Déroulement Algorithmes 1 & 2

BEKBETKA Marouane , KEBIR Ahmed Rayane , BAAGUIGUI Ramzi , BOURZAG Mohamed Chakib , BOUMAZOUZA Ines Manel , CHOUCHOU Ibtissam Fatma , BEKKAR Merwan

[1]Projet 2CS

1. Introduction

Dans le cadre du projet 2CS et afin de bien comprendre les deux algorithmes de détection de communautés, nous présentons dans ce livrable le déroulement manuel de l'algorithme de louvain et iterative greedy. Pour ce faire, nous avons généré un graphe où les nœuds représentent les matricules des membres de l'équipe, tandis que les arêtes représentent les interactions en termes de temps passés ensemble.

Afin de faciliter le déroulement, nous avons adopté la codification suivante :

- 20/0050: BEKBETKA Marouane
- 20/0025: KEBIR Ahmed Rayane
- 20/0011: BOURZAG Mohamed Chakib
- 20/0132: CHOUCHOU Ibtissam Fatma
- 20/0260: BOUMAZOUZA Ines Manel
- 20/0280: BAAGUIGUI Ramzi
- 20/0278: BEKKAR Merwan

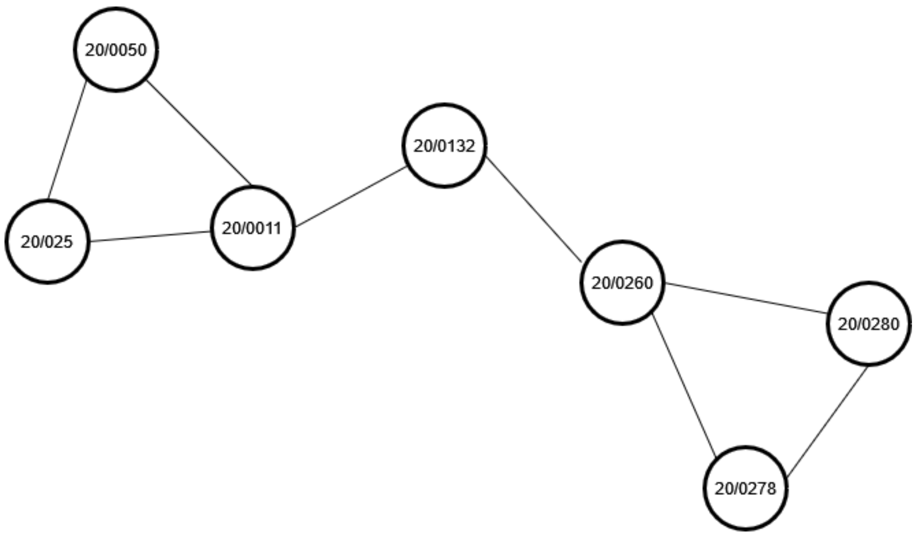

Figura 1. graphe représentant les membres de l'équipe

2. Déroulement

2.1. Déroulement de l'algorithme Louvain :

Nous commençons par décrire le déroulement de l'algorithme de Louvain, qui consiste à appliquer deux phases de manière itérative, que nous appelons "pass". La première phase vise à constituer les communautés en maximisant une métrique connue sous le nom de Modularitéularité. Au tout premier passage, chaque nœud est considéré comme une communauté distincte. La deuxième phase consiste à agréger les nœuds d'une même communauté en un seul nœud.

Ce processus est répété jusqu'à ce que la Modularité du réseau cesse d'augmenter de manière significative. Ci-dessous, nous définissons la formule appliquée pour quantifier le gain en Modularité, permettant ainsi de constituer les communautés :

$\Delta Q = \frac{k_i}{m} - \left(\frac{\Sigma \text{ tot} \times k_i}{2m^2}\right)$

- Pass 1 : On part du graphe initial avec autant de communauté que de noeuds

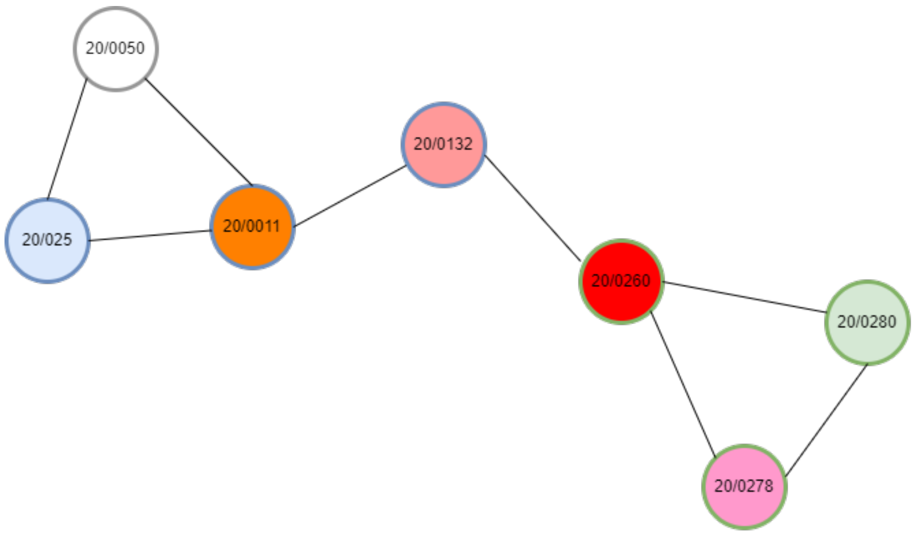

Figura 2. Graphe Initial

- Phase 1 :
  - Noeud 1:
    - 1->2:
      $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{2\times 2}{2\times 8^2} = \frac{3}{32}$
    - 1->3:
      $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{3\times 2}{2\times 8^2} = \frac{5}{64}$

      Après calcul, on remarque que le gain maximal est obtenu de en fusionnant 1 et 2 au niveau de la même communauté. Ainsi,le graphe obtenu est le suivant :

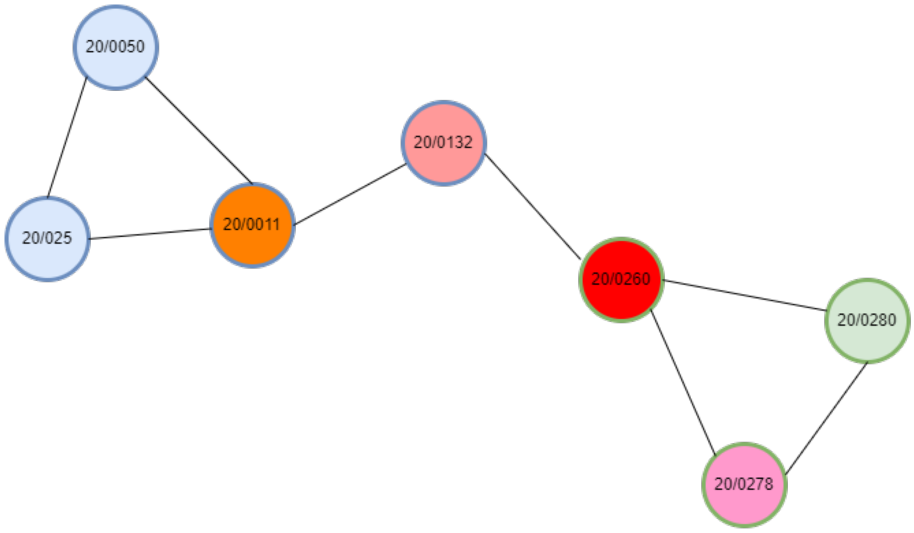

Figura 3. Fusion du noeud 1 et 2

* Noeud 2:
  - 2->3:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{3\times 2}{2\times 8^2} = \frac{5}{64}$
  - 2->1:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{2\times 2}{2\times 8^2} = \frac{3}{32}$
    Donc, la meilleure fusion est de mettre 1 et 2 au sein de la même communauté.
* Noeud 3:
  - 3->1,2:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{4\times 3}{2\times 8^2} = \frac{5}{32}$
  - 3->4:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{2\times 3}{2\times 8^2} = \frac{5}{64}$
    Ainsi, le nouveau graphe obtenu est le suivant

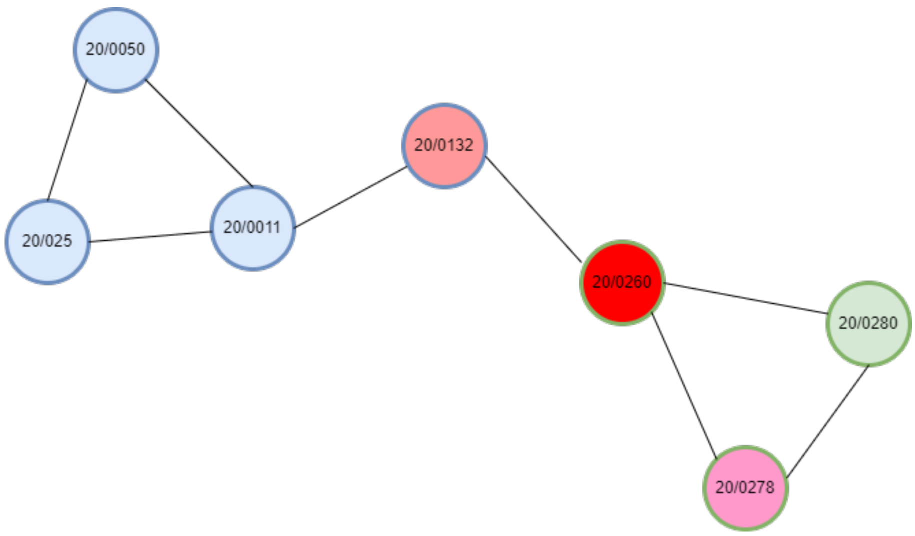

Figura 4. Fusion noeuds 1, 2 et 3

* Noeud 4:
  * 4->1,2,3:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{7\times2}{2\times8^2} = \frac{1}{64}$
  * 4->5:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{3\times2}{2\times8^2} = \frac{5}{64}$

  On obtient le graphe suivant :

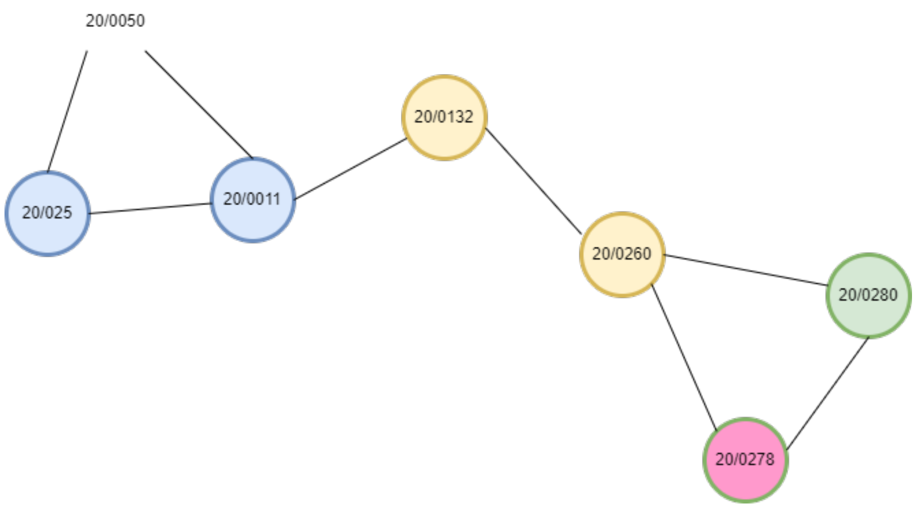

Figura 5. Fusion noeuds 4 et 5

* Noeud 5:
  * 5->4:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{2\times3}{2\times8^2} = \frac{5}{64}$
  * 5->6:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{3\times2}{2\times8^2} = \frac{5}{64}$
  * 5->6:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{3\times2}{2\times8^2} = \frac{5}{64}$
    Etant donné que le gain est le même, on choisit de garder 5 dans la même communauté de 4.

* Noeud 6:
  * 6->5,4:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{5\times2}{2\times8^2} = \frac{3}{64}$
  * 6->7:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{2\times2}{2\times8^2} = \frac{3}{32}$
    Ainsi, le graphe est le suivant

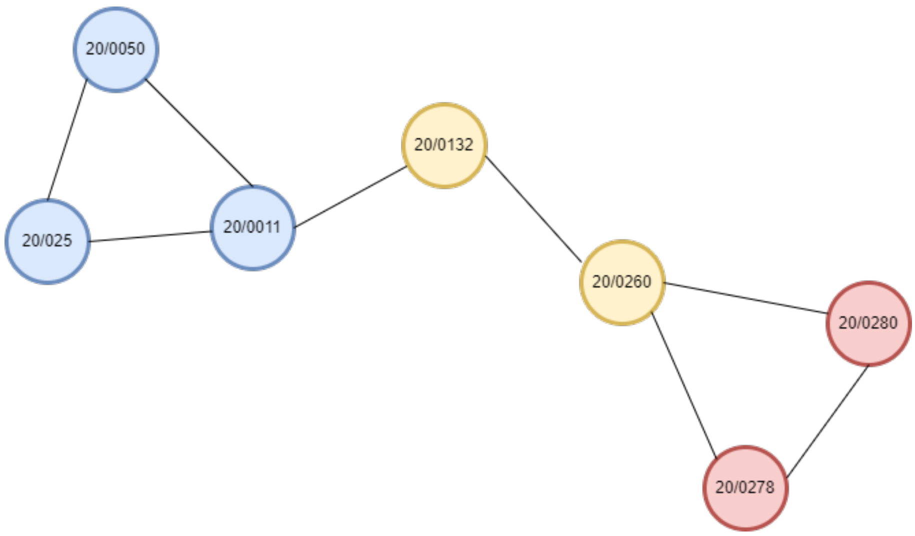

Figura 6. Fusion noeuds 6 et 7

- Noeud 7:
  - 7->6:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{2\times2}{2\times8^2} = \frac{3}{32}$
  - 7->5,4:
    $\Delta Q = \frac{1}{8} - \frac{5\times2}{2\times8^2} = \frac{3}{64}$
    Donc le meilleur gain et en gardant 6 et 7 dans la même communauté.
- Phase 2 : Tenant compte des résultats de la première phase, on obtient le graphe suivant :

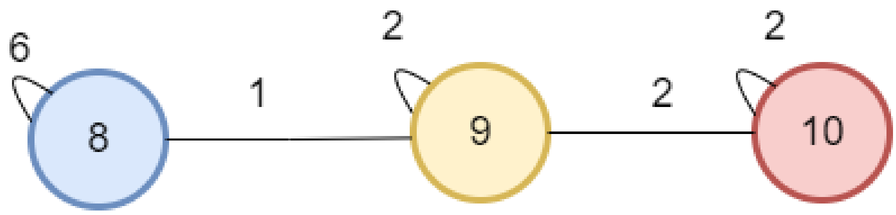

Figura 7. Graphe pass 2

– Pass 2
  - Phase 1: Désormais, nous allons appliquer les mêmes étapes que précédemment sur le graphe résultant du premier pass.
    - Noeud 8:
    - 8->9:
      $\Delta Q = \frac{1}{13} - \frac{7\times5}{2\times13^2} = \frac{-9}{338}$
      Il n'est donc pas possible de fusionner les communautés représentées par les nœuds 8 et 9 en une seule.
    - Noeud 9:
    - 9->8:
      $\Delta Q = \frac{1}{13} - \frac{7\times5}{2\times13^2} = \frac{-9}{338}$

· 9->10:
$\Delta Q = \frac{1}{13} - \frac{4\times5}{2\times13^2} = 0.094$
Ainsi, Les communautés représentées par les noeuds 9 et 10 sont fusionnées en une seule et on obtient ainsi le graphe suivant :

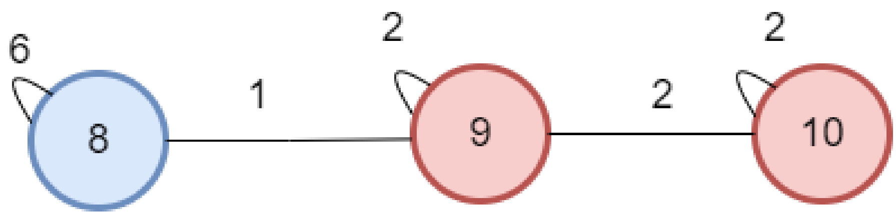

Figura 8. Fusion noeuds 9 et 10

∗ Phase 2 : On fusionne les deux noeuds 9 et 10 et on obtient le nouveau graphe suivant :

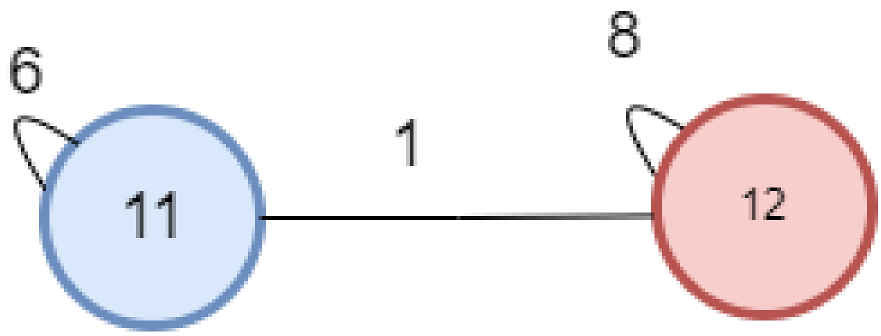

Figura 9. Fusion noeuds 9 et 10

– Pass 3:
Le graphe résultant du pass 2 ne contient plus que deux noeuds, nous calculons ainsi le gain obtenu en les fusionnant comme suit :
$\Delta Q = \frac{1}{15} - \frac{9\times7}{2\times15^2} = \frac{-11}{150}$
Etant donné que le gain obtenu est négatif, il n'est plus possible de fusionner et l'algorithme de louvain s'arrête avec comme communauté les deux suivantes :

1. Première communauté : 1: 20/0025 (Benbetka), 2: 20/0050 (Rayan Kebir), 3: 20/0011 (Chakib Bourzag)
2. Deuxième communauté : 0/0132 (Chouchou),5: 20/0260 (Boumazouza Ines), 6: 20/0280 (Baaguigui Ramzi),7: 20/0278 (Bekkar Merwan)

2.2. Déroulement de l'algorithme Iterrative Greedy:

2.2.1. Phase Initiale

La première étape consiste à fournir une solution initiale pour démarrer l'algorithme itérative Greedy. Cette solution initiale est obtenue grâce à l'algorithme**GCP** . Dans ce qui suit, nous allons appliquer cet algorithme sur notre graphe pour développer la méthode étape par étape.

1. Itération 1 : Ajout de Chakib
   - $Modularit\phi = 0$
   - Résultat : Chakib dans un cluster rouge.

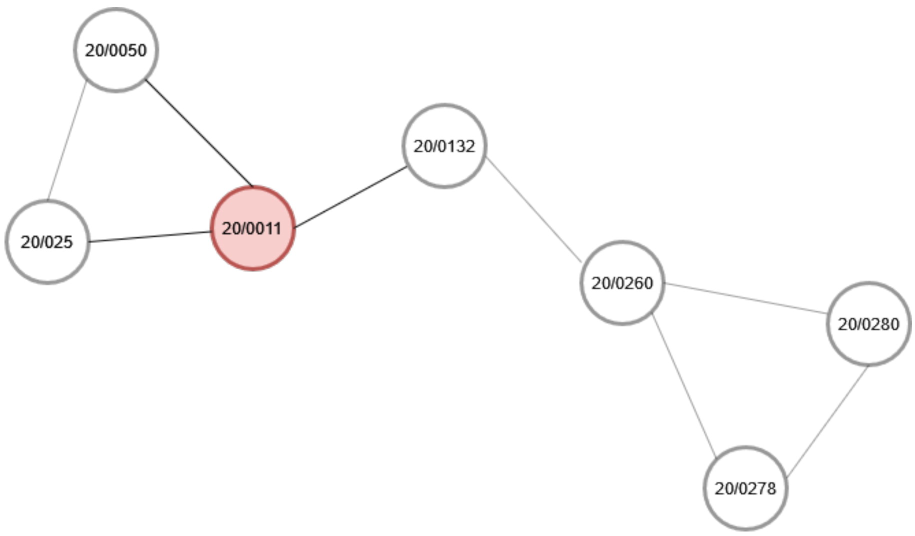

Figura 10. Itération 1 : Ajout de Chakib

2. Itération 2 : Ajout de Ramzi
   - $Modularit(\text{Chakib, Ramzy}) = 0$ (Aucune arête entre eux)
   - Résultat : Ramzy dans un nouveau cluster vert.

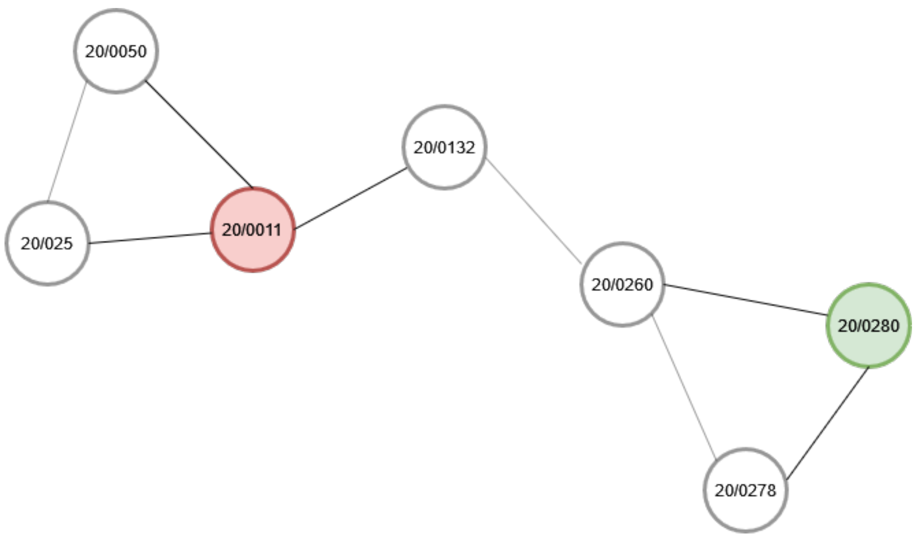

Figura 11. Itération 2 : Ajout de Ramzi

3. Itération 3 : Ajout de Marouane

- $Modularit(\text{Marouane, Chakib}) = \left[\frac{1}{1} - \left(\frac{2}{2}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{0}{2}\right)^2\right] = 0$
- $Modularit(\text{Marouane, Ramzy}) = \left[0 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] = -\frac{1}{2}$
- Résultat : Marouane dans un nouveau cluster bleu.

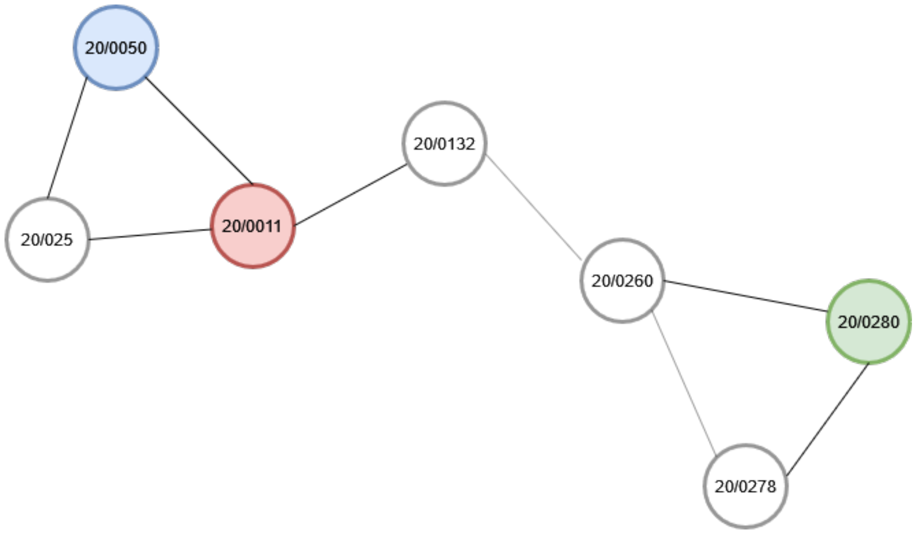

Figura 12. Itération 3 : Ajout de Marouane

4. Itération 4 : Ajout d'Ines

- $Modularit(\text{Ines, Ramzy}) = \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{2}{2\cdot 2}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{1}{2\cdot 2}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{1}{2\cdot 2}\right)^2\right] = \frac{1}{8}$
- $Modularit(\text{Ines, Marouane}) = \left[0 - \left(\frac{2}{2\cdot 2}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{1}{2\cdot 2}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{1}{2\cdot 2}\right)^2\right] = -\frac{3}{8}$
- $Modularit(\text{Ines, Chakib}) = \left[0 - \left(\frac{2}{2\cdot 2}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{1}{2\cdot 2}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{1}{2\cdot 2}\right)^2\right] = -\frac{3}{8}$
- ModularitéBest = $\frac{1}{8} > M\phi = -\frac{1}{2}$
- Résultat : ajoutée au cluster vert.

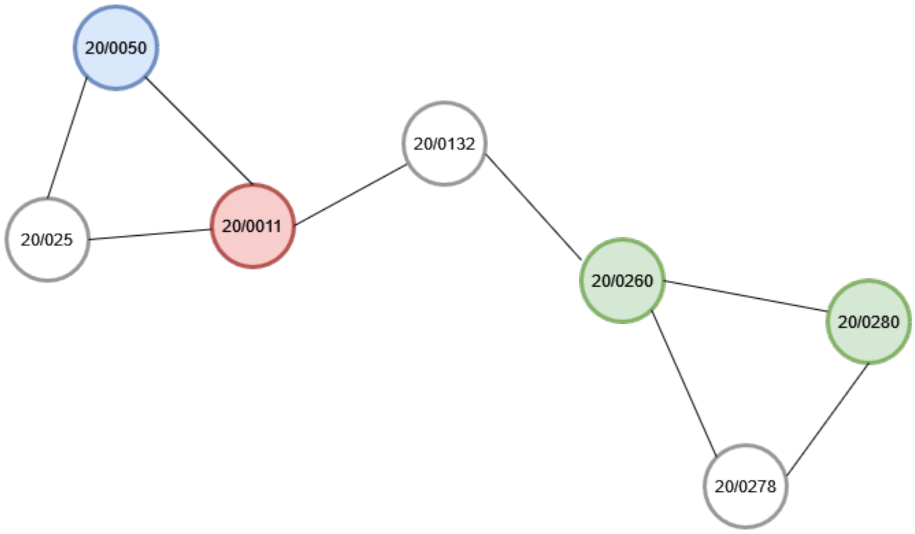

Figura 13. Itération 4 : Ajout d'Ines

5. Itération 5 : Ajout d'Ibtissam
   - $Modularit(\text{Ibtissam, (Ramzy, Ines)}) = \left[\frac{2}{4} - \left(\frac{5}{2\cdot4}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{2}{2\cdot4}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{1}{2\cdot4}\right)^2\right] = \frac{1}{32}$
   - $Modularit(\text{Ibtissam, Marouane}) = \left[0 - \left(\frac{3}{2\cdot4}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{2}{2\cdot4}\right)^2\right] + \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{3}{2\cdot4}\right)^2\right] = -\frac{3}{16}$
   - $Modularit(\text{Ibtissam, Chakib}) = \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{4}{2\cdot4}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{1}{2\cdot4}\right)^2\right] + \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{3}{2\cdot4}\right)^2\right] = \frac{3}{32}$
   - ModularitéBest = $\frac{3}{32} < \frac{1}{8}$
   - Résultat : Ibtissam dans un nouveau cluster jaune.

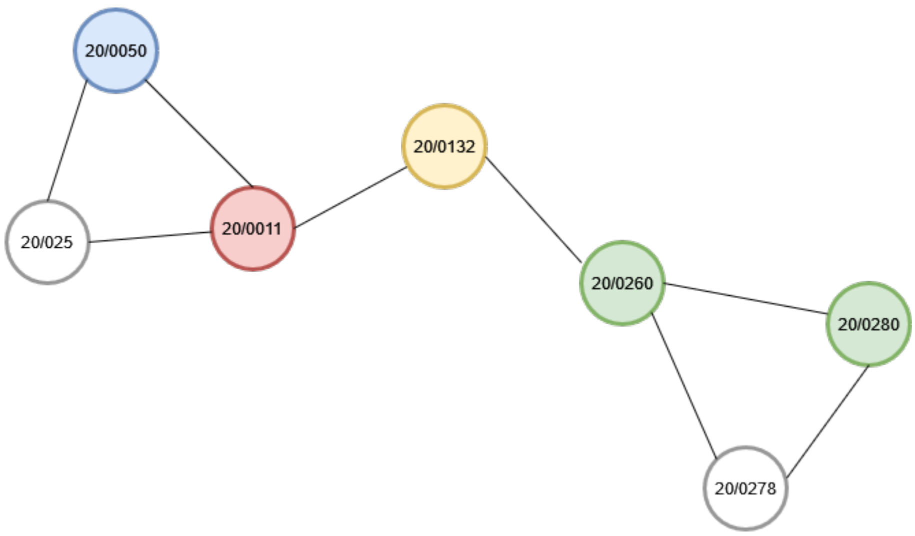

Figura 14. Itération 5 : Ajout d'Ibtissam

6. Itération 6 : Ajout de Rayane
   - $Modularit$(Rayane, Marouane) $= \left[\frac{1}{6} - \left(\frac{4}{2 \cdot 6}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{3}{2 \cdot 6}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{2}{2 \cdot 6}\right)^2\right] + \left[\frac{1}{6} - \left(\frac{3}{2 \cdot 6}\right)^2\right] = \frac{83}{216}$
   - $Modularit$(Rayane, (Ramzy, Ines)) $= \left[\frac{1}{6} - \left(\frac{5}{2 \cdot 6}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{2}{2 \cdot 6}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{3}{2 \cdot 6}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{2}{2 \cdot 6}\right)^2\right] = -\frac{1}{8}$
   - $Modularit$(Rayane, Chakib) $= \left[\frac{1}{6} - \left(\frac{5}{2 \cdot 6}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{2}{2 \cdot 6}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{3}{2 \cdot 6}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{2}{2 \cdot 6}\right)^2\right] = -\frac{1}{8}$
   - $Modularit$(Rayane, Ibtissam) $= \left[0 - \left(\frac{4}{2 \cdot 6}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{3}{2 \cdot 6}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{2}{2 \cdot 6}\right)^2\right] + \left[\frac{1}{6} - \left(\frac{3}{2 \cdot 6}\right)^2\right] = -\frac{349}{1296}$
   - ModularitéBest = $\frac{83}{216} > M\phi = \frac{1}{64}$
   - Résultat : ajouté Rayane au cluster bleu.

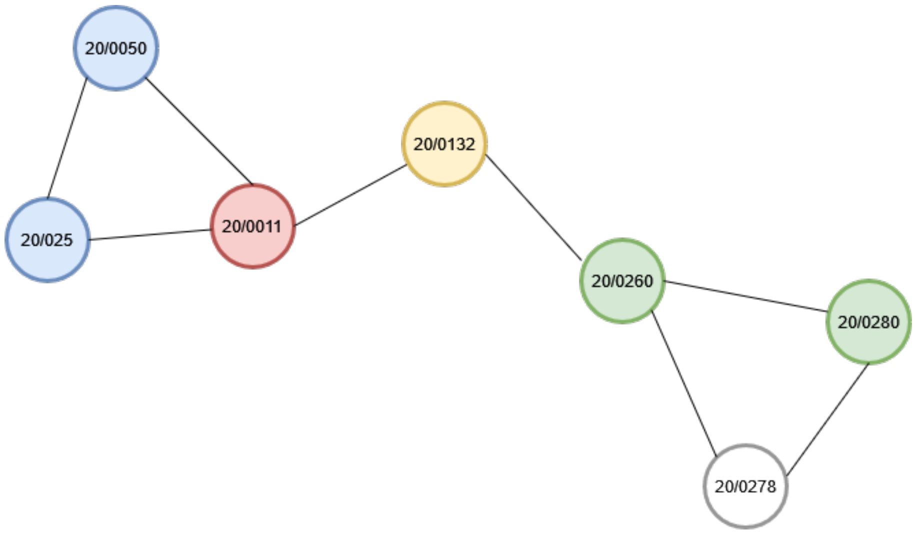

Figura 15. Itération 6 : Ajout de Rayane

7. Itération 7 : Ajout de Merwan
   - $Modularit$(Merwan ,(Ramzy , Ines)) $= \left[\frac{3}{8} - \left(\frac{7}{2 \cdot 8}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{3}{2 \cdot 8}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{2}{2 \cdot 8}\right)^2\right] + \left[\frac{1}{6} - \left(\frac{4}{2 \cdot 8}\right)^2\right] = \frac{159}{256}$
   - $Modularit$(Merwan, (Marouane, Rayane)) $= \left[\frac{1}{8} - \left(\frac{6}{2 \cdot 8}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{2}{2 \cdot 8}\right)^2\right] + \left[\frac{1}{8} - \left(\frac{3}{2 \cdot 8}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{2}{2 \cdot 8}\right)^2\right] = -\frac{1}{8}$
   - $Modularit$(Merwan, Chakib) $= \left[0 - \left(\frac{5}{2 \cdot 8}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{2}{2 \cdot 8}\right)^2\right] + \left[\frac{1}{8} - \left(\frac{3}{2 \cdot 8}\right)^2\right] + \left[\frac{1}{8} - \left(\frac{4}{2 \cdot 8}\right)^2\right] = -\frac{1}{8}$
   - $Modularit$(Merwan, Ibtissam) $= \left[0 - \left(\frac{4}{2 \cdot 8}\right)^2\right] + \left[0 - \left(\frac{3}{2 \cdot 8}\right)^2\right] + \left[\frac{1}{8} - \left(\frac{4}{2 \cdot 8}\right)^2\right] + \left[\frac{1}{8} - \left(\frac{4}{2 \cdot 8}\right)^2\right]$
   - Modularitébest = $\frac{159}{256} > M\phi = \frac{83}{216}$

– Résultat : ajouté au cluster vert.

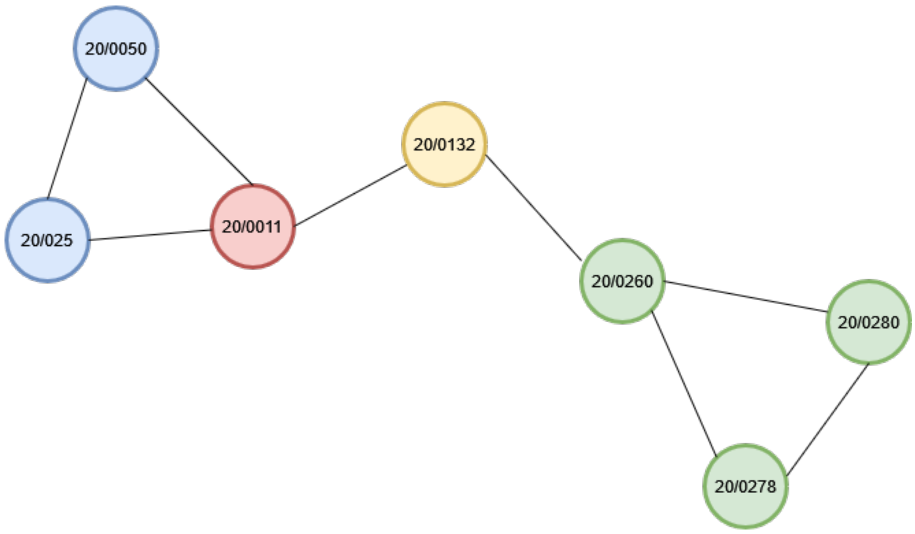

Figura 16. Itération 7 : Ajout de Merwan

2.2.2. Deuxième Étape

1. 1ère Itération

   – **Phase 1 : Destruction** :
   On choisit l'hyperparamètre

   $$\beta = 0.3$$

   Pour déterminer le nombre de nœuds à retirer, le calcul s'effectue de la manière suivante :

   $$\beta \times 7 = 0.3 \times 7 = 2.1$$

   Par conséquent, on arrondit ce résultat au nombre entier le plus proche pour déterminer le nombre d'éléments à choisir aléatoirement pour la destruction. Dans notre cas, cela implique de choisir 2 éléments.

   Alors on va choisir aléatoirement Merwan et Chakib pour cette opération.

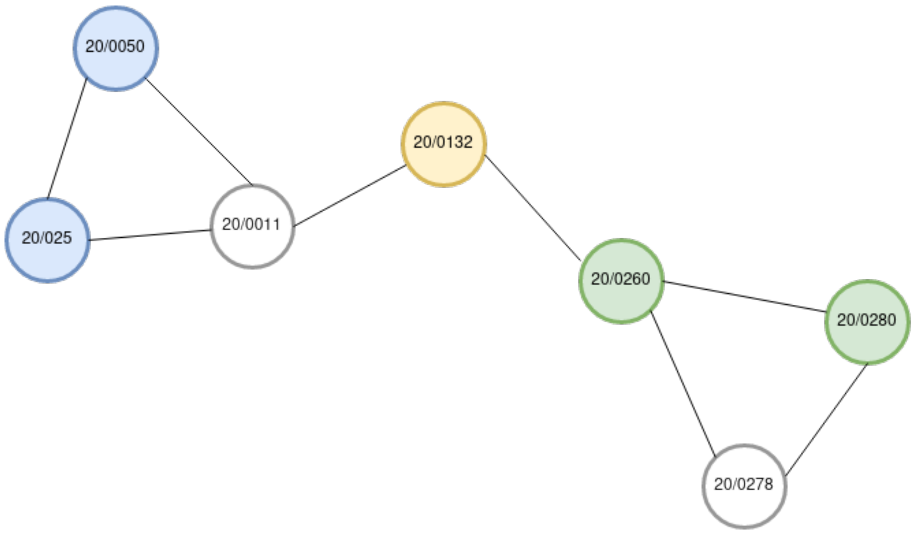

Figura 17. Phase 1 : Destruction

- **Phase 2 : Construction**

Clusters	Chakib	Merwan
Bleu	$\frac{3}{8} + \left(\frac{7}{12}\right)^2 + 0 - \frac{2}{12} + \frac{1}{6} - \left(\frac{3}{12}\right)^2 = 0.23$	$\frac{3}{8} - \left(\frac{9}{16}\right)^2 + 0 - \left(\frac{2}{16}\right)^2 + \frac{1}{8} - \left(\frac{5}{16}\right)^2 = 0.07$
Rouge	$\frac{1}{6} - \left(\frac{4}{12}\right)^2 + \frac{1}{6} - \left(\frac{5}{12}\right)^2 + \frac{1}{6} - \left(\frac{3}{6}\right)^2 = 0.15$	$\frac{3}{8} - \left(\frac{7}{16}\right)^2 + 0 - \left(\frac{4}{16}\right)^2 + \frac{1}{8} - \left(\frac{5}{16}\right)^2 = 0.148$
Vert	$\frac{1}{6} - \left(\frac{4}{12}\right)^2 + 0 - \left(\frac{2}{12}\right)^2 + \frac{1}{6} - \left(\frac{6}{12}\right)^2 = -0.05$	$\frac{3}{8} - \left(\frac{7}{16}\right)^2 + 0 - \left(\frac{2}{16}\right)^2 + \frac{3}{8} - \left(\frac{7}{16}\right)^2 = 0.35$

Tabela 1. Calculs de modularité pour Chakib et Merwan.

Au début, on aura tous les nœuds dans le graphe sauf Chakib et Merwan. Après, on ajoute Chakib au cluster bleu car la modularité maximale (-0.07, 0.15, 0.23) est de 0.23.
Ensuite, on ajoute Merwan au cluster vert car la modularité maximale (-0.05, 0.148, 0.35) est de 0.35.

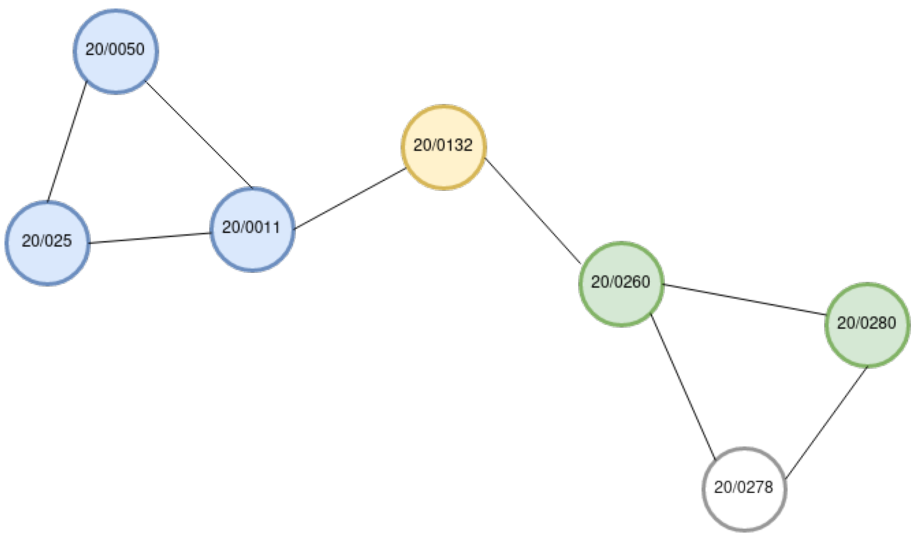

Figura 18. Phase 1 : Construction 01

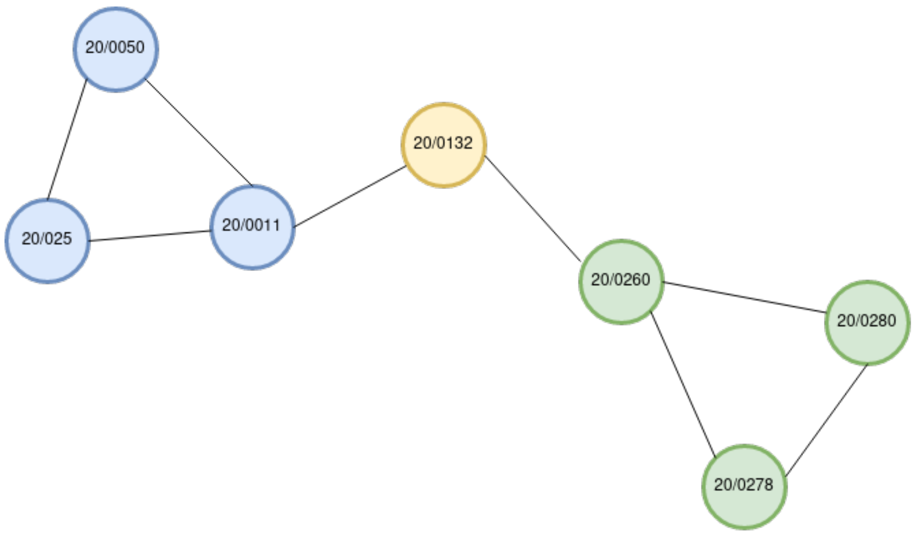

Figura 19. Phase 1 : Construction 02

2. 2ème Itération
   - **Phase 1 : Destruction** On choisit alétoirement deux noeuds Marouane et ibtissam

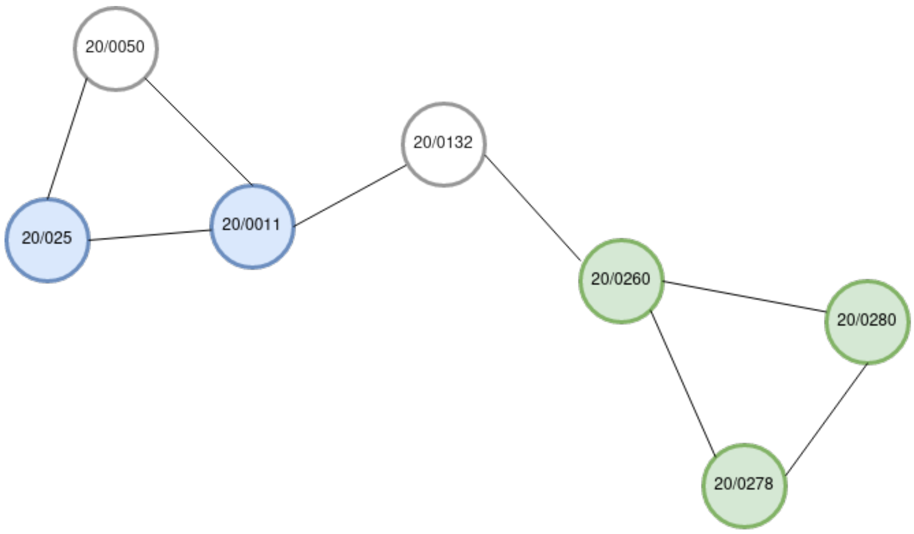

Figura 20. Phase 1 : Destruction

   - **Phase 2 : Construction**

Clusters	Ibtissam	Marouane
Bleu	$\frac{2}{6}-\left(\frac{5}{12}\right)^2+\frac{3}{6}-\left(\frac{7}{12}\right)^2=0.31$	$\frac{4}{8}-\left(\frac{9}{16}\right)^2+\frac{3}{8}-\left(\frac{7}{16}\right)^2=0.36$
Rouge	$\frac{1}{6}-\left(\frac{3}{12}\right)^2+0-2\left(\frac{2}{12}\right)^2+\frac{3}{6}-\left(\frac{7}{12}\right)^2=0.23$	$\frac{2}{8}-\left(\frac{7}{16}\right)^2+0-\left(\frac{2}{6}\right)^2+\frac{3}{8}-\left(\frac{7}{16}\right)^2=0.22$
Vert	$\frac{1}{6}-\left(\frac{3}{12}\right)^2+\frac{4}{6}-\left(\frac{9}{12}\right)^2=0.2$	$\frac{2}{8}-\left(\frac{7}{16}\right)^2+\frac{3}{8}-\left(\frac{9}{16}\right)^2=0.11$

Tabela 2. Calculs de modularité pour Ibtissam et Marouane dans différents clusters.

Au début, on aura tous les nœuds dans le graphe sauf Marouane et Ibtissam. Après, on ajoute Chakib au cluster bleu car la modularité maximale (0.31, 0.23, 0.11) est de 0.31. Ensuite, on ajoute Marouane au cluster vert car la modularité maximale (0.11, 0.22, 0.36) est de 0.36.

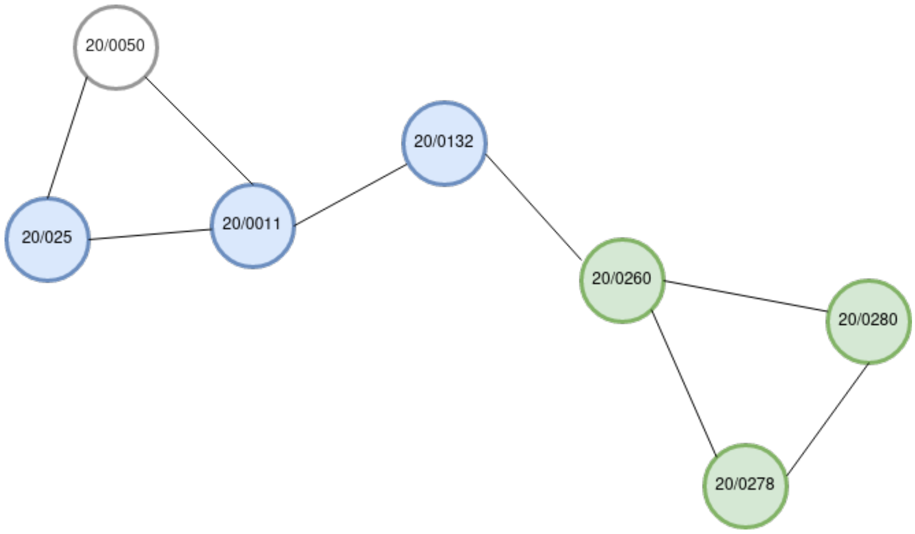

Figura 21. Phase 2: Construction01

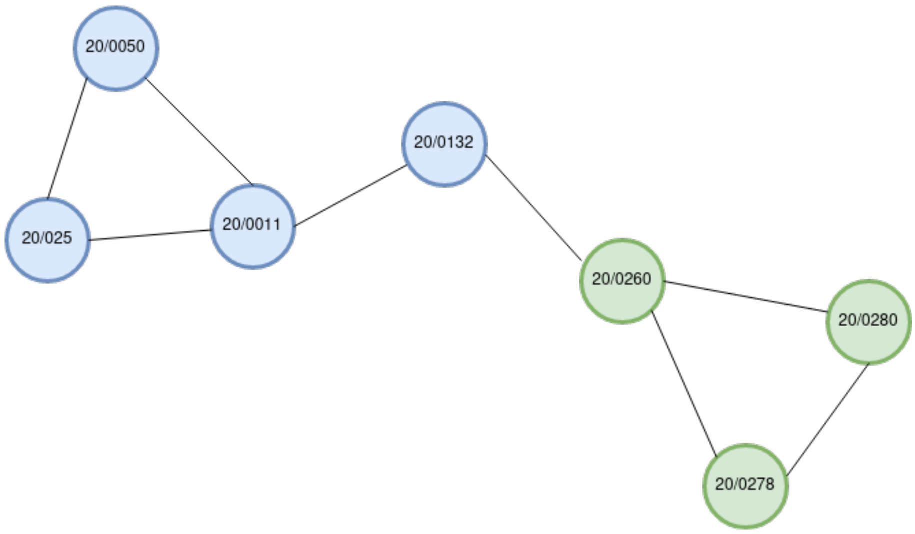

Figura 22. Phase 2 : Construction 02