

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta informačních technologií



Elektronika pro informační technologie

2022/2023

Obsah

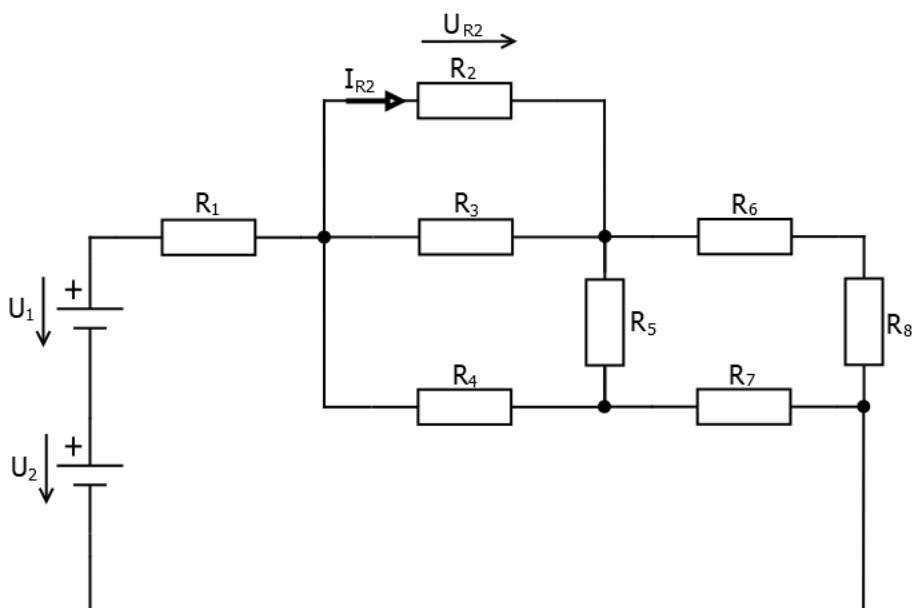
Příklad 1	2
Příklad 2	9
Příklad 3	13
Příklad 4	16
Příklad 5	20
Výsledky (tabulka)	24

Příklad 1

Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

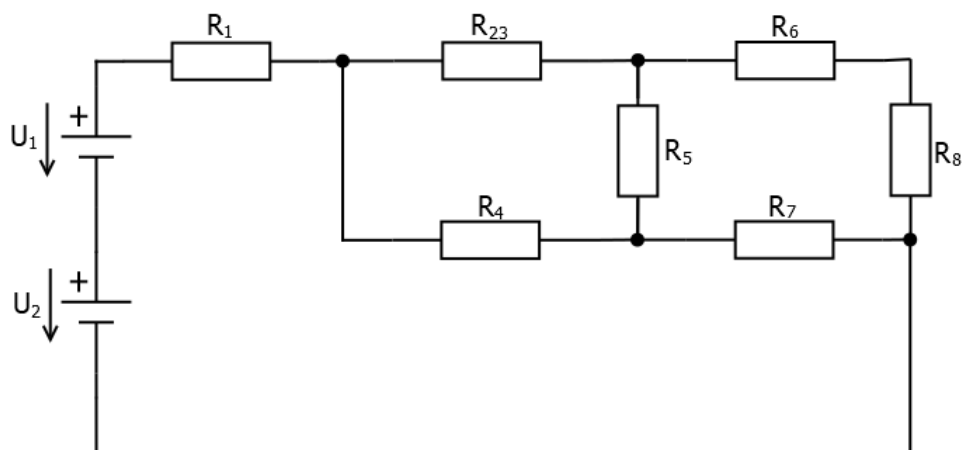
sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
F	125	65	510	500	550	250	300	800	330	250

$I_{R2} = ?$, $U_{R2} = ?$



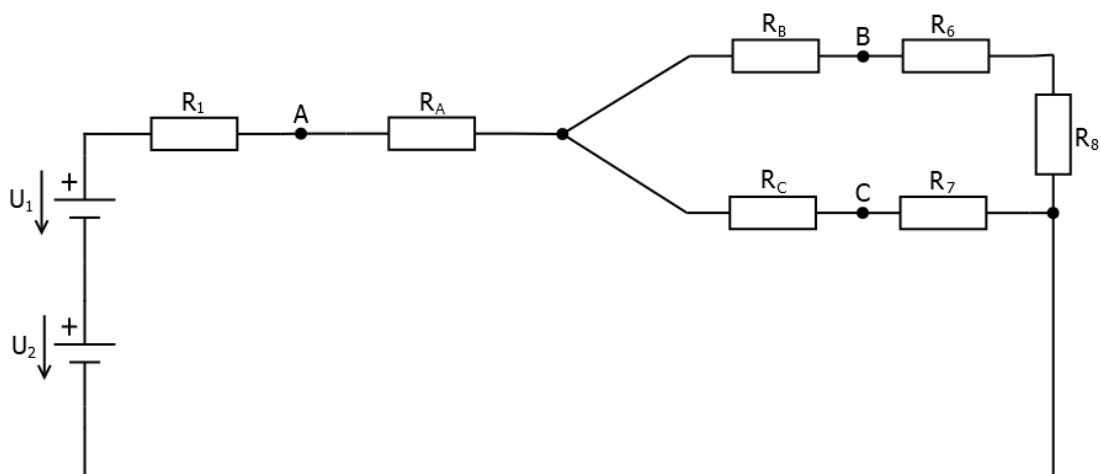
Řešení:

Krok 1 – spojíme rezistory R_2 a R_3 , které jsou zapojeny paralelně



$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 261,9048 \Omega$$

Krok 2 – transfigurace trojúhelník -> hvězda mezi rezistory R_{23} , R_4 a R_5

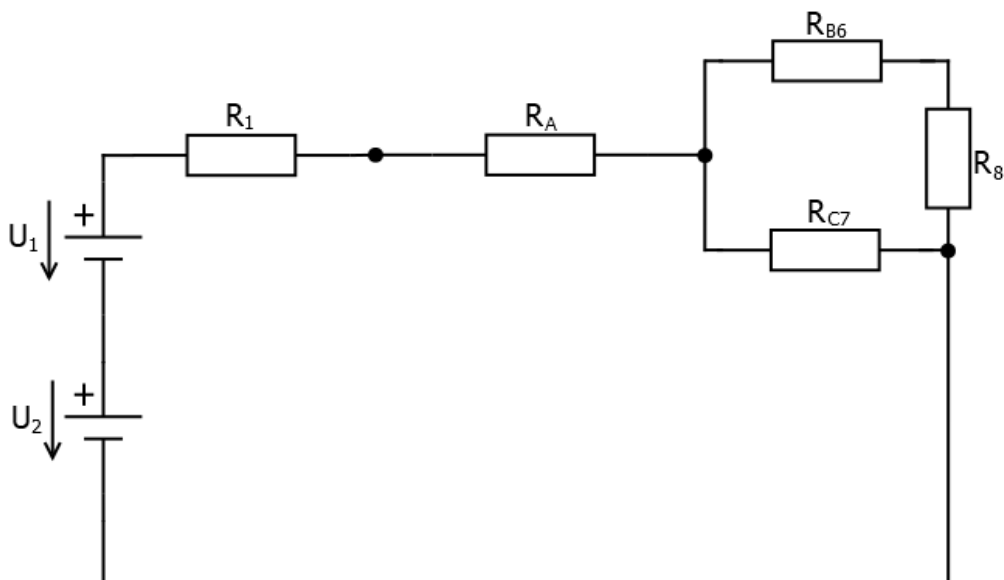


$$R_A = \frac{R_{23} \cdot R_4}{R_{23} + R_4 + R_5} = 80,6452\Omega$$

$$R_B = \frac{R_{23} \cdot R_5}{R_{23} + R_4 + R_5} = 96,7742\Omega$$

$$R_C = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_{23} + R_4 + R_5} = 92,3754\Omega$$

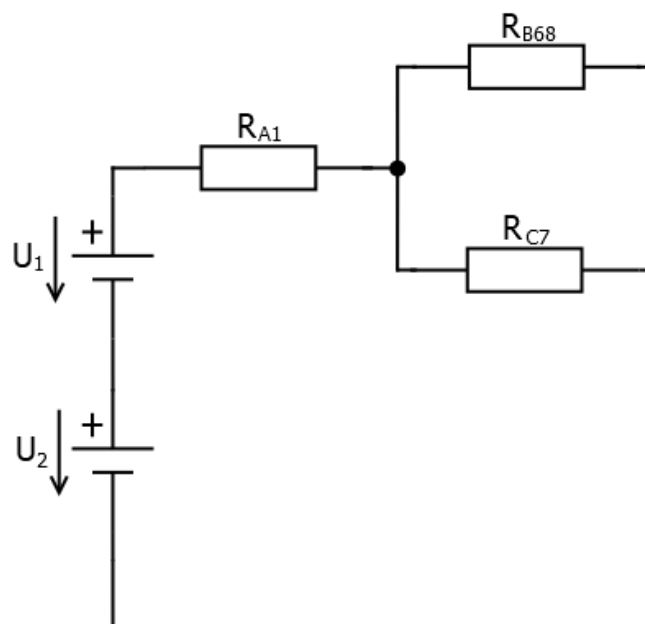
Krok 3 – dvojice rezistorů R_B , R_6 a R_C , R_7 jsou v obou případech zapojeny v sérii (spojíme dohromady)



$$R_{B6} = R_B + R_6 = 896,7742\Omega$$

$$R_{C7} = R_C + R_7 = 422,3754\Omega$$

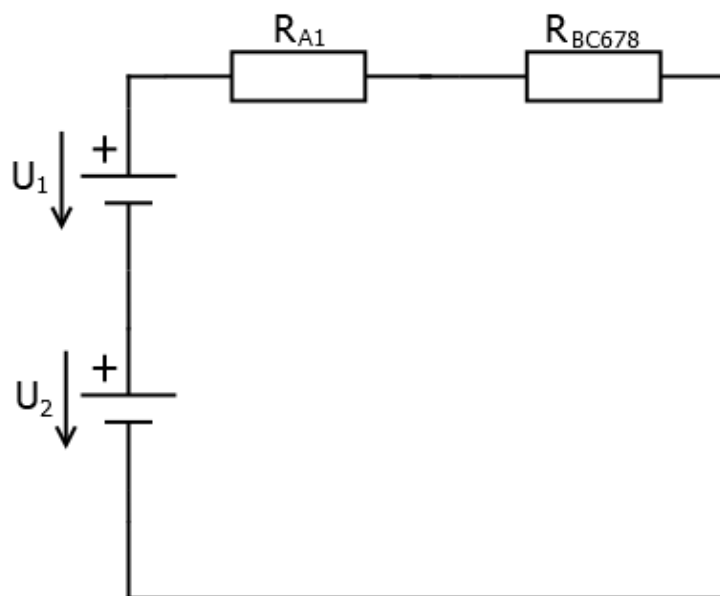
Krok 4 – taktéž můžeme spojit sériově rezistory R_A s R_1 a R_{B6} s R_8



$$R_{A1} = R_A + R_1 = 590,6452\Omega$$

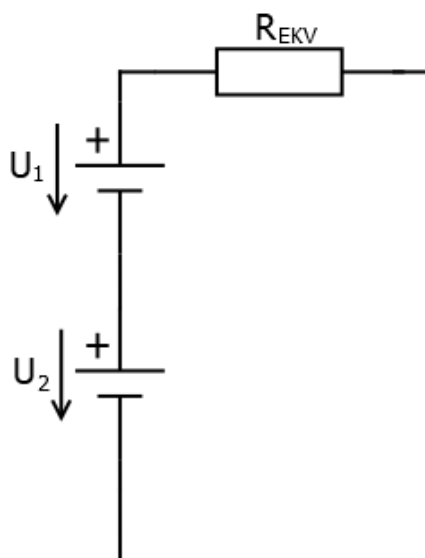
$$R_{B68} = R_{B6} + R_8 = 1146,7742\Omega$$

Krok 5 – rezistory R_{B68} a R_{C7} spojíme paralelně a získáme 2 rezistory zapojené v sérii



$$R_{BC678} = \frac{R_{B68} \cdot R_{C7}}{R_{B68} + R_{C7}} = 308,6826\Omega$$

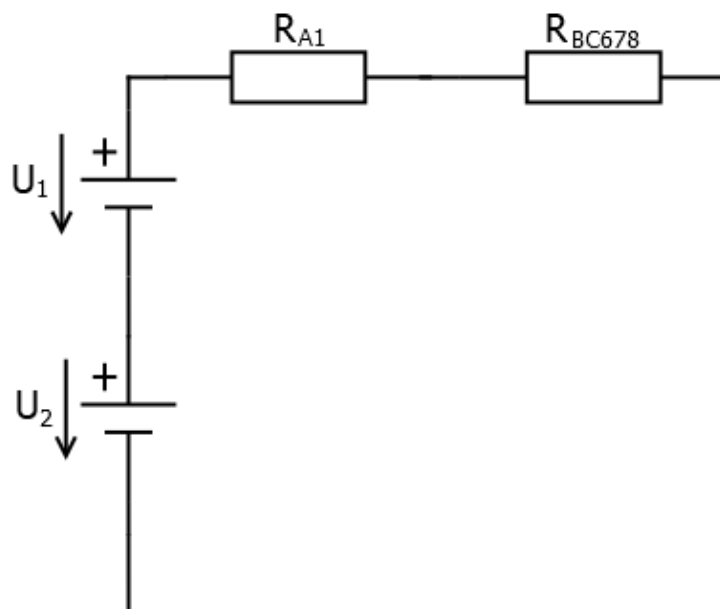
Krok 6 – nakonec spojíme rezistory R_{A1} s R_{BC678} a dostaneme výsledný odpor R_{EKV}



$$R_{EKV} = R_{BC678} + R_{A1} = 899,3278\Omega$$

$$I = \frac{U_1 + U_2}{R_{EKV}} = \frac{U}{R_{EKV}} = 0,2113A$$

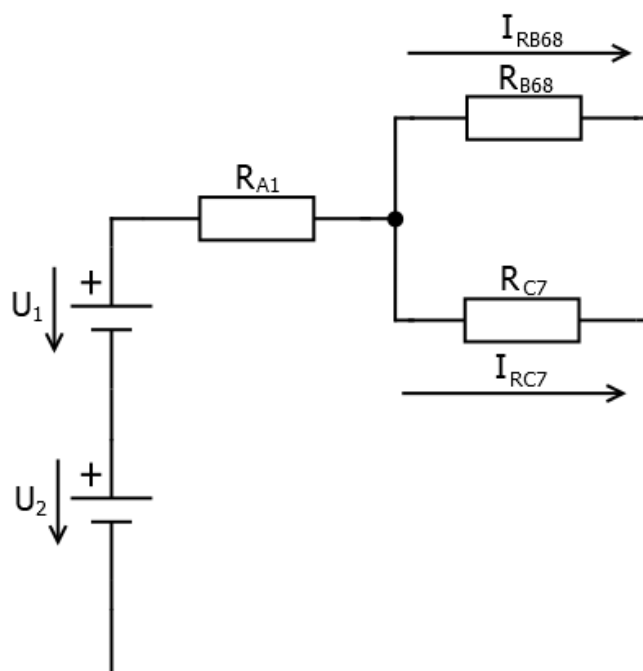
Nyní půjdeme opačným směrem. Z obvodu níže zjistíme napětí na rezistorech R_{BC678} a R_{A1} .



$$U_{RA1} = R_{A1} \cdot I = 124,8033V$$

$$U_{RBC678} = R_{BC678} \cdot I = 65,2246V \text{ (nebo } U - U_{RA1}\text{)}$$

Rezistory R_{B68} a R_{C7} jsou zapojeny paralelně, tudíž je na nich stejné napětí. Díky této informaci jsme schopni spočítat proudy I_{RB68} a I_{RC7} .

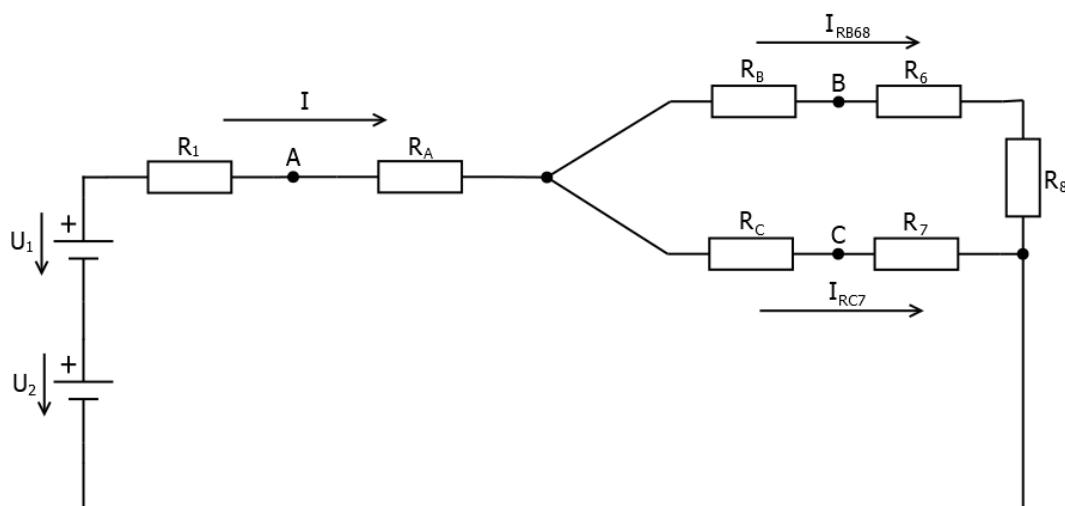


$$U_{RB68} = U_{RC7} = U_{RBC678} = 65,2246V$$

$$I_{RB68} = \frac{U_{RB68}}{R_{B68}} = 0,0569A$$

$$I_{RC7} = \frac{U_{RC7}}{R_{C7}} = 0,1544A$$

Proudy již známe, nyní zjistíme napětí na rezistorech R_1 , R_6 a R_8 .

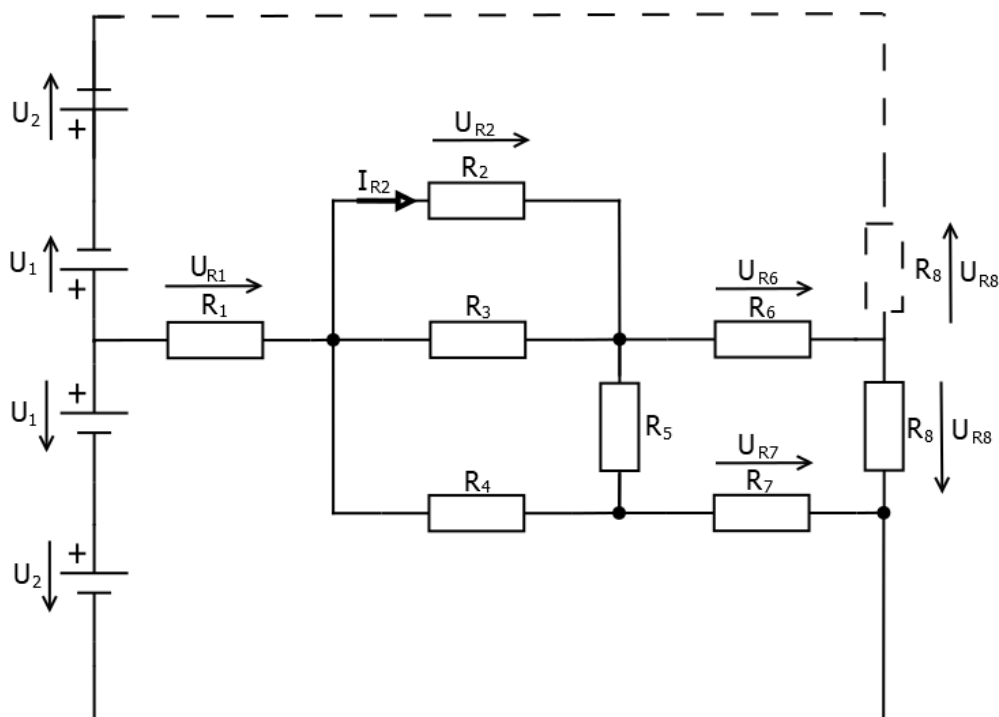


$$U_{R1} = R_1 \cdot I = 107,7630V$$

$$U_{R6} = R_6 \cdot I_{RB68} = 45,5200V$$

$$U_{R8} = R_8 \cdot I_{RB68} = 14,2250V$$

Nakonec se vrátíme k původnímu obvodu a využijeme II. Kirchhoffova zákona.



$$(U = U_1 + U_2)$$

$$U_{R1} + U_{R2} + U_{R6} + U_{R8} - U = 0 \text{ (nevíme pouze } U_{R2}\text{)}$$

$$U_{R2} = U - U_{R1} - U_{R6} - U_{R8}$$

$$R_2 \cdot I_{R2} = U - U_{R1} - U_{R6} - U_{R8}$$

$$I_{R2} = \frac{U - U_{R1} - U_{R6} - U_{R8}}{R_2} = 0,0450A$$

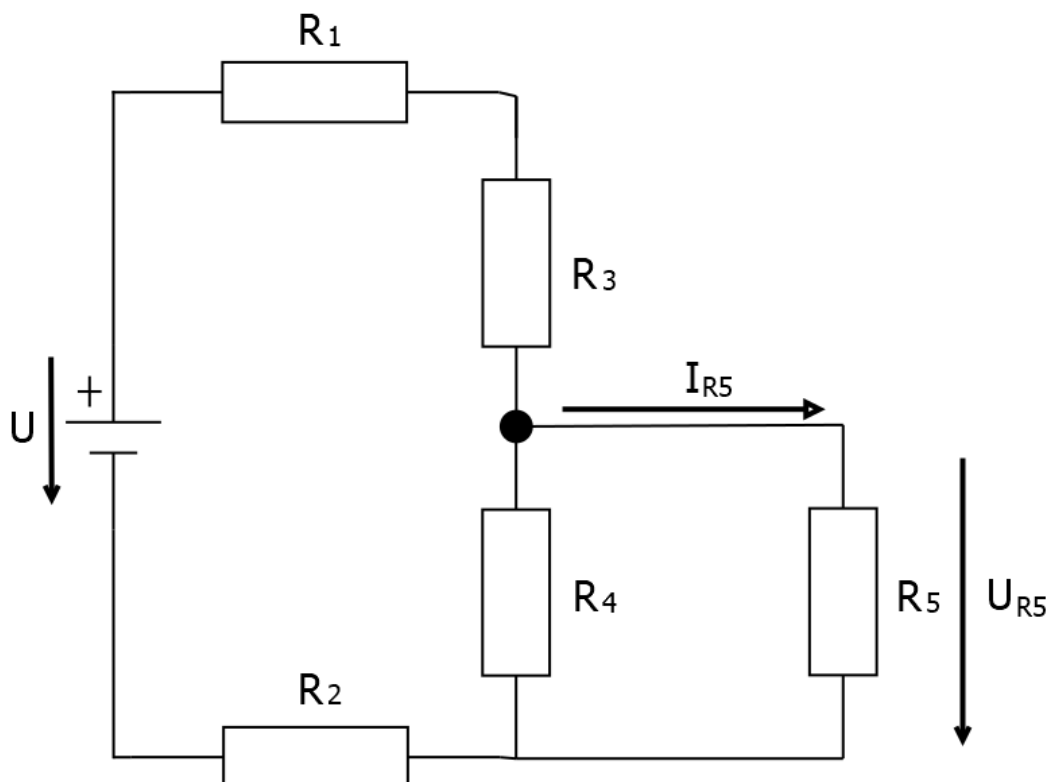
$$U_{R2} = R_2 \cdot I_{R2} = 22,5V$$

Příklad 2

Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu Théveninovy věty.

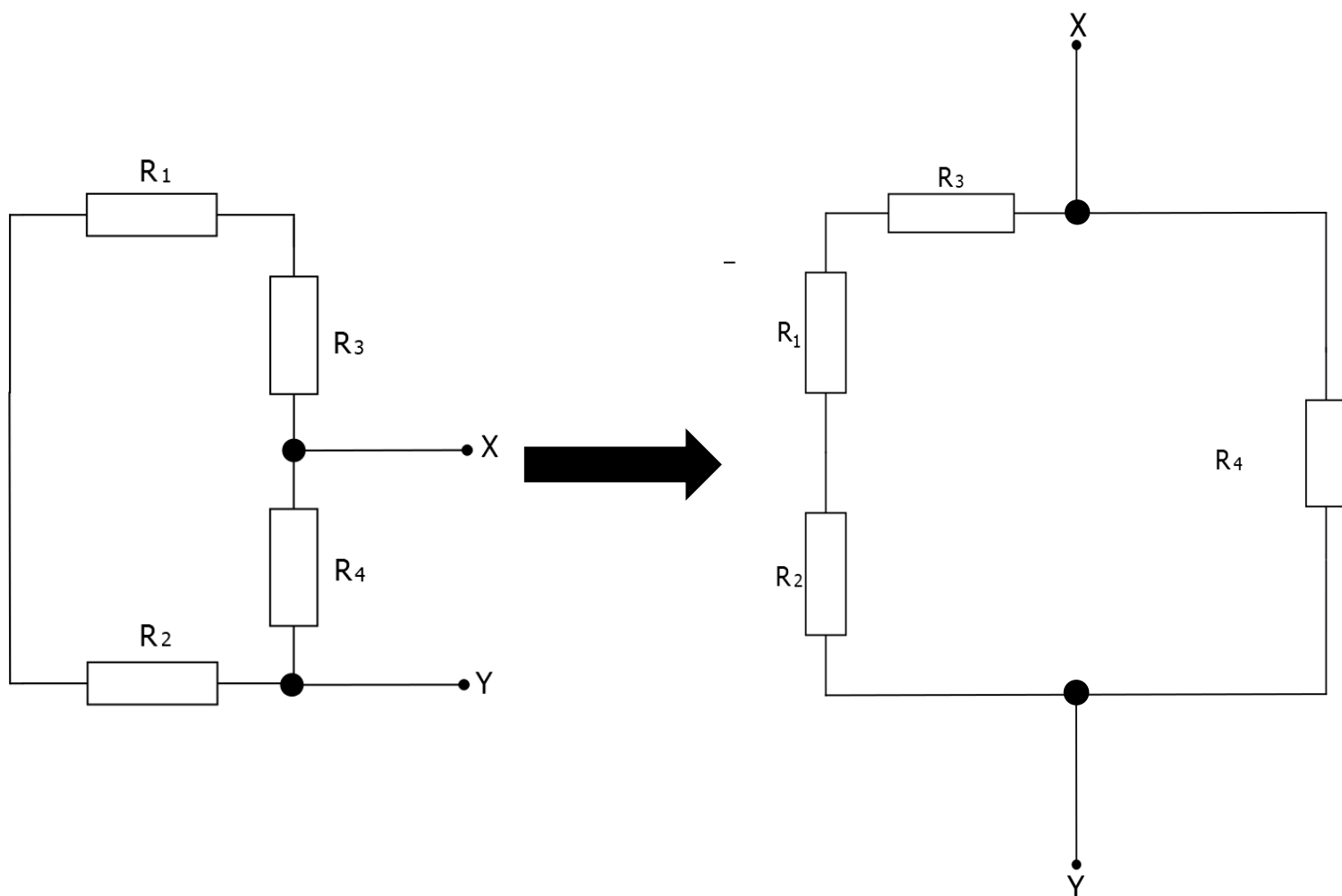
sk.	U [V]	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$
B	100	50	310	610	220	570

$I_{R5} = ?$, $U_{R5} = ?$



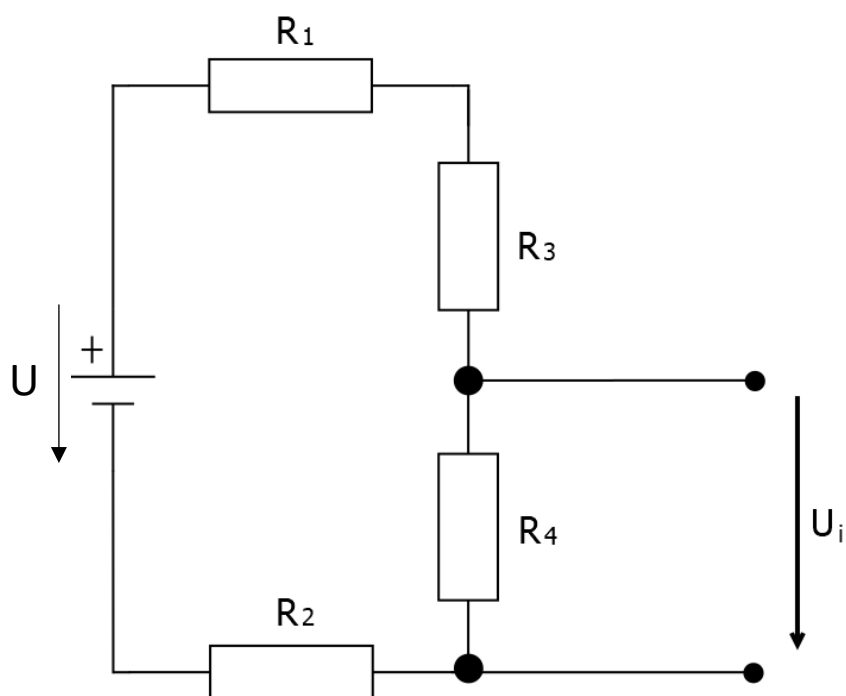
Řešení:

Krok 1 – vypočítáme vnitřní odpor R_i (zkratujeme zdroj a odstraníme zátěž R_5)



$$R_i = \frac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4} = \frac{(R_1 + R_2 + R_3) \cdot R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = 179,3277 \Omega$$

Krok 2 – vypočítáme U_i



$$U_{R4} = U_{R5} = U_i$$

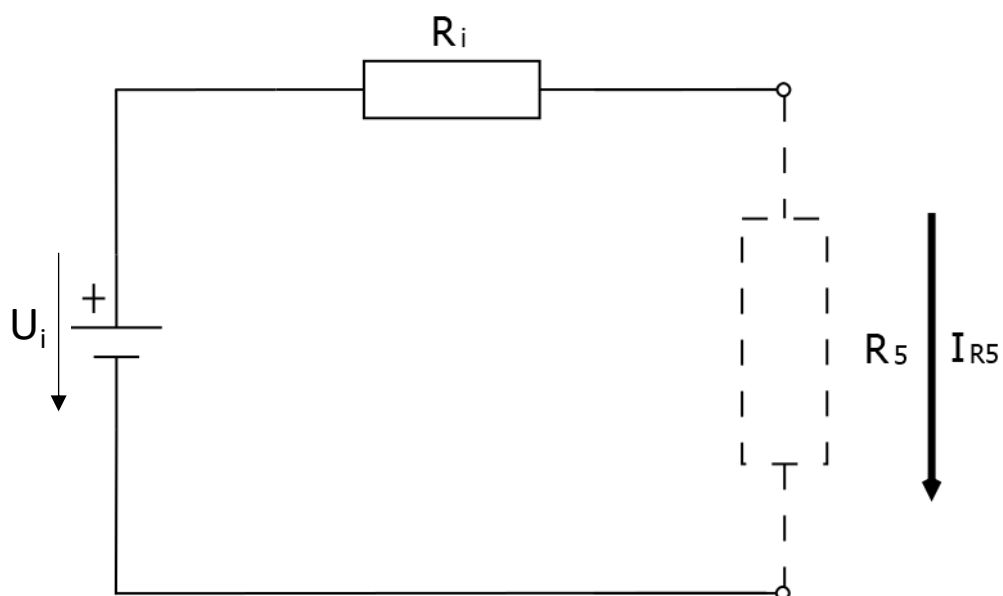
$$U - U_{R1} - U_{R3} - U_{R4} - U_{R2} = 0$$

$$R_1 \cdot I_X + R_3 \cdot I_X + R_4 \cdot I_X + R_2 \cdot I_X = U$$

$$I_X = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = 0,0840A$$

$$U_i = U_{R4} = R_4 \cdot I_X = 18,4800V$$

Krok 3 – pomocí ekvivalentního obvodu dopočítáme I_{R5} a U_{R5}



$$I_{R5} = \frac{U_i}{R_i + R_5} = 0,0247A$$

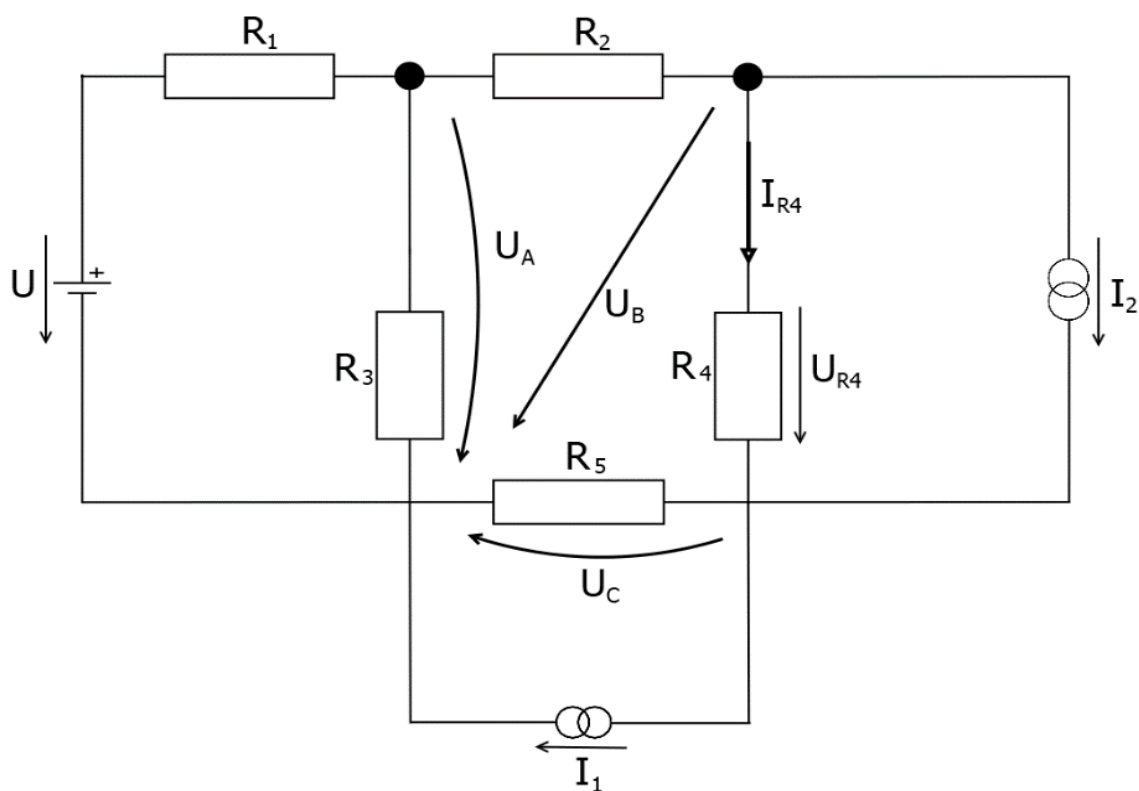
$$U_{R5} = R_5 \cdot I_{R5} = 14,0790V$$

Příklad 3

Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C).

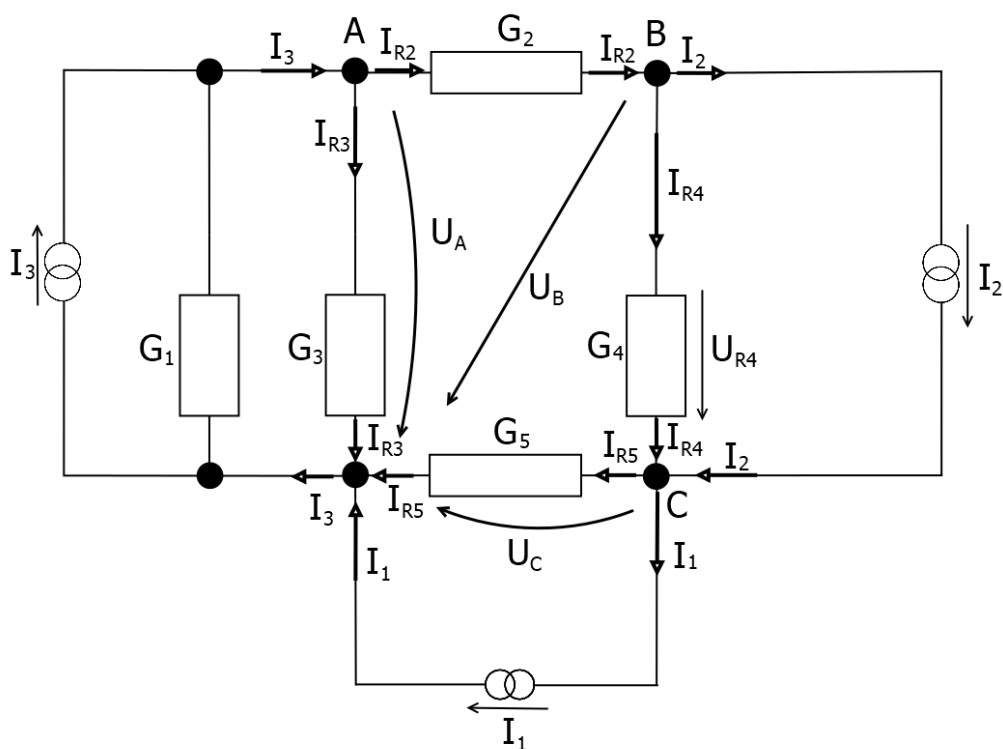
sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
B	150	0,7	0,8	49	45	61	34	34

U_{R4} , $I_{R4} = ?$



Řešení:

Krok 1 – změníme napěťový zdroj U na proudový I_3 , vyznačíme proudy, které tečou do/z jednotlivých uzlů a spočítáme vodivosti



$$G_1 = \frac{1}{49} \text{ S}$$

$$G_2 = \frac{1}{45} \text{ S}$$

$$G_3 = \frac{1}{61} \text{ S}$$

$$G_4 = \frac{1}{34} \text{ S}$$

$$G_5 = \frac{1}{34} \text{ S}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_1} = 3,0612 \text{ A}$$

Krok 2 – sestojíme rovnice pro jednotlivé uzly

$$A: U_A(G_1 + G_3 + G_2) + U_B(-G_2) + U_C(0) = -I_3$$

$$B: U_A(-G_2) + U_B(G_2 + G_4) + U_C(-G_4) = I_2$$

$$C: U_A(0) + U_B(-G_4) + U_C(G_4 + G_5) = I_1 - I_2$$

Krok 3 – převedeme na matici a využijeme Cramerova a Sarrusova pravidla

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_3 + G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_4 & -G_4 \\ 0 & -G_4 & G_4 + G_5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_3 \\ I_2 \\ I_1 - I_2 \end{pmatrix}$$

Po spočítání:

$$U_B = -14,0934V$$

$$U_C = -8,7467V$$

$$I_{R4} = \frac{U_B - U_C}{R_4} = (-) 0,1573 = \mathbf{0,1573A}$$

$$U_{R4} = R_4 \cdot I_{R4} = \mathbf{5,3482V}$$

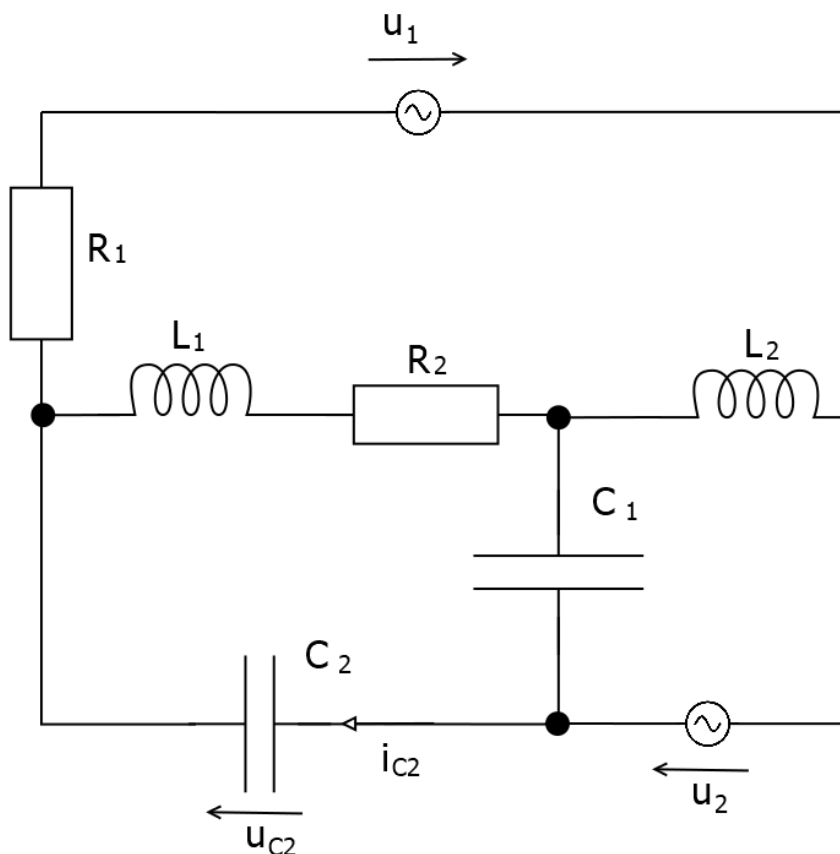
Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{C2} = U_{C2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C2})$ určete $|U_{C2}|$ a φ_{C2} .
Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
F	2	3	12	10	170	80	150	90	65



Řešení:

Krok 1 – převedeme na správné jednotky, spočítáme úhlovou rychlost ω a impedance jednotlivých cívek a kondenzátorů

Převody

$$L_1 = 170\text{mH} = 0,170\text{H}$$

$$L_2 = 80\text{mH} = 0,080\text{H}$$

$$C_1 = 150\mu\text{F} = 150 \cdot 10^{-6}\text{F}$$

$$C_2 = 90\mu\text{F} = 90 \cdot 10^{-6}\text{F}$$

Úhlová rychlost

$$\omega = 2\pi f = 130\pi = 408,4070\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

Impedance

$$Z_{L1} = j\omega L_1 = 69,4292j\Omega$$

$$Z_{L2} = j\omega L_2 = 32,6726j\Omega$$

$$Z_{C1} = -\frac{j}{\omega C_1} = -16,3236j\Omega$$

$$Z_{C2} = -\frac{j}{\omega C_2} = -27,2060j\Omega$$

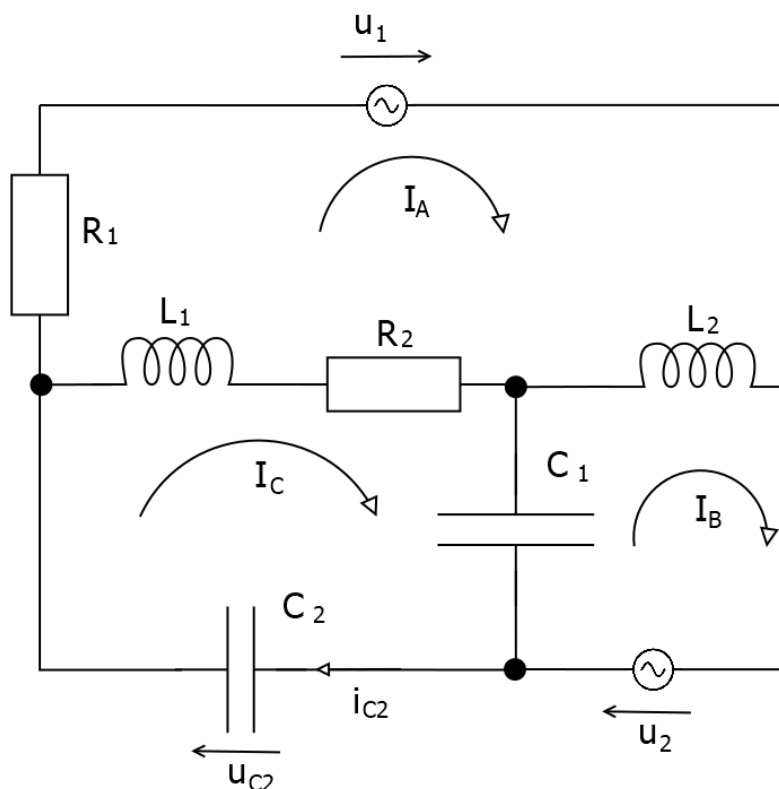
Převedení vztahů

$$u = U \cdot \sin(2\pi ft) = U \cdot \sin\left(\frac{\omega\pi}{2\omega}\right) = U \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = U \cdot 1 = U \text{ (obecně)}$$

$$u_1 = U_1 = 2\text{V}$$

$$u_2 = U_2 = 3\text{V}$$

Krok 2 – sestavíme rovnice pro smyčkové proudy, převedeme na matici a vyřešíme



$$I_A: I_A(R_1 + R_2 + Z_{L1} + Z_{L2}) - I_B(Z_{L2}) - I_C(R_2 + Z_{L1}) = -u_1$$

$$I_B: -I_A(Z_{L2}) + I_B(Z_{C1} + Z_{L2}) - I_C(Z_{C1}) = -u_2$$

$$I_C: -I_A(R_2 + Z_{L1}) - I_B(Z_{C1}) + I_C(R_2 + Z_{C1} + Z_{C2} + Z_{L1}) = 0$$

$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 + Z_{L1} + Z_{L2} & -Z_{L2} & -R_2 - Z_{L1} \\ -Z_{L2} & Z_{C1} + Z_{L2} & -Z_{C1} \\ -R_2 - Z_{L1} & -Z_{C1} & R_2 + Z_{C1} + Z_{C2} + Z_{L1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_{C2} = I_C = 0,0102 - 0,1627jA$$

Krok 3 – dopočítáme $|U_{C2}|$ a φ_{C2}

$$u_{C2} = Z_{C2} \cdot I_{C2} = 4,4264 + 0,2775jV \text{ (Ohmův zákon)}$$

$$|U_{C2}| = \sqrt{Re(uc_2)^2 + Im(uc_2)^2} = 4,4351V$$

$$\varphi_{C2} = \arctan \frac{Im(u_{C2})}{Re(u_{C2})} = \arctan \frac{0,2775}{4,4264} = 3,5873^\circ = 3^\circ 35'$$

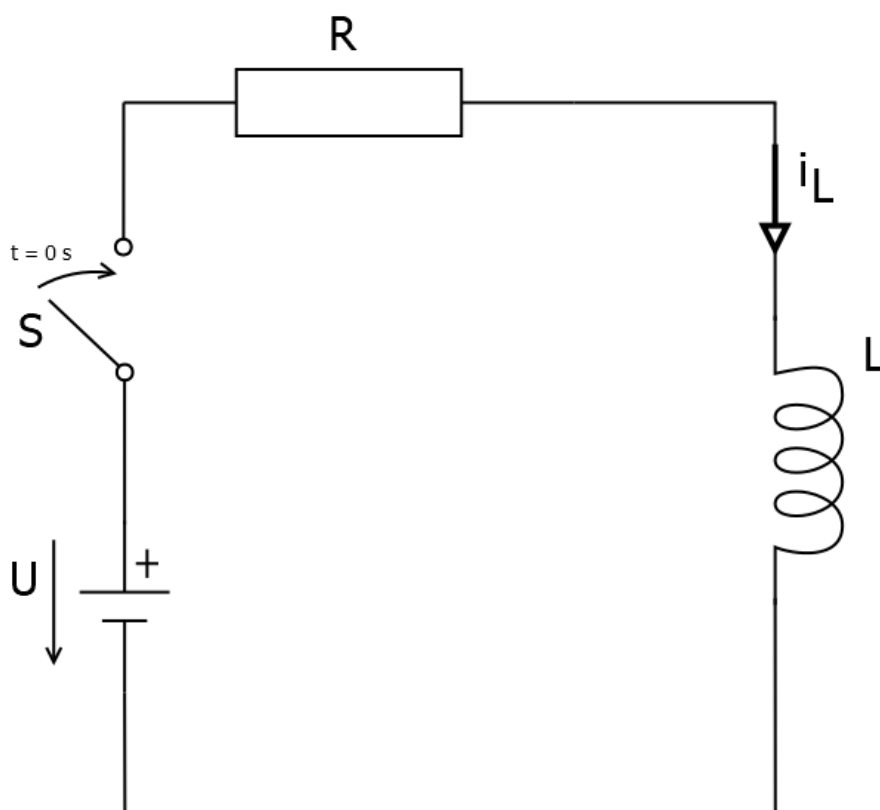
Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0[s]$ sepne spínač S.

Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $i_L = f(t)$.

Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice

sk.	U [V]	L [H]	R [Ω]	$i_L(0)$ [A]
B	40	10	20	16



Řešení:

Krok 1 – napíšeme rovnice, které z obvodu vycházejí a vyjádříme z nich diferenciální rovnici

$$1) i = \frac{U_R}{R} \quad (i = i_L = i_R)$$

$$2) U_R + U_L - U = 0 \rightarrow U_R + U_L = U$$

$$3) i'_L = \frac{1}{L} \cdot U_L$$

○ z 1. rovnice vyjádříme U_R a dosadíme do 2.

$$i_L \cdot R + U_L = U$$

○ z 2. rovnice vyjádříme U_L a dosadíme do 3.

$$i'_L = \frac{U - i_L \cdot R}{L} \rightarrow i'_L = \frac{U}{L} - \frac{R}{L} \cdot i_L \quad / \cdot L$$

- diferenciální rovnice: $L \cdot i'_L + R \cdot i_L = U$

Krok 2 – sestavíme charakteristickou rovnici

$$(i'_L = \lambda, i_L = 1)$$

$$L \cdot \lambda + R = U \rightarrow \lambda = -\frac{R}{L}$$

Krok 3 – dosadíme λ do očekávaného řešení

$$(i_L = K \cdot e^{\lambda t} = K \cdot e^{-\frac{R}{L}t})$$

$$i_L = K \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

Krok 4 – rovnici i_L zderivujeme

$$i'_L = K' \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + K \cdot \left(-\frac{R}{L}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

Krok 5 – i_L a i'_L dosadíme do diferenciální rovnice a vyjádříme K

$$L \cdot i'_L + R \cdot i_L = U$$

$$L \cdot \left(K' \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + K \cdot \left(-\frac{R}{L}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}\right) + R \cdot (K \cdot e^{-\frac{R}{L}t}) = U \text{ (obecně)}$$

$$10 \cdot (K' \cdot e^{-2t} + K \cdot (-2) \cdot e^{-2t}) + 20 \cdot (K \cdot e^{-2t}) = 40 \text{ (konkrétně)}$$

$$10 \cdot K' \cdot e^{-2t} - 20 \cdot K \cdot e^{-2t} + 20 \cdot K \cdot e^{-2t} = 40$$

$$K' \cdot e^{-2t} = 4 \text{ ---> } K' = 4 \cdot e^{2t}$$

$$K = \frac{4}{2} \cdot e^{2t} + k$$

Krok 6 – dosadíme K do očekávaného řešení

$$i_L = K \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = \left(\frac{4}{2} \cdot e^{2t} + k\right) \cdot e^{-2t} = \frac{4}{2} + k \cdot e^{-2t}$$

Krok 7 – za proud a čas dosadíme konkrétní hodnoty a vyjde nám integrační konstanta „k“

$$16 = \frac{4}{2} + k \cdot e^{-2 \cdot 0} \text{ ---> } k = 14$$

Krok 8 – vypočítanou konstantu použijeme a dostaneme rovnici i_L

$$i_L = \frac{4}{2} + 14 \cdot e^{-2t}$$

Krok 9 – provedeme finální kontrolu (dosazením hodnot do původní diferenciální rovnice)

$$L \cdot i'_L + R \cdot i_L = U$$

$$10 \cdot (((4 \cdot e^{2t}) \cdot e^{-2t}) + ((\frac{4}{2} \cdot e^{2t} + 14) \cdot (-2) \cdot (e^{-2t}))) + 20 \cdot (\frac{4}{2} + 14 \cdot e^{-2t}) = 40$$

$$10 \cdot (4 - 32) + 20 \cdot (16) = 40$$

$$-280 + 320 = 40$$

$$40 = 40$$

$$0 = 0$$

Výsledky (tabulka)

Příklad	Skupina	Výsledky
1	F	$I_{R2} = 0,0450A, U_{R2} = 22,5V$
2	B	$I_{R5} = 0,0247A, , U_{R5} = 14,0790V$
3	B	$I_{R4} = 0,1573A, U_{R4} = 5,3482V$
4	F	$U_{C2} = 4,4351V, \varphi_{C2} = 3^{\circ}35'$
5	B	$i_L = \frac{4}{2} + 14 \cdot e^{-2t}$