

Investigación de Operaciones

Universidad Católica del Maule

Martín Mancilla V. - Claudio Durán N.

19.386.399-k - 19.215.697-1

Trabajo Final

Resolución de Problemas de Optimización

1 Primer Problema

1.1 Formule el modelo que permita obtener el portafolio de inversión que optimice el retorno esperado de la corporación y simultáneamente no viole su política de inversión

1.1.1 Variable de Decisión

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

X_i = Cantidad invertida en categoría i de la inversión. $\forall i \in N$

1 = Acciones comunes, 2 = Cuotas de fondos mutuos, 3 = Bonos de Oferta Pública,
4 = Bonos de Gobierno, 5 = Cuentas de Ahorro

1.1.2 Constantes

$$RAE = [0.15, 0.12, 0.10, 0.05, 0.08]$$

$$FR = [1.6, 1.0, 0.5, 0.0, 0.1]$$

RAE_i = Retorno Anual Esperado para la categoría i de la inversión $\forall i \in N$.

FR_i = Factor de riesgo para la categoría i de la inversión $\forall i \in N$.

1.1.3 Función Objetivo

$$\max Z = \sum_{i=1}^i X_i \times RAE_i$$

1.1.4 Restricciones

1. La inversión en acciones y en cuotas de fondos mutuos no debe ser mayor que un 30% del total de las inversiones.

$$x_1 + x_2 \leq 0.3 \times \sum_{i=1}^5 x_i$$

2. La inversión en bonos de gobierno no debe ser inferior a la inversión en cuentas de ahorro.

$$x_4 \geq x_5$$

3. La inversión en debentures y bonos de gobierno no debe exceder el 50% del total de las inversiones.

$$x_3 + x_4 \leq 0.5 \times \sum_{i=1}^5 x_i$$

4. La inversión en bonos de gobierno debe superar el 25% del total de las inversiones.

$$x_4 \geq 0.25 \times \sum_{i=1}^5 x_i$$

5. La corporación Gamma requiere invertir la suma de US\$ 1.000.000 en el próximo año fiscal.

$$\sum_{i=1}^5 x_i \leq 1,000,000$$

6. La corporación no permite que el portafolio de valores escogidos tenga un factor de riesgo ponderado mayor que 1.0.

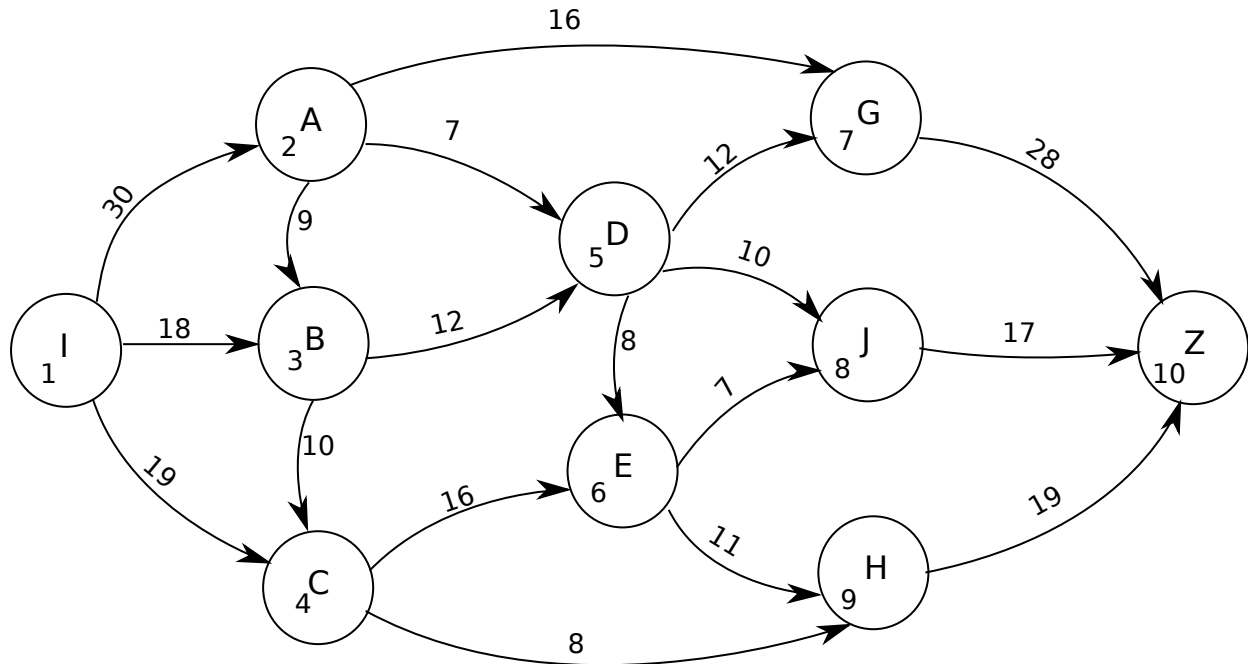
$$\sum_{i=1}^5 x_i \times FR_i \leq \sum_{i=1}^i x_i$$

7. No negatividad.

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in N$$

2 Segundo Problema

2.1 Dibuje el grafo que represente el problema.



2.2 Formule el modelo que le permite resolver este problema

2.2.1 Nodos y Aristas

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A = \{(1, 2)(1, 3)(1, 4)(2, 3)(2, 5)(2, 7)(3, 4)(3, 5)(4, 6) \\ (4, 9)(5, 6)(5, 8)(6, 8)(6, 9)(7, 10)(8, 10)(9, 10)\}$$

2.2.2 Variable de Decisión

X_{ij} = Cantidad de mensajes transmitidos de nodo i a nodo j ($\forall (i, j) \in A$)

v = Flujo máximo de los nodos

2.2.3 Función Objetivo

$$\max Z = v$$

2.2.4 Restricciones

- Oferta

$$(1) \quad X_{12} + X_{13} + X_{14} = v$$

- Demanda

$$(10) \quad -X_{71} - X_{810} - X_{910} = -v$$

- Transición

$$\begin{aligned}
(2) X_{23} + X_{25} + X_{27} - X_{12} &= 0 \\
(3) X_{34} + X_{35} - X_{13} - X_{23} &= 0 \\
(4) X_{46} + X_{49} - X_{14} - X_{34} &= 0 \\
(5) X_{56} + X_{57} + X_{58} - X_{25} - X_{35} &= 0 \\
(6) X_{68} + X_{69} - X_{46} - X_{56} &= 0 \\
(7) X_{710} - X_{27} - X_{57} &= 0 \\
(8) X_{810} - X_{58} - X_{68} &= 0 \\
(9) X_{910} - X_{49} - X_{69} &= 0
\end{aligned}$$

- Capacidad de aristas

$$\begin{aligned}
X_{12} &\leq 30 & X_{34} &\leq 10 & X_{58} &\leq 10 \\
X_{13} &\leq 18 & X_{35} &\leq 12 & X_{68} &\leq 7 \\
X_{14} &\leq 19 & X_{46} &\leq 16 & X_{69} &\leq 11 \\
X_{23} &\leq 9 & X_{49} &\leq 8 & X_{710} &\leq 28 \\
X_{25} &\leq 7 & X_{56} &\leq 8 & X_{810} &\leq 17 \\
X_{27} &\leq 16 & X_{57} &\leq 12 & X_{910} &\leq 19 \\
X_{ij} &\geq 0 \quad \forall (i, j) \in A
\end{aligned}$$

3 Tercer Problema

3.1 Formule el modelo que permita construir las plantas de tratamiento de aguas servidas al mínimo costo asumiendo que cada sitio tiene capacidad ilimitada para recibir aguas servidas y que cada área de recolección debe ser atendida únicamente por una planta

3.1.1 Constantes

$$\begin{aligned}
A &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \\
B &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \\
Costo &= \text{Tabla presentada} \\
CostoOP &= [8, 10, 9, 11, 9, 10, 12] \\
CostoFijo &= [1000, 800, 700, 1200, 950, 1150] \\
MArea &= [500, 700, 1500, 1000, 1800, 1200, 1500, 1000, 900, 1600]
\end{aligned}$$

3.1.2 Variables de Decisión

$$\begin{aligned}
X_j &= 1; \text{ Si se utiliza sitio } j \quad \forall j \in B \\
X_j &= 0; \text{ En otro caso}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_{ij} &= 1; \text{ área } i \text{ es atendida por sitio } j \quad \forall i \in A \wedge \forall j \in B \\
Y_{ij} &= 0; \text{ en otro caso}
\end{aligned}$$

3.1.3 Función Objetivo

$$\begin{aligned} \min Z = & \sum_{j=1}^7 X_j \times \text{CostoFijo}[j] + \sum_{i=1}^{10} \text{MArea}[i] \sum_{j=1}^7 \text{Costo}[i][j] \times Y_{ij} \\ & + \sum_{j=1}^7 \text{CostoOP}[j] \sum_{i=1}^{10} Y_{ij} \times \text{MArea}[i] \quad \forall i \in A \wedge \forall j \in B \end{aligned}$$

3.1.4 Restricciones

$$\begin{aligned} (1) \quad & \sum_{j=1}^7 Y_{ij} = 1 \quad \forall i \in A \\ (2) \quad & \sum_{i=1}^{10} Y_{ij} \leq 10 \quad \forall j \in B \\ (3) \quad & X_{ij} \in \{0, 1\} \forall i \in A \wedge \forall j \in B \end{aligned}$$

3.2 Formule el modelo que permita construir las plantas de tratamiento de aguas servidas al mínimo costo, sabiendo que cada sitio puede tratar a lo más 2.000 mirialitros mensuales y cada área de recolección debe ser atendida por una única planta

Basta con agregar una restricción además del modelado creado para la parte anterior, junto a las demás restricciones:

$$\sum_{i=1}^{10} \text{MArea}[i] \times Y_{ij} \leq 2000 \times X_j \quad \forall j \in B$$

3.3 Formule el modelo que permita construir las plantas de tratamiento de aguas servidas al mínimo costo, asumiendo que cada sitio tiene capacidad ilimitada de recibir aguas servidas y que cada área de recolección puede enviar las aguas servidas a diferentes plantas de tratamiento

3.3.1 Constantes

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{Costo} = \text{Tabla presentada}$$

$$\text{CostoOP} = [8, 10, 9, 11, 9, 10, 12]$$

$$\text{CostoFijo} = [1000, 800, 700, 1200, 950, 1150]$$

$$\text{MArea} = [500, 700, 1500, 1000, 1800, 1200, 1500, 1000, 900, 1600]$$

3.3.2 Variables de Decisión

X_{ij} = Cantidad enviada desde área i a sitio j

$Y_j = 1$ Si se utiliza el sitio j

$Y_j = 0$ En otro caso

3.3.3 Función Objetivo

$$\begin{aligned} \min Z = & \sum_{j=1}^7 Y_j \times CostoFijo[j] + \sum_{j=1}^7 \sum_{i=1}^{10} Costo[i][j] \times X_{ij} \\ & + \sum_{j=1}^7 \sum_{i=1}^{10} CostoOP[j] \times X_{ij} \quad \forall i \in A \wedge \forall j \in B \end{aligned}$$

3.3.4 Restricciones

$$\begin{aligned} (1) \sum_{i=1}^{10} X_{ij} & \leq Y_j \times \sum_{i=1}^{10} MArea[i] \quad \forall j \in B; \text{ Máxima Capacidad} \\ (2) \sum_{j=1}^7 X_{ij} & = MArea[i] \quad \forall i \in A; \text{ Satisfacer Demanda} \end{aligned}$$

3.4 Formule el modelo que permita construir las plantas de tratamiento de aguas servidas al mínimo costo, asumiendo que cada área de recolección debe ser atendida únicamente por una planta y que puede ser construida solo una planta de tratamiento con capacidad ilimitada para recibir aguas servidas

Además de las restricciones presentes en la formulación anterior, se agrega la siguiente restricción:

$$\sum_{i=1}^{10} MArea[i] \times Y_{ij} \leq 2000 \times X_j \quad \forall i \in A \wedge \forall j \in B$$