

$1/2$

$7/8$

%

÷

Sistema de los Números Racionales

$3/4$

Introductorio de Matemáticas Básicas

$1/3$

$2/5$

÷=%

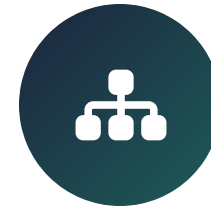
2^3

3^2

MCD

Sesión 2

Sistema de Números Racionales



5×7





Definición del Sistema de los Números Racionales (\mathbb{Q})

Definición Matemática

Un número racional es cualquier número que puede expresarse como:

$$p/q \text{ donde } p, q \in \mathbb{Z} \text{ y } q \neq 0$$

💡 El conjunto \mathbb{Q} incluye fracciones y decimales que representan partes de un todo

$$\mathbb{Q} = \{p/q \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$$

Ejemplos Prácticos

$$1/2$$

Un medio

$$-3/4$$

Menos tres cuartos

$$5/1 = 5$$

Número entero

$$0.75 = 3/4$$

Decimal

$$-2.5 = -5/2$$

Decimal negativo

Aplicaciones por Programa Académico



Gastronomía: 1/4 litro de leche en recetas



Ing. Comercial: 2/5 del mercado como participación



Biotecnología: Concentraciones en soluciones



Arquitectura: Proporciones y medidas precisas

Tipos de Fracciones

↓ Fracción Propia

Numerador menor que denominador.
Representa cantidad menor que la unidad.

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{7}$$

🍴 Repostería: $\frac{3}{4}$ taza de azúcar

↑ Fracción Impropia

Numerador mayor o igual que denominador.
Representa cantidad igual o mayor que la unidad.

$$\frac{5}{2}, \frac{7}{3}$$

🏠 Arquitectura: $\frac{5}{2}$ metros de altura

+ Fracción Mixta

Número entero más fracción propia. Forma abreviada de suma.

$$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

📊 Conversión: $\text{entero} \times \text{denominador} + \text{numerador}$

= Fracción Entera

Numerador es múltiplo del denominador.
Representa un número entero.

$$\frac{6}{3} = 2$$

✓ Resultado: número entero exacto

‰ Fracción Decimal

Denominador es potencia de 10. Base de números decimales.

$$\frac{27}{100} = 0.27$$

📋 Administración: IVA 19% = $\frac{19}{100}$

≡ Fracción Compuesta

Numerador o denominador contienen otras fracciones.

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$$

÷ Se resuelve como división de fracciones

⚖ Comparación Visual

$$\frac{3}{4}$$

Propia: menor que 1

$$\frac{5}{3}$$

Impropia: mayor que 1

$$1\frac{2}{3}$$

Mixta: entero + fracción

$$\frac{8}{4} = 2$$

Entera: resultado entero

Fracciones Equivalentes

= Concepto Fundamental

Dos fracciones son **equivalentes** si representan la misma cantidad, aunque sus numeradores y denominadores sean diferentes. Ejemplo: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{50}{100}$

↑ Ampliación (Amplificación)

- 1 Multiplica numerador y denominador por el mismo número
- 2 El número elegido debe ser distinto de cero
- 3 Obtienes una fracción equivalente

📅 Ejemplo Práctico

$$\frac{2}{3} \overset{\times 4}{=} \frac{8}{12}$$

🍴 Gastronomía: Aumentar porción de 20 a 80 turistas

↓ Simplificación (Reducción)

- 1 Encuentra el MCD del numerador y denominador
- 2 Divide ambos términos por el MCD
- 3 Obtienes la fracción en mínima expresión

📅 Ejemplo Práctico

$$\frac{12}{18} \overset{\div 6}{=} \frac{2}{3}$$

🔬 Laboratorio: 300/500 células = 3/5 células

✔ Verificación: Productos Cruzados

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \begin{array}{l} 2 \times 6 = 12 \\ 4 \times 3 = 12 \end{array}$$

✓ Son equivalentes

🎓 Aplicaciones por Programa



Arquitectura

Escalas de planos: $1:50 = 2:100$ para diferentes tamaños de presentación



Desarrollo Social

Presupuestos: $\frac{2}{5} = \frac{400.000}{1.000.000}$ para proyectos comunitarios



Seguridad Laboral

Asistencia: $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ empleados capacitados en seguridad



Ing. Ambiental

Contaminación: $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ reducción simplificada

Adición y Sustracción de Números Racionales



Fracciones Homogéneas

Igual denominador



Procedimiento Simple

1. Sumar/restar numeradores
2. Conservar denominador
3. Simplificar resultado

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

Aplicación Gastronómica

1/4 L jugo naranja + 2/4 L jugo piña = 3/4 L mezcla



Fracciones Heterogéneas

Diferente denominador



Usar MCM

Ejemplo: 1/4 + 5/6

$$\text{MCM}(4,6) = 12$$

$$1/4 \rightarrow 3/12$$

$$5/6 \rightarrow 10/12$$

$$= 13/12$$

$$\frac{3}{12} + \frac{10}{12} = \frac{13}{12}$$

Aplicación Turística

Proyecto: 1/3 + 2/5 = 11/15 completado

Propiedades de la Suma

Conmutativa

$$a/b + c/d = c/d + a/b$$

Asociativa

$$(a/b + c/d) + e/f = a/b + (c/d + e/f)$$

Elemento Neutro

$$a/b + 0 = a/b$$

Elemento Inverso

$$a/b + (-a/b) = 0$$



Aplicaciones por Programa



Ingeniería Comercial

Costos: 3/4 ton material A + 2/5 ton material B



Repostería

Mantequilla: 1/2 kg total - 1/8 kg usado = 3/8 kg disponible



Biotecnología

Solución: 3/10 componente A + 1/4 componente B



Arquitectura

Obra: 1/5 enero + 3/10 febrero + 1/4 marzo = avance total



Hecho con Genspark

Multiplicación y División de Números Racionales



Multiplicación

Directo: numeradores × numeradores

- 1 Multiplica numeradores entre sí
- 2 Multiplica denominadores entre sí
- 3 Simplifica antes o después

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{2}{3}$$

🍴 Gastronomía: $\frac{3}{5} \times \$50.000 = \30.000 promoción



División

Multiplicar por el recíproco

- 1 Invierte la segunda fracción
- 2 Multiplica por el recíproco
- 3 Simplifica el resultado

$$\frac{2}{5} \div \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$$

🍷 Culinaria: $\frac{3}{4} \text{ L} \div \frac{1}{8} \text{ L} = 6$ botellas

↔ Inverso Multiplicativo (Recíproco)

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$$

Fracción × Recíproco = 1

$$5 \times \frac{1}{5} = 1$$

Entero × Recíproco = 1

$$0 \times ? \neq 1$$

Cero no tiene recíproco

📊 Fracciones Compuestas

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{6}} =$$

Procedimiento:

- 1. Simplificar numerador: $\frac{5}{6}$
- 2. Simplificar denominador: $\frac{7}{12}$
- 3. Dividir: $(\frac{5}{6}) \div (\frac{7}{12}) = \frac{10}{7}$

🎓 Aplicaciones por Programa



Gestión Turística

Velocidad: $(\frac{3}{4} \text{ distancia}) \div (\frac{1}{2} \text{ hora}) = \frac{3}{2}$ dist./hora



Biotecnología

Proporción: $(\frac{2}{5} \text{ reactivo A}) \div (\frac{3}{10} \text{ reactivo B}) = 4:3$



Desarrollo Social

Presupuesto: $(\frac{1}{3} \text{ fondos}) \times (\frac{2}{5} \text{ programa}) = \frac{2}{15} \text{ total}$



Delineante

Escala: $(\frac{7}{8} \text{ pulgada}) \times (\frac{1}{4} \text{ reducción}) = \frac{7}{32}$ pulgadas

⚙️ Propiedades Fundamentales

Conmutativa

$$a/b + c/d = c/d + a/b$$

Asociativa

$$(a/b + c/d) + e/f = a/b + (c/d + e/f)$$

Distributiva

$$a/b \times (c/d + e/f) = (a/b \times c/d) + (a/b \times e/f)$$

Elemento Neutro

Suma: 0 | Producto: 1

Elemento Inverso

Aditivo: $-a/b$ | Multiplicativo: b/a

📊 Operaciones Básicas

+

Suma

Homogéneas: sumar numeradores
Heterogéneas: usar MCM

-

Resta

Mismo procedimiento que la suma

×

Multiplicación

Numerador × numerador
Denominador × denominador

÷

División

Multiplicar por el recíproco
del divisor

🏠 Tipos de Fracciones

Propias

$2/3, 1/5$

Impropias

$5/2, 7/3$

Mixtas

$2\frac{3}{4}, 1\frac{1}{3}$

Enteras

$6/3, 8/4$

Decimales

$3/10, 27/100$

Compuestas

Fracciones anidadas

📈 Flujo de Conceptos Clave

$\mathbb{Q} = \{p/q\}$



Tipos



Equivalencia



Operaciones



Aplicaciones

🏛️ Aplicaciones Transversales



Gastronomía

Recetas, porciones, medidas



Comercial

Costos, precios, descuentos



Turismo

Itinerarios, capacidades



Arquitectura

Escalas, proporciones



Biotechnología

Soluciones, concentraciones



Seg. y Salud

Estadísticas, riesgos



Desarrollo Social

Presupuestos, indicadores



Laboratorio

Análisis, muestras