

TDE 2

Gabriela Dellamora Paim

2024/06/05

Observação: Todo o desenvolvimento está disponível no meu [repositório do GitHub](#).
Ainda assim, disponibilizei o código nas últimas páginas.

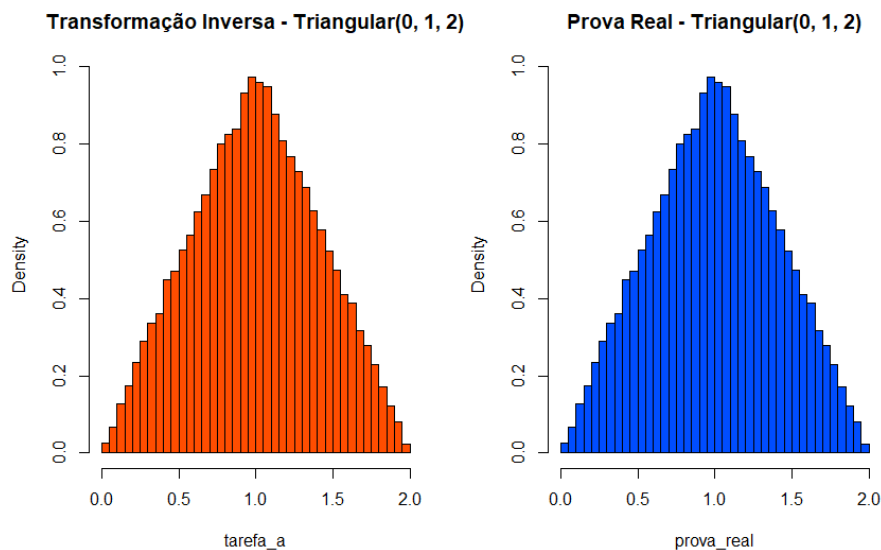
Questão 1 - Considere a distribuição triangular apresentada na Seção de Distribuição Triangular tal que sua função distribuição acumulada inversa no intervalo [a, b] com moda m é dada por

$$F^{-1}(u|a, b, m) = \begin{cases} a + \sqrt{u(m-a)(b-a)}, & 0 \leq u \leq \frac{m-a}{b-a} \\ b - \sqrt{(1-u)(b-m)(b-a)}, & \frac{m-a}{b-a} < u \leq 1 \end{cases}$$

a) Simule a densidade de uma Triangular(0, 1, 2) a partir do Método da Transformação Inversa.

Resposta:

Segue uma imagem comparativa entre RTriang (função da biblioteca EnvStats) e ITriang (construída para essa questão).



b) Compare com os resultados de *extraDistr::rttriang* do R [...]. Dica: use o teste de KS (Kolmogorov–Smirnov).

Resposta: Retorno do teste de KS:

$$\delta = 0.00406$$

δ representa a maior diferença absoluta entre funções. Sendo um valor muito próximo de zero, o teste indica que as distribuições são muito semelhantes.

$$\pi = 0.8044, \alpha = 0.05$$

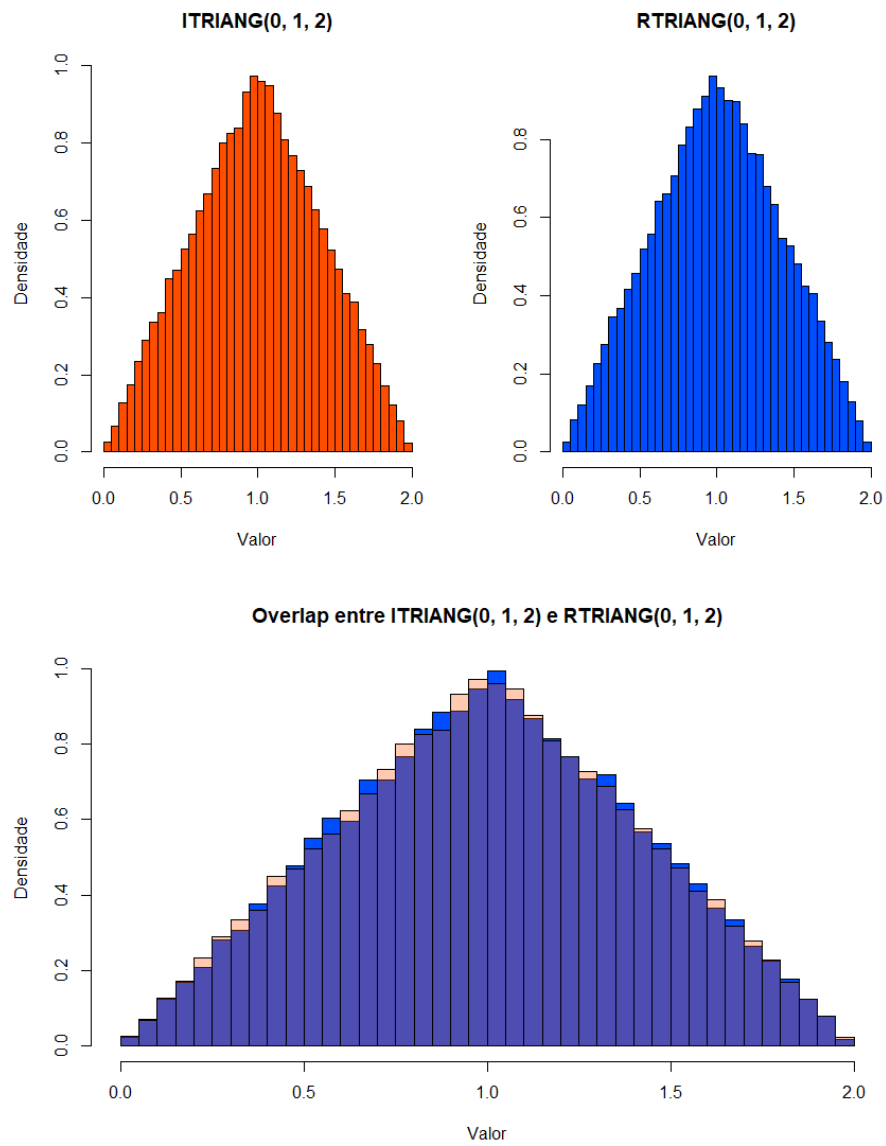
$$H0 : x = y$$

$$H1 : x \neq y$$

(H0 propõe que as duas amostras provêm da mesma distribuição, enquanto H1 propõe que as duas amostras não provêm da mesma distribuição)

$$\pi > \alpha$$

Ou seja: Não existem evidências para rejeitar H0. O resultado do teste de KS indica que provavelmente as duas amostras provêm da mesma distribuição.



Questão 2 - Considere a tabela de dígitos aleatórios em anexo no documento de apresentação do trabalho.

a) Defina uma regra para ler a tabela com o intuito de gerar valores em uma $\mathcal{U}(0, 1)$.

Resposta: Ler por coluna os primeiros e os últimos elementos verticais dos grupos.

57	72	00	39	84	84	41	79	67	71	40	21	13	97	56	49	86	54	08	93	29	68	74	54	83
28	80	53	51	59	09	93	98	87	58	70	27	71	77	17	06	32	02	78	62	16	74	69	65	17
92	59	18	52	87	30	48	86	97	48	35	25	18	88	74	03	62	98	38	58	65	86	42	41	03
90	38	12	91	74	30	19	75	89	07	50	64	15	59	71	88	13	74	95	30	52	78	30	11	75
80	91	16	94	67	58	60	82	06	66	90	47	56	18	46	45	11	12	35	32	45	50	41	13	43
22	01	70	31	32	96	91	92	75	40	16	54	29	72	74	99	00	95	97	61	00	98	24	30	07
56	24	10	04	30	20	46	29	90	53	53	11	05	84	41	21	64	79	19	76	29	51	62	60	66
79	44	92	62	02	96	86	64	30	00	94	56	69	30	20	59	87	87	35	44	22	50	97	78	19
53	99	66	45	08	89	78	50	77	53	37	25	77	41	27	62	38	02	23	57	62	01	41	60	35
18	92	87	35	88	56	05	21	36	51	39	28	50	14	66	85	79	30	19	79	72	66	64	31	45
53	08	58	96	63	05	61	25	70	22	50	41	28	96	62	66	43	63	06	63	01	32	79	85	22
03	58	80	29	28	76	89	51	18	24	88	89	46	47	48	59	19	29	87	03	10	33	99	67	12
27	07	81	88	65	69	49	98	00	28	04	70	51	30	01	47	18	97	33	21	85	82	45	43	24
05	21	08	59	01	06	22	24	98	91	81	17	55	44	66	16	07	73	07	66	10	12	31	78	58
40	36	13	27	84	30	82	33	36	39	69	42	05	58	64	61	12	33	89	27	89	52	66	71	93
54	60	25	28	85	88	20	00	10	59	61	05	36	61	33	72	01	01	19	01	61	10	51	20	91
71	51	63	40	76	71	11	73	73	52	37	31	60	45	88	92	73	43	71	28	04	98	09	02	48
61	02	01	81	73	92	60	66	73	58	53	34	42	68	26	38	34	03	27	44	96	04	46	65	93
82	55	93	13	46	30	95	26	55	06	96	17	65	91	72	39	79	96	12	49	52	80	63	26	99
89	98	54	14	21	74	13	57	68	19	86	28	60	89	47	33	15	26	28	77	45	38	48	08	08
00	99	84	84	14	67	95	13	77	58	90	14	50	79	42	73	63	31	06	60	43	40	12	55	04
62	41	50	78	20	48	05	88	43	52	98	03	19	93	92	03	04	97	25	84	95	95	03	63	31
94	27	90	69	24	68	09	92	11	86	07	63	83	19	32	99	51	15	55	71	09	27	02	67	00
44	89	29	28	84	36	28	25	15	82	87	74	18	97	25	76	10	63	26	76	02	26	74	53	28
97	30	76	95	33	21	10	54	26	95	66	65	52	04	99	36	58	48	03	08	93	63	58	17	96
39	16	58	04	44	80	15	59	59	83	90	95	54	66	81	84	39	60	85	38	88	66	33	35	69
60	78	11	03	26	67	50	34	09	61	31	30	20	76	93	66	30	83	51	09	33	83	64	76	05
03	19	23	47	62	89	57	77	91	33	88	47	60	59	37	54	39	48	77	67	49	85	38	43	91
41	28	52	67	56	25	39	59	96	65	51	36	90	32	22	39	33	05	22	99	03	39	97	96	99
77	54	98	50	39	25	37	42	52	97	10	03	56	04	92	81	66	86	70	01	48	89	55	82	10

b) Liste os 5 primeiros valores obtidos a partir da regra definida no item anterior.

Resposta:

$$b = [57 \quad 80 \quad 22 \quad 18 \quad 53]$$

c) Utilizando o resultado do item anterior, gere 5 valores aleatórios de X tal que

$$X|\theta = 0.3 \sim \text{Bernoulli}(0.3)$$

Resposta:

$$b = [57 \quad 80 \quad 22 \quad 18 \quad 53]$$

$$\begin{array}{ll} 00 \leq b \leq 29 & x = 1 \\ 30 \leq b \leq 99 & x = 0 \end{array}$$

Logo:

$$x = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0]$$

d) Repita o item anterior, mas agora gerando 5 valores aleatórios de X tal que

$$X|\theta = 0.3, n = 2 \sim \text{Binomial}(2, 0.3)$$

Resposta:

$$b = [57 \quad 80 \quad 22 \quad 18 \quad 53]$$

$$c = [40 \quad 54 \quad 89 \quad 00 \quad 97]$$

Admitindo como regra:

$$\begin{array}{ll} 00 \leq b \leq 29 & x_1 = 1 \\ 30 \leq c \leq 99 & x_2 = 0 \\ 00 \leq b \leq 29 & x_1 = 1 \\ 30 \leq c \leq 99 & x_2 = 0 \end{array}$$

resulta:

$$x_1 = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0]$$

$$x_2 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$$

Somando as duas listas:

$$x = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 0]$$

Questão 3 - Explique com suas palavras.

a) O que é Inferência Comparada.

Resposta:

Inferência comparada é o estudo comparativo abordagens estatísticas diferentes, como estatística bayesiana e estatística clássica, permitindo que, após esses estudos, o aluno tenha conhecimento entre pontos fortes e fracos das escolas, para que assim, suas decisões durante uma análise estatística tenham embasamento crítico, permitindo que o aluno desenvolva soluções híbridas com embasamento teórico sólido.

b) Indique os principais pontos de discordância entre as inferências Clássica e Bayesiana

Resposta:

A estatística bayesiana aceita e formaliza a subjetividade no seu modelo estatístico. A estatística clássica não formaliza subjetividade no seu modelo, no entanto, a subjetividade na escola clássica ainda é presente no processo analítico, como nos procedimentos de amostragem.

c) Explique por que precisamos dos Métodos de Monte Carlo.

Resposta:

Os métodos de Monte Carlo nos permite simular áreas de integrais definidas complexas a partir de uma amostragem aleatória, sendo assim, o método de Monte Carlo nos permite evitar calcular a integral de normalização de uma posteriori.

d) Apresente os dois passos básicos do método de Monte Carlo. Exemplifique considerando os passos do Método da Transformação Inversa.

Resposta:

1. Obter uma variável pseudo-aleatória uniformemente distribuída entre 0 e 1;
2. Parametrizar uma função determinística com a variável coletada.

Para exemplificar utilizando o Método da Transformação Inversa, a Inversa da Função de Distribuição Acumulada será considerada como a função determinística do segundo passo.

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$
$$F^{-1}(u) = \frac{1}{\lambda} \ln(1 - u)$$

Aplicando um valor pseudo-aleatório uniformemente distribuído entre 0 e 1, é possível gerar um valor aleatório pertencente à distribuição sendo estudada. Repetindo esses passos n vezes, é possível simular e aproximar a área da distribuição.

Listing 1: Questão 1 a) e b)

```

1 # Imports
2 library(EnvStats)
3 library(extraDistr)
4 library(stats)
5
6 # Parametros
7 a <- 0
8 b <- 2
9 m <- 1
10 n <- 5000
11 set.seed(222)
12 u <- runif(n)
13
14 # Funcao para inversao da distribuicao triangular. Calcula  $F^{-1}(u)$ 
15
16 itriang <- function(u, a = -1, b = 1, m = (a + b)/2)
17 {
18   fdc <- (m - a) / (b - a)
19   ifelse(u < fdc,
20         a + sqrt(u * (m - a) * (b - a)),
21         b - sqrt((1 - u) * (b - m) * (b - a)))
22 }
23
24 *****
25 # a) Simule a densidade de uma Triangular(0, 1, 2) a partir do Metodo
   da Transformacao Inversa
26 *****
27
28 ## Execucao exercicio
29 tarefa_a <- itriang(u, a, b, m)
30
31 ## Plotando grafico
32 hist(x,
33      40,
34      freq = FALSE,
35      col = rgb(1, 0.3, 0),
36      xlim = c(a, b),
37      main = 'Transformacao Inversa - Triangular(0, 1, 2)'
38      )
39
40 ## "Prova real"
41 prova_real <- qtri(p=u, min=a, max=b, mode=m)
42
43 par(mfrow = c(1, 2))
44 hist(tarefa_a,
45      40,
46      freq = FALSE,
47      col = rgb(1, 0.3, 0),
48      xlim = c(a, b),
49      main = 'Transformacao Inversa - Triangular(0, 1, 2)'
50      )
51
52 hist(prova_real,
53      40,

```



```

54     freq = FALSE,
55     col = rgb(0, 0.3, 1),
56     xlim = c(a, b),
57     main = 'Prova Real - Triangular(0, 1, 2)'
58   )
59   par(mfrow = c(1, 1))
60
61   *****
62   # b) Compare com os resultados de extraDistr::rtriang do R [...]. Dica:
63   use o teste de KS
64   *****
65   ## Execucao exercicio
66   x <- itriang(u, a, b, m)
67   y <- rtriang(n, a, b, m)
68
69   ## Plotando grafico
70   par(mfrow = c(1, 2))
71   hist(x, 40,
72        freq = FALSE,
73        col = rgb(1, 0.3, 0),
74        xlim = c(a, b),
75        main = 'ITRIANG(0, 1, 2)',
76        xlab = 'Valor',
77        ylab = 'Densidade'
78   )
79   hist(y, 40,
80        freq = FALSE,
81        col = rgb(0, 0.3, 1),
82        xlim = c(a, b),
83        main = 'RTRIANG(0, 1, 2)',
84        xlab = 'Valor', ylab = 'Densidade'
85   )
86   par(mfrow = c(1, 1))
87
88   # Overlap (para identificar D)
89   hist(y, 40,
90        freq = FALSE,
91        col = rgb(0, 0.3, 1),
92        xlim = c(a, b),
93        main = 'Overlap entre ITRIANG(0, 1, 2) e RTRIANG(0, 1, 2)',
94        xlab = 'Valor', ylab = 'Densidade'
95   )
96
97   hist(x, 40,
98        freq = FALSE,
99        col = rgb(1, 0.3, 0, 0.3),
100        xlim = c(a, b),
101        xlab = 'Valor',
102        ylab = 'Densidade',
103        add = TRUE
104   )
105
106   ## Teste KS
107   ks.test(x, y)

```