3:4

a/b

Razones, Proporciones y Regla de Tres

2/5

x:y

Introductorio de Matemáticas Básicas

÷=%

3 : 4

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Sesión 1

Razones y Proporciones

Objetivo de Aprendizaje

Comprender y aplicar los conceptos de razón y proporción como formas de comparar cantidades y establecer relaciones de igualdad entre ellas, identificando sus términos y la propiedad fundamental de las proporciones.

antecedente

consecuente

extremos y medios

Razón entre dos Cantidades

Una **razón** es el resultado de comparar dos cantidades mediante una división para determinar cuántas veces una cantidad contiene a la otra.

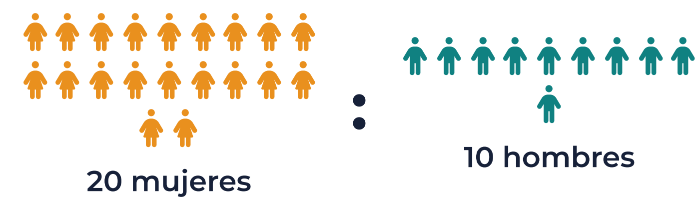
Formas de escribir una razón:

$\frac{a}{b}$	Como fracción
$a : b$	Se lee "a es a b"

Términos de una razón $\frac{a}{b}$:

- **a** Antecedente
- **b** Consecuente

Ejemplo Práctico



Razón = $\frac{20}{10} = 2$

Hay **2 mujeres** por cada hombre

Aplicación Gastronómica

Para un cóctel, la razón entre jugo de naranja y ron es **3:1**

Si usas **150 ml** de jugo

Necesitas **50 ml** de ron

Proporciones

Una **proporción** es la igualdad entre dos razones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

"a es a b como c es a d"

Términos de una proporción:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Extremos: a, d

Medios: b, c

Propiedad Fundamental:

$$a \times d = b \times c$$

El producto de los extremos = El producto de los medios

Ejemplo: Encontrar la incógnita

Problema: Encontrar el valor de x en la proporción $\frac{3}{5} = \frac{6}{x}$

Paso 1: Aplicar la propiedad fundamental
$3 \times x = 5 \times 6$

Paso 2: Simplificar
$3x = 30$

Paso 3: Despejar x
$x = \frac{30}{3} = 10$

Resultado: $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ ✓

Aplicación en Arquitectura

Escalas en planos: Si en un plano 2 cm representan 5 metros reales, y una pared mide 8 cm en el plano, ¿cuál es su longitud real?

$$\frac{2 \text{ cm}}{5 \text{ m}} = \frac{8 \text{ cm}}{x \text{ m}} \Rightarrow x = 20$$ metros

Sesión 2

Regla de Tres Simple Directa e Inversa

Proporcional Directa

Si una magnitud aumenta, la otra también aumenta

Proporcional Inversa

Si una magnitud aumenta, la otra disminuye

Regla de Tres Simple Directa

¿Cuándo usarla?

Se utiliza cuando las dos magnitudes son **directamente proporcionales**. Si una magnitud aumenta, la otra también aumenta en la misma proporción.

Relación Directa

↑ Magnitud A aumenta $\Longrightarrow$ ↑ Magnitud B aumenta

El cociente entre las cantidades es constante

Planteamiento

$$a_1 \longrightarrow b_1$$
$$a_2 \longrightarrow x$$

$\Longrightarrow$

$$x = \frac{b_1 \times a_2}{a_1}$$

Ejemplo Práctico

Problema: Si 3 cuadernos cuestan $7.500, ¿cuánto costarán 5 cuadernos?

PASO 1: Identificar magnitudes

- Cuadernos y Costo ($)
- Relación: Directa (más cuadernos → más costo)

PASO 2: Plantear la proporción

3 cuadernos → $7.500
5 cuadernos → x

PASO 3: Aplicar la fórmula

$x = \frac{\$7.500 \times 5}{3} = \frac{\$37.500}{3}$

Respuesta: $12.500

Aplicación: Gestión Turística

Escenario: Un guía turístico cobra $80.000 por un recorrido de 4 horas. ¿Cuánto cobrará por un recorrido de 6 horas manteniendo la misma tarifa por hora?

4 horas → $80.000 | 6 horas → x
$x = \frac{\$80.000 \times 6}{4} = \$120.000$

Regla de Tres Simple Inversa

¿Cuándo usarla?

Se utiliza cuando las dos magnitudes son **inversamente proporcionales**. Si una magnitud aumenta, la otra disminuye en proporción inversa.

Relación Inversa

↑ Magnitud A aumenta ⟹ ↓ Magnitud B disminuye

El producto entre las cantidades es constante

Planteamiento

$a_1 \longrightarrow b_1$
$a_2 \longrightarrow x$ ⟹

$x = \frac{a_1 \times b_1}{a_2}$

$a_1 \times b_1 = a_2 \times x$

Ejemplo Práctico

Problema: Si 4 obreros tardan 10 días en construir un muro, ¿cuánto tardarán 5 obreros en construir el mismo muro?

PASO 1: Identificar magnitudes

- Obreros y Días
- Relación: Inversa (más obreros → menos días)

PASO 2: Plantear la relación

4 obreros → 10 días
5 obreros → x días

PASO 3: Aplicar la fórmula inversa

$x = \frac{4 \times 10}{5} = \frac{40}{5}$

Respuesta: 8 días

Aplicación: Gestión Ambiental

Escenario: Un grifo que vierte 12 L/min tarda 5 horas en llenar un tanque. ¿Cuánto tardará otro grifo que vierte 20 L/min?

12 L/min → 5 horas | 20 L/min → x horas
$x = \frac{12 \times 5}{20} = 3$ horas

Sesión 3

Aplicación de la regla de tres: Porcentajes y Repartos Proporcionales

Resolviendo problemas prácticos con porcentajes, aumentos, descuentos y distribuciones proporcionales

3:2

Porcentajes

Aplicación directa de regla de tres para calcular porcentajes

Aumentos y Descuentos

Cambios porcentuales sucesivos en contextos comerciales

Repartos Proporcionales

Distribución directa e inversa según índices dados

Porcentajes y Aumentos/Descuentos

El **porcentaje (%)** es una forma de expresar una proporción tomando como base el número **100**. La regla de tres es la herramienta fundamental para resolver problemas de porcentajes.

Tipos de Problemas

1. **Hallar un % de un número:**
   ¿Cuál es el 15% de 200?
2. **Hallar qué % es un número de otro:**
   ¿Qué % es 40 de 160?
3. **Hallar un número dado su %:**
   Si el 20% de un número es 50, ¿cuál es el número?

Ejemplo Paso a Paso

Problema: Una tienda ofrece un descuento del 15% en un artículo que cuesta $80.000. ¿Cuánto es el descuento y cuál es el precio final?

1. Calcular el 15% de $80.000

$$\frac{\$80.000 \times 15}{100} = \$12.000$$

2. Precio final = $80.000 - $12.000 = **$68.000**

Aplicaciones por Programa

Gestión Comercial: Calcular IVA (19%) sobre ventas de $250.000

Gastronomía: Descuentos sucesivos: 20% + 10% sobre precio de $50.000

Turismo: Aumento 10% temporada alta + descuento 5% pago anticipado

Repartos Proporcionales

Distribución equitativa según índices de proporcionalidad directa e inversa

Reparto Directo

Divide una cantidad en partes **directamente proporcionales** a números índice. A mayor índice → mayor parte recibida.

Procedimiento:

1. Sumar todos los índices: $S = n_1 + n_2 + ... + n_k$
2. Calcular constante: $k = \frac{\text{Total}}{S}$
3. Cada parte = $k \times \text{índice respectivo}$

Ejemplo: Repartir $120.000 según edades 2, 3, 5

Suma índices: 2+3+5 = 10
Constante: k = $120.000/10 = $12.000

Persona 1: $12.000 × 2 = **$24.000**
Persona 2: $12.000 × 3 = **$36.000**
Persona 3: $12.000 × 5 = **$60.000**

Reparto Inverso

Divide una cantidad en partes **inversamente proporcionales** a números índice. A mayor índice → menor parte recibida.

Procedimiento:

1. Calcular inversos: $\frac{1}{n_1}, \frac{1}{n_2}, ..., \frac{1}{n_k}$
2. Sumar inversos: $S_{inv} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + ...$
3. Cada parte = $\frac{\text{Total}}{S_{inv}} \times \frac{1}{\text{índice}}$

Ejemplo: Bono $26.000 según faltas 2, 3

Inversos: 1/2, 1/3
Suma: 1/2 + 1/3 = 5/6

Empleado 1: $26.000 × (6/5) × (1/2) = **$15.600**
Empleado 2: $26.000 × (6/5) × (1/3) = **$10.400**

Aplicaciones por Programa

Gastronomía: Propina $60.000 según horas trabajadas: 6, 8, 10h

Desarrollo Social: Fondo $5M inverso a familias con ingresos altos

Arquitectura: Costos $150M por complejidad factores: 2, 5, 3

Turismo: Ganancias $1M según inversión: $200K, $300K, $500K

Nivel Avanzado

Sesión 4

Regla de Tres Compuesta

Resolviendo problemas con múltiples magnitudes:
Más de dos variables relacionadas simultáneamente

Regla de Tres Compuesta

Resolviendo problemas con múltiples magnitudes relacionadas simultáneamente

Concepto y Procedimiento

Se utiliza cuando intervienen **más de dos magnitudes** relacionadas entre sí. El objetivo es encontrar el valor desconocido de una magnitud.

Procedimiento General:

1. **Identificar** todas las magnitudes y la incógnita
2. **Organizar datos** en dos filas (conocidos vs. nuevos)
3. **Analizar relaciones:** directa o inversa con la incógnita
4. **Calcular factores** y multiplicar por el valor conocido

Ejemplo Práctico

Problema: Si 4 obreros trabajando 6 h/día construyen 80 m de muro en 10 días, ¿cuántos días necesitarán 6 obreros trabajando 8 h/día para construir 120 m?

Obreros	Horas/día	Metros	Días
4	6	80	10
6	8	120	**x**

Análisis de Relaciones:

- INVERSA Obreros vs Días: Factor = 4/6
- INVERSA Horas vs Días: Factor = 6/8
- DIRECTA Metros vs Días: Factor = 120/80

$x = 10 \times \frac{4}{6} \times \frac{6}{8} \times \frac{120}{80}$

$x = 10 \times \frac{4 \times 6 \times 120}{6 \times 8 \times 80} = 10 \times \frac{3}{4}$

x = 7.5 días

Aplicaciones por Programa Académico

Ingeniería Civil: 10 obreros, 2 km carretera, 15 días, 8h/día → ¿Días para 12 obreros, 3 km, 10h/día?

Turismo: 3 agentes, 90 clientes, 5 días, 6h/día → ¿Clientes para 5 agentes, 10 días, 8h/día?

Repostería: 4 hornos, 20 kg gas, 800 panes, 5h → ¿Gas para 6 hornos, 1200 panes, 8h?

Biotecnología: 3 biorreactores, 150L cultivo, 6h, 80% eficiencia → ¿Litros para 5 reactores, 4h?