

TDE #2

Filipe J. Zabala

2024-04-22

INSTRUÇÕES - LEIA COM ATENÇÃO!

1. Esta lista de exercícios pode ser discutida entre os colegas, e pode ser entregue **em até 3 pessoas**.
2. **Entregue a resolução em papel**, indicando o(s) **nome(s) completo(s)** e a **turma**.
3. Apresente o **desenvolvimento completo** das questões, podendo ser composto de desenhos ou esquemas.
4. Lembre-se que o padrão de notação utilizado é o americano, i.e., nos exercícios apresentados pontos separam decimais e vírgulas separam milhares. **Use o padrão de sua preferência**.
5. Sinta-se à vontade para utilizar os **tópicos de discussão no Moodle** da disciplina.
6. Conforme detalhado no Plano de Ensino, **esta lista de exercícios será utilizada na ME que compõe a G1**, e deve ser entregue **na aula do dia 2024-05-08**.

QUESTÃO 1 (4.0)

Considere a distribuição triangular apresentada na Seção de Distribuição Triangular tal que sua função distribuição acumulada inversa no intervalo $[a, b]$ com moda m é dada por

$$F^{-1}(u|a, b, m) = \begin{cases} a + \sqrt{u(m-a)(b-a)}, & 0 \leq u \leq \frac{m-a}{b-a} \\ b - \sqrt{(1-u)(b-m)(b-a)}, & \frac{m-a}{b-a} < u \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

- a. (2.0) Simule a densidade de uma *Triangular*(0, 1, 2) a partir do Método da Transformação Inversa.
- b. (2.0) Compare com os resultados de `extraDistr::rtriang` do R ou de `numpy.random.triangular` do Python. Dica: use o teste de KS (Kolmogorov-Smirnov)¹².

QUESTÃO 2 (4.0)

Considere a tabela de dígitos aleatórios³ em anexo.

- a. (1.0) Defina uma regra para ler a tabela com o intuito de gerar valores em uma $\mathcal{U}(0, 1)$.
- b. (1.0) Liste os 5 primeiros valores obtidos a partir da regra definida no item anterior.
- c. (1.0) Utilizando o resultado do item anterior, gere 5 valores aleatórios de X tal que

$$X|\theta = 0.3 \sim \text{Bernoulli}(0.3)$$

- d. (1.0) Repita o item anterior, mas agora gerando 5 valores aleatórios de X tal que

$$X|\theta = 0.3, n = 2 \sim \text{Binomial}(2, 0.3)$$

¹https://en.wikipedia.org/wiki/Kolmogorov%E2%80%93Smirnov_test

²<https://filipezabala.com/eb/th-class.html#teste-17---teste-de-kolmogorov-smirnov-para-duas-amostras-independentes>

³https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5710761/mod_resource/content/1/tabela_numeros_aleatorios.pdf

QUESTÃO 3 (2.0)

Explique com suas palavras⁴.

- (0.5) O que é Inferência Comparada.
- (0.5) Indique os principais pontos de discordância entre as inferências Clássica e Bayesiana.
- (0.5) Explique por que precisamos dos Métodos de Monte Carlo.
- (0.5) Apresente os dois passos básicos do método de Monte Carlo. Exemplifique considerando os passos do Método da Transformação Inversa.

Tabela de números aleatórios

| | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 57 72 00 39 84 | 84 41 79 67 71 | 40 21 13 97 56 | 49 86 54 08 93 | 29 68 74 54 83 |
| 28 80 53 51 59 | 09 93 98 87 58 | 70 27 71 77 17 | 06 32 02 78 62 | 16 74 69 65 17 |
| 92 59 18 52 87 | 30 48 86 97 48 | 35 25 18 88 74 | 03 62 98 38 58 | 65 86 42 41 03 |
| 90 38 12 91 74 | 30 19 75 89 07 | 50 64 15 59 71 | 88 13 74 95 30 | 52 78 30 11 75 |
| 80 91 16 94 67 | 58 60 82 06 66 | 90 47 56 18 46 | 45 11 12 35 32 | 45 50 41 13 43 |
| | | | | |
| 22 01 70 31 32 | 96 91 92 75 40 | 16 54 29 72 74 | 99 00 95 97 61 | 00 98 24 30 07 |
| 56 24 10 04 30 | 20 46 29 90 53 | 53 11 05 84 41 | 21 64 79 19 76 | 29 51 62 60 66 |
| 79 44 92 62 02 | 96 86 64 30 00 | 94 56 69 30 20 | 59 87 87 35 44 | 22 50 97 78 19 |
| 53 99 66 45 08 | 89 78 50 77 53 | 37 25 77 41 27 | 62 38 02 23 57 | 62 01 41 60 35 |
| 18 92 87 35 88 | 56 05 21 36 51 | 39 28 50 14 66 | 85 79 30 19 79 | 72 66 64 31 45 |
| | | | | |
| 53 08 58 96 63 | 05 61 25 70 22 | 50 41 28 96 62 | 66 43 63 06 63 | 01 32 79 85 22 |
| 03 58 80 29 28 | 76 89 51 18 24 | 88 89 46 47 48 | 59 19 29 87 03 | 10 33 99 67 12 |
| 27 07 81 88 65 | 69 49 98 00 28 | 04 70 51 30 01 | 47 18 97 33 21 | 85 82 45 43 24 |
| 05 21 08 59 01 | 06 22 24 98 91 | 81 17 55 44 66 | 16 07 73 07 66 | 10 12 31 78 58 |
| 40 36 13 27 84 | 30 82 33 36 39 | 69 42 05 58 64 | 61 12 33 89 27 | 89 52 66 71 93 |
| | | | | |
| 54 60 25 28 85 | 88 20 00 10 59 | 61 05 36 61 33 | 72 01 01 19 01 | 61 10 51 20 91 |
| 71 51 63 40 76 | 71 11 73 73 52 | 37 31 60 45 88 | 92 73 43 71 28 | 04 98 09 02 48 |
| 61 02 01 81 73 | 92 60 66 73 58 | 53 34 42 68 26 | 38 34 03 27 44 | 96 04 46 65 93 |
| 82 55 93 13 46 | 30 95 26 55 06 | 96 17 65 91 72 | 39 79 96 12 49 | 52 80 63 26 99 |
| 89 98 54 14 21 | 74 13 57 68 19 | 86 28 60 89 47 | 33 15 26 28 77 | 45 38 48 08 08 |
| | | | | |
| 00 99 84 84 14 | 67 95 13 77 58 | 90 14 50 79 42 | 73 63 31 06 60 | 43 40 12 55 04 |
| 62 41 50 78 20 | 48 05 88 43 52 | 98 03 19 93 92 | 03 04 97 25 84 | 95 95 03 63 31 |
| 94 27 90 69 24 | 68 09 92 11 86 | 07 63 83 19 32 | 99 51 15 55 71 | 09 27 02 67 00 |
| 44 89 29 28 84 | 36 28 25 15 82 | 87 74 18 97 25 | 76 10 63 26 76 | 02 26 74 53 28 |
| 97 30 76 95 33 | 21 10 54 26 95 | 66 65 52 04 99 | 36 58 48 03 08 | 93 63 58 17 96 |
| | | | | |
| 39 16 58 04 44 | 80 15 59 59 83 | 90 95 54 66 81 | 84 39 60 85 38 | 88 66 33 35 69 |
| 60 78 11 03 26 | 67 50 34 09 61 | 31 30 20 76 93 | 66 30 83 51 09 | 33 83 64 76 05 |
| 03 19 23 47 62 | 89 57 77 91 33 | 88 47 60 59 37 | 54 39 48 77 67 | 49 85 38 43 91 |
| 41 28 52 67 56 | 25 39 59 96 65 | 51 36 90 32 22 | 39 33 05 22 99 | 03 39 97 96 99 |
| 77 54 98 50 39 | 25 37 42 52 97 | 10 03 56 04 92 | 81 66 86 70 01 | 48 89 55 82 10 |

⁴As respostas serão submetidas a detectores de conteúdo gerado por IA. Serão penalizadas questões com mais de 50% de probabilidade de ter sido gerada por IA. O texto da Questão 3, por exemplo, foi gerado pelo professor sem qualquer ferramenta generativa, e possui 18% de probabilidade de ter sido gerado por IA. Desta forma não seria penalizado pela regra. Um texto gerado colando a questão no ChatGPT possui tal probabilidade na ordem de 4%+69%=73%. Assim, como 73%>50%, a questão valeria 100%-73%=26% da nota total obtida.

