Investigación de Operaciones
Universidad Católica del Maule
Martín Mancilla V. - Claudio Durán N.
19.386.399-k - 19.215.697-1

TRABAJO FINAL

Resolución de Problemas de Optimización

1 Primer Problema

1.1 Formule el modelo que permita obtener el portafolio de inversión que optimice el retorno esperado de la corporación y simultáneamente no viole su política de inversión

1.1.1 Variable de Decisión

$N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$X_i =$ Cantidad invertida en categoría i de la inversión. $\forall i \in N$

---

1 = Acciones comunes, 2 = Cuotas de fondos mutuos, 3 = Bonos de Oferta Pública, 4 = Bonos de Gobierno, 5 = Cuentas de Ahorro

1.1.2 Constantes

$RAE = [0.15,\ 0.12,\ 0.10,\ 0.05,\ 0.08]$

$FR = [1.6,\ 1.0,\ 0.5,\ 0.0,\ 0.1]$

$RAE_i =$ Retorno Anual Esperado para la categoría i de la inversión $\forall i \in N$.

$FR_i =$ Factor de riesgo para la categoría i de la inversión $\forall i \in N$.

1.1.3 Función Objetivo

$$maxZ = \sum_{i=1}^{i} X_i \times RAE_i$$

1.1.4 Restricciones

1. La inversión en acciones y en cuotas de fondos mutuos no debe ser mayor que un 30% del total de las inversiones.

$$x_1 + x_2 \leq 0.3 \times \sum_{i=1}^{5} x_i$$

2. La inversión en bonos de gobierno no debe ser inferior a la inversión en cuentas de ahorro.

$$x_4 \geq x_5$$

3. La inversión en debentures y bonos de gobierno no debe exceder el 50% del total de las inversiones.

$$x_3 + x_4 \leq 0.5 \times \sum_{i=1}^{5} x_i$$

4. La inversión en bonos de gobierno debe superar el 25% del total de las inversiones.

$$x_4 \geq 0.25 \times \sum_{i=1}^{5} x_i$$

5. La corporación Gamma requiere invertir la suma de US$ 1.000.000 en el próximo año fiscal.

$$\sum_{i=1}^{5} x_i \leq 1,000,000$$

6. La corporación no permite que el portafolio de valores escogidos tenga un factor de riesgo ponderado mayor que 1.0.

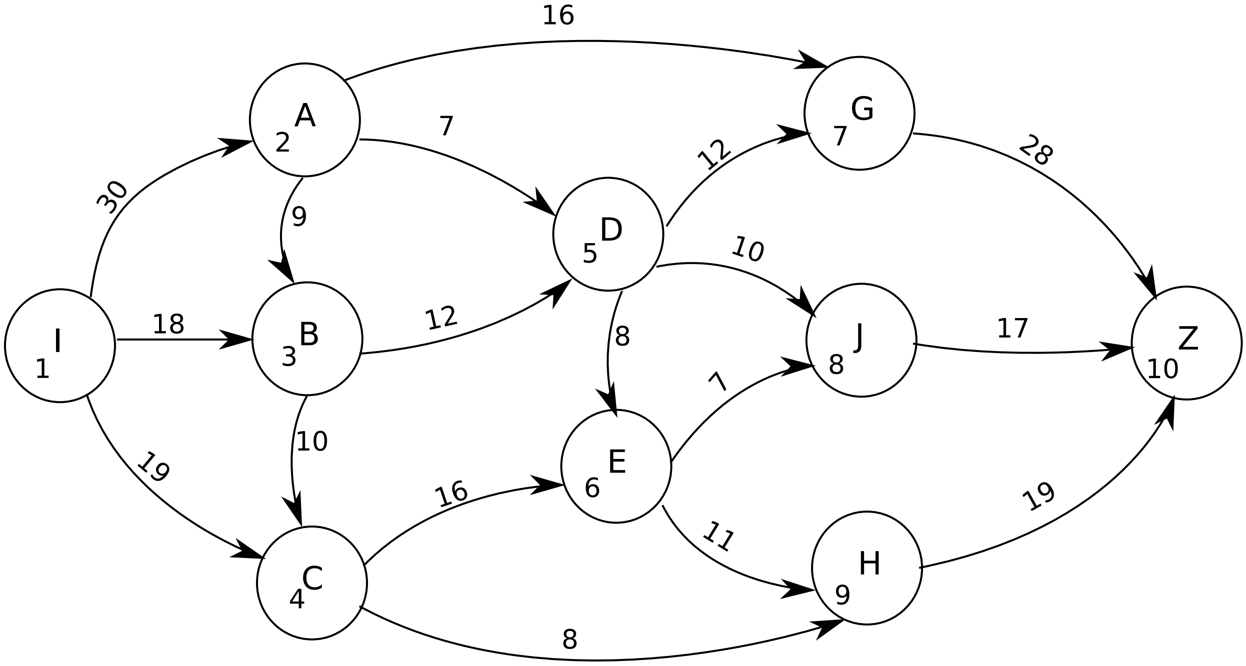
$$\sum_{i=1}^{5} x_i \times FR_i \leq \sum_{i=1}^{i} x_i$$

7. No negatividad.

$$x_i \geq 0 \ \forall i \in N$$

2 Segundo Problema

2.1 Dibuje el grafo que represente el problema.



2.2 Formule el modelo que le permite resolver este problema

2.2.1 Nodos y Aristas

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$
$$A = \{(1, 2)(1, 3)(1, 4)(2, 3)(2, 5)(2, 7)(3, 4)(3, 5)(4, 6)$$
$$(4, 9)(5, 6)(5, 8)(6, 8)(6, 9)(7, 10)(8, 10)(9, 10)\}$$

2.2.2 Variable de Decisión

X_{ij} = Cantidad de mensajes transmitidos de nodo i a nodo j $(\forall(i, j) \in A)$

v = Flujo máximo de los nodos

2.2.3 Función Objetivo

$$maxZ = v$$

2.2.4 Restricciones

- Oferta

$$(1)\ X_{12} + X_{13} + X_{14} = v$$

- Demanda

$$(10) - X_{71} - X_{810} - X910 = -v$$

- Transición

$$
\begin{aligned}
&(2) X_{23} + X_{25} + X_{27} - X_{12} = 0\\
&(3) X_{34} + X_{35} - X_{13} - X_{23} = 0\\
&(4) X_{46} + X_{49} - X_{14} - X_{34} = 0\\
&(5) X_{56} + X_{57} + X_{58} - X_{25} - X_{35} = 0\\
&(6) X_{68} + X_{69} - X_{46} - X_{56} = 0\\
&(7) X_{710} - X_{27} - X_{57} = 0\\
&(8) X_{810} - X_{58} - X_{68} = 0\\
&(9) X_{910} - X_{49} - X_{69} = 0
\end{aligned}
$$

- Capacidad de aristas

$$
\begin{array}{lll}
X_{12} \leq 30 & X_{34} \leq 10 & X_{58} \leq 10\\
X_{13} \leq 18 & X_{35} \leq 12 & X_{68} \leq 7\\
X_{14} \leq 19 & X_{46} \leq 16 & X_{69} \leq 11\\
X_{23} \leq 9 & X_{49} \leq 8 & X_{710} \leq 28\\
X_{25} \leq 7 & X_{56} \leq 8 & X_{810} \leq 17\\
X_{27} \leq 16 & X_{57} \leq 12 & X_{910} \leq 19
\end{array}
$$

$$X_{ij} \geq 0 \ \forall (i,j) \in A$$

3 Tercer Problema

3.1 Formule el modelo que permita construir las plantas de tratamiento de aguas servidas al mínimo costo asumiendo que cada sitio tiene capacidad ilimitada para recibir aguas servidas y que cada área de recolección debe ser atendida únicamente por una planta

3.1.1 Constantes

$$
\begin{aligned}
A &= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}\\
B &= \{1,2,3,4,5,6,7\}\\
Costo &= \text{Tabla presentada}\\
CostoOP &= [8,10,9,11,9,10,12]\\
CostoFijo &= [1000,800,700,1200,950,1150]\\
MArea &= [500,700,1500,1000,1800,1200,1500,1000,900,1600]
\end{aligned}
$$

3.1.2 Variables de Decisión

$X_j = 1$; Si se utiliza sitio $j \quad \forall j \in B$

$X_j = 0$; En otro caso

$Y_{ij} = 1$; área i es atendida por sitio $j \quad \forall i \in A \wedge \forall j \in B$

$Y_{ij} = 0$; en otro caso

3.1.3 Función Objetivo

$$minZ = \sum_{j=1}^{7} X_j \times CostoFijo[j] + \sum_{i=1}^{10} MArea[i] \sum_{j=1}^{7} Costo[i][j] \times Y_{ij}$$
$$+ \sum_{j=1}^{7} CostoOP[j] \sum_{i=1}^{10} Y_{ij} \times MArea[i] \quad \forall i \in A \wedge \forall j \in B$$

3.1.4 Restricciones

$$(1) \sum_{j=1}^{7} Y_{ij} = 1 \quad \forall i \in A$$
$$(2) \sum_{i=1}^{10} Y_{ij} \leq 10 \quad \forall j \in B$$
$$(3) X_{ij} \in \{0,1\} \forall i \in A \wedge \forall j \in B$$

3.2 Formule el modelo que permita construir las plantas de tratamiento de aguas servidas al mínimo costo, sabiendo que cada sitio puede tratar a lo más 2.000 mirialitros mensuales y cada área de recolección debe ser atendida por una única planta

Basta con agregar una restricción además del modelado creado para la parte anterior, junto a las demás restricciones:

$$\sum_{i=1}^{10} MArea[i] \times Y_{ij} \leq 2000 \times X_j \quad \forall j \in B$$

3.3 Formule el modelo que permita construir las plantas de tratamiento de aguas servidas al mínimo costo, asumiendo que cada sitio tiene capacidad ilimitada de recibir aguas servidas y que cada área de recolección puede enviar las aguas servidas a diferentes plantas de tratamiento

3.3.1 Constantes

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$
$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$
$$Costo = \text{Tabla presentada}$$
$$CostoOP = [8, 10, 9, 11, 9, 10, 12]$$
$$CostoFijo = [1000, 800, 700, 1200, 950, 1150]$$
$$MArea = [500, 700, 1500, 1000, 1800, 1200, 1500, 1000, 900, 1600]$$

3.3.2 Variables de Decisión

$$X_{ij} = \text{Cantidad enviada desde área } i \text{ a sitio } j$$

$$Y_j = 1 \text{Si se utiliza el sitio } j$$
$$Y_j = 0 \text{En otro caso}$$

3.3.3 Función Objetivo

$$minZ = \sum_{j=1}^{7} Y_j \times CostoFijo[j] + \sum_{j=1}^{7}\sum_{i=1}^{10} Costo[i][j] \times X_{ij}$$
$$+ \sum_{j=1}^{7}\sum_{i=1}^{10} CostoOP[j] \times X_{ij} \quad \forall i \in A \wedge \forall j \in B$$

3.3.4 Restricciones

$$(1) \sum_{i=1}^{10} X_{ij} \leq Y_j \times \sum_{i=1}^{10} MArea[i] \quad \forall j \in B; \text{ Máxima Capacidad}$$
$$(2) \sum_{j=1}^{7} X_{ij} = MArea[i] \quad \forall i \in A; \text{ Satisfacer Demanda}$$

3.4 Formule el modelo que permita construir las plantas de tratamiento de aguas servidas al mínimo costo, asumiendo que cada área de recolección debe ser atendida únicamente por una planta y que puede ser construida solo una planta de tratamiento con capacidad ilimitada para recibir aguas servidas

Además de las restricciones presentes en la formulación anterior, se agrega la siguiente restricción:

$$\sum_{i=1}^{10} MArea[i] \times Y_{ij} \leq 2000 \times X_j \quad \forall i \in A \wedge \forall j \in B$$