para identificar divisores sin realizar la división completa

2

Divisibilidad por 2

Regla: Si la última cifra es par (0, 2, 4, 6, 8)

Ejemplos

348

✓ SÍ

771

✗ NO

3

Divisibilidad por 3

Regla: Si la suma de cifras es múltiplo de 3

+ Ejemplos

123 → 1+2+3=6

✓ SÍ

541 → 5+4+1=10

✗ NO

5

Divisibilidad por 5

Regla: Si la última cifra es 0 o 5

Ejemplos

785

✓ SÍ

1230

✓ SÍ

7

Divisibilidad por 7

Regla: Separa última cifra, multiplícala por 2, resta del resto

Ejemplo: 343

34 - (3×2) = 28

✓ SÍ

11

Divisibilidad por 11


Regla: Diferencia entre suma de cifras en posiciones impares y pares

Ejemplo: 1353


(3+3)-(5+1)=0

✓ SÍ

Aplicaciones Prácticas por Programa

 **Gestión Comercial**

240 camisetas en paquetes de 2, 3 o 5 unidades sin sobrantes

 **Gastronomía**

165 bocadillos en bandejas con cantidades iguales

 **Arquitectura**

Cuadrícula en plano 187×121cm con divisiones cada 11cm

Descomposición en Factores Primos y MCD



Objetivo de Aprendizaje

Realizar la **descomposición de números en sus factores primos** y calcular el **Máximo Común Divisor (MCD)** de dos o más números, aplicando estos conceptos para simplificar problemas y optimizar recursos en contextos profesionales y cotidianos.

Descomposición en Factores Primos

Expresar cualquier número compuesto como producto único de números primos. **Ejemplo:** $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

Máximo Común Divisor (MCD)

El mayor número que divide exactamente a dos o más números. **Ejemplo:** $\text{MCD}(20, 30) = 10$

Descomposición en Factores Primos

Expresar números compuestos como producto único de números primos



Concepto Fundamental

La **factorización prima** es el proceso de expresar un número compuesto como un **producto único** de números primos. Cada número tiene una sola combinación de factores primos.

Teorema Fundamental de la Aritmética

Procedimiento Paso a Paso

- Divide por el menor primo (2) hasta que no sea posible
- Continúa con el siguiente primo (3, 5, 7, 11...)
- Repite hasta que el cociente sea 1
- Expresa usando potencias si hay factores repetidos

Ejemplos Prácticos

20

20
10
5
1

÷2
÷2
÷5
■

$$20 = 2^2 \times 5$$

420

420
210
105
35
7
1

÷2
÷2
÷3
÷5
÷7
■

$$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

Aplicaciones por Programa Académico

Arquitectura: Viga de 420cm cortada en segmentos iguales

Ingeniería: Distribución óptima de recursos en sistemas

Gestión: Organización de inventarios en múltiplos exactos

Máximo Común Divisor (MCD)

El mayor número que divide exactamente a dos o más números



Concepto Clave

El **MCD** de dos o más números es el **mayor entero positivo** que los divide a todos exactamente sin dejar residuo. Se calcula identificando los **factores primos comunes** con sus menores exponentes.



Métodos de Cálculo



Factorización Prima

- Descomponer cada número en factores primos
- Identificar factores primos comunes
- Tomar cada factor con su menor exponente
- Multiplicar los factores comunes



Método Abreviado

- Escribir números en una fila
- Dividir por primos que dividan a TODOS
- Continuar hasta que no haya más factores comunes
- Multiplicar los divisores comunes



Ejemplos Resueltos

MCD(20, 30)

20 = $2^2 \times 5$
30 = $2 \times 3 \times 5$

Factores comunes: $2^1 \times 5^1$

MCD = 10

MCD(12, 18, 42)

12 = $2^2 \times 3$
18 = 2×3^2
42 = $2 \times 3 \times 7$

Factores comunes: $2^1 \times 3^1$

MCD = 6



Aplicaciones Prácticas por Programa

Gastronomía

Dividir ingredientes en lotes iguales de máximo tamaño

Arquitectura

Calcular dimensiones máximas de elementos modulares

Turismo

Formar grupos de turistas del mayor tamaño posible

Ingeniería

Optimizar distribución de recursos en sistemas

Gestión Comercial

Dividir inventarios en paquetes uniformes máximos

Laboratorio

Calcular volúmenes máximos de alícuotas comunes

Mínimo Común Múltiplo (MCM) y Solución de Problemas



Objetivo de Aprendizaje

Calcular el **Mínimo Común Múltiplo (MCM)** de dos o más números y **aplicar tanto el MCM como el MCD** en la resolución de problemas prácticos, identificando cuándo usar cada concepto según el contexto del problema.



Concepto de MCM

Menor múltiplo común de dos o más números



Métodos de Cálculo

Factorización prima y método abreviado



Resolución de Problemas

Aplicación práctica de MCM y MCD



Conceptos Clave de esta Sesión



Cuándo usar MCM

Para encontrar coincidencias en ciclos, eventos repetitivos o cantidades mínimas que contengan exactamente otras cantidades.



Cuándo usar MCD

Para dividir cantidades en partes iguales del mayor tamaño posible, sin desperdiciar material o recursos.



Diferencias Clave

MCM busca el **menor múltiplo común**, MCD busca el **mayor divisor común**.



Aplicaciones Reales

Desde horarios de transporte hasta optimización de procesos industriales y organización de recursos.



Mínimo Común Múltiplo (MCM)

El menor múltiplo común de dos o más números

El **MCM** es el **menor número entero positivo** que es múltiplo de todos los números dados. Se calcula tomando todos los factores primos con sus **mayores exponentes**.



Métodos de Cálculo

1. Factorización Prima

- 1 Descomponer cada número en factores primos
- 2 Identificar TODOS los factores primos
- 3 Tomar cada factor con su MAYOR exponente
- 4 Multiplicar todos los factores

2. Método Abreviado

- 1 Escribir números en fila
- 2 Dividir por primos que dividan AL MENOS UNO
- 3 Continuar hasta que todos sean 1
- 4 Multiplicar TODOS los divisores



Ejemplos Resueltos

MCM(6, 8)

6 =

8 =

Factores:

2×3

2^3

$2^3 \times 3^1$

MCM = 24

MCM(12, 18, 42)

12 =

18 =

42 =

Factores:

$2^2 \times 3$

2×3^2

$2 \times 3 \times 7$

$2^2 \times 3^2 \times 7^1$

MCM = 252



MCM vs MCD: ¿Cuándo usar cada uno?

Usar MCM cuando:

- Buscar coincidencias en el tiempo
- Eventos cíclicos
- Menor cantidad que contenga otras
- "¿Cuándo volverán a coincidir?"

Usar MCD cuando:

- Dividir en partes iguales
- Mayor tamaño posible
- Sin desperdicios
- "¿Cuál es el mayor divisor común?"



Aplicaciones Prácticas



Transporte

Horarios de buses que salen en diferentes intervalos



Gastronomía

Usar todos los huevos sin sobras en diferentes recetas



Producción

Sincronizar máquinas con ciclos diferentes



Educación

Planificar horarios de materias con duraciones distintas



Hecho con Genspark



Aplicaciones Prácticas por Programa

Números Primos, MCM y MCD en el Colegio Mayor de Antioquia



Casos de Estudio por Carrera



Gestión Comercial

240 productos en paquetes de 2, 3 o 5 unidades sin sobrantes

MCD



Gastronomía

165 bocadillos en bandejas iguales de 3, 5 u 11 unidades

MCD



Arquitectura

Cuadrícula exacta cada 11cm en plano de 187×121cm

Divisibilidad



Biotecnología

1001 muestras agrupadas de 7 en 7 o 11 en 11

Criterios



Turismo

Buses cada 6, 8 y 12 horas: ¿cuándo coincidirán?

MCM



Ing. Ambiental

120, 150, 180L en recipientes iguales máximos

MCD



Bacteriología

Alícuotas iguales máximas de 48, 60, 72 ml

MCD



Seguridad Laboral

Alarmas cada 15, 20, 25 min: próxima coincidencia

MCM



Conceptos Dominados

1

Números Primos: Identificación y criterios de divisibilidad

2

Factorización: Descomposición en factores primos

3

MCD: Mayor divisor común para división óptima

4

MCM: Menor múltiplo común para coincidencias

5

Aplicaciones: Resolución de problemas reales



¡Fundamentos para el Éxito!

Estos conceptos matemáticos son las **herramientas esenciales** que te acompañarán en tu formación profesional. Desde optimizar recursos hasta planificar procesos, dominas las bases numéricas que **impulsan el pensamiento lógico** y la resolución efectiva de problemas.

★ ¡Listos para nuevos desafíos matemáticos! ★