ELEMENTOS DE MÁQUINAS

PROJETO DE EIXOS

Prof. : Dr. José Carlos de Camargo

jccamargo@uesc.br



4.o - Projeto de eixos

Objetivos:

- Propor geometrias razoáveis para que os eixos sustentem vários tipos de elemento transmissor de potência, providenciando o posicionamento seguro de cada um deles e uma transmissão confiável;
- Calcular as forças exercidas nos eixos por engrenagens, polias de correia e correntes dentadas;
- Determinar a distribuição de torque nos eixos;
- Especificar dimensões finais razoáveis para eixos que satisfaçam aos requisitos de resistência e às considerações de instalação e que sejam compatíveis com os elementos montados nos eixos;
- Considerar a influência da rigidez do eixo em seu desempenho dinâmico.



4.0 - Projeto de eixos: procedimento de projeto de eixo

A abordagem recomendada para o projeto e a análise de eixo é a teoria de falha por energia de distorção.

Procedimento para projeto de um eixo:

- Determinar a velocidade angular do eixo;
- Estabelecer a potência ou o torque a ser transmitido pelo eixo;
- Definir o projeto dos componentes transmissores de potência ou de outros dispositivos que serão montados no eixo;
- Especificar a localização dos rolamentos que sustentarão o eixo;
- Propor a forma geral da geometria para o eixo, considerando como cada elemento será mantido em posição axialmente e como a transmissão de potência de cada elemento até o eixo acontecerá;



4.0 - Projeto de eixos : procedimento de projeto de eixo

- Determinar a magnitude do torque que o eixo recebe em todos os pontos;
- Determinar as forças exercidas sobre o eixo, tanto no sentido radial quanto no axial;
- Separar as forças radiais em componentes nas direções perpendiculares, em geral vertical e horizontalmente;
- Produzir os diagramas completos de força de cisalhamento e momento fletor para determinar a distribuição de momentos fletores no eixo;
- Selecionar o material do qual o eixo será feito e especificar sua condição: estirado a frio, com tratamento térmico, entre outros.



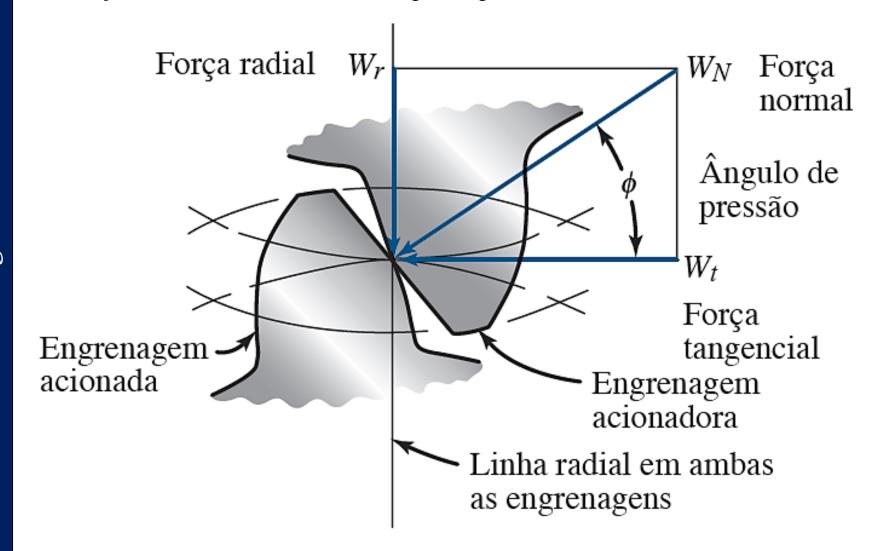
4.0 - Projeto de eixos : procedimento de projeto de eixo

- Estabelecer uma tensão de projeto apropriada, considerando a forma de carregamento;
- Analisar todos os pontos críticos do eixo para determinar o diâmetro mínimo aceitável em cada um;
- Especificar dimensões finais, acabamentos da superfície, tolerâncias, detalhes de dimensionamento geométrico, raios dos filetes, altura dos flanges, dimensões dos assentos, geometria do sulco do anel de retenção e outros detalhes para cada parte do eixo.



4.0 - Projeto de eixos : forças exercidas sobre os eixos pelos elementos de máquina

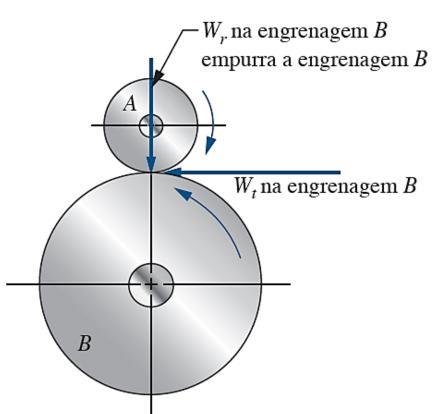
Forças nos dentes de uma engrenagem acionada



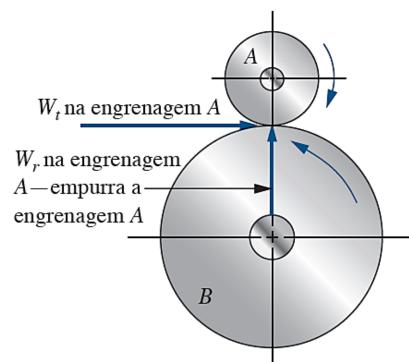


4.0 - Projeto de eixos : forças exercidas sobre os eixos pelos elementos de máquina

Direções das forças em engrenagens de dentes retos conjugadas:



(a) Forças de ação—engrenagem A aciona engrenagem B.
 Forças exercidas na engrenagem B pela engrenagem A.

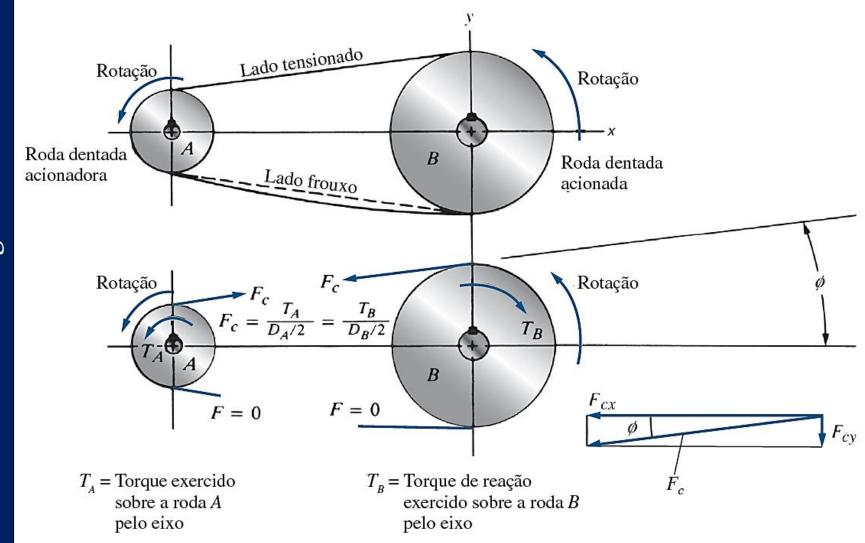


(b) Forças de reação. Forças exercidas na engrenagem A pela engrenagem B.



4.0 - Projeto de eixos : forças exercidas sobre os eixos pelos elementos de máquina

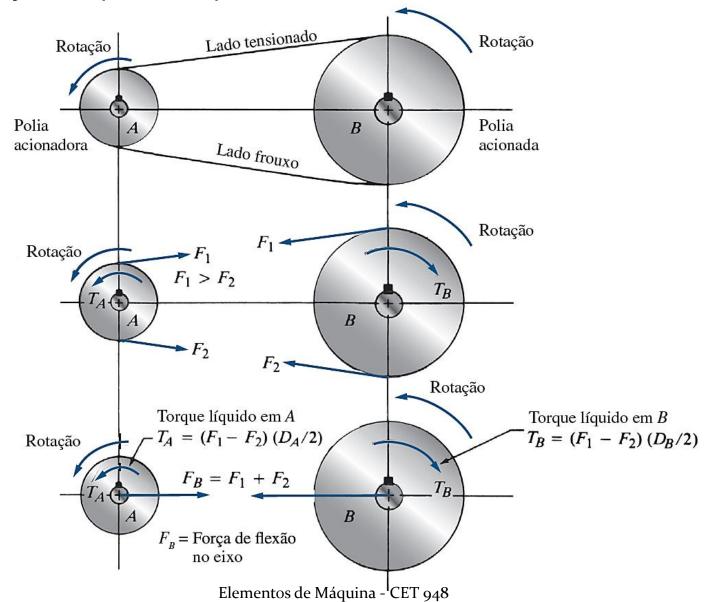
Forças atuando sobre correntes dentadas:





4.0 - Projeto de eixos : forças exercidas sobre os eixos pelos elementos de máquina

Forças em polias ou polias de correia:





4.o - Projeto de eixos : concentrações de tensões em eixos

- É possível estabelecer um conjunto de valores de projeto preliminares para fatores de concentração de tensão comumente encontrados, que podem ser usados como estimativas iniciais aos diâmetros de eixo mínimos aceitáveis;
- Então, após a seleção das dimensões precisas, pode-se analisar a geometria final para determinar os valores reais dos fatores de concentração de tensão;
- A comparação dos valores finais com os preliminares permitirá que se estabeleça a aceitabilidade do projeto.



4.o - Projeto de eixos : tensões de projeto para eixos

Tensão de cisalhamento de projeto – torque constante:

$$\tau_d = s_y / (N\sqrt{3}) = (0.577s_y) / N$$

Tensão de cisalhamento de projeto – cisalhamento vertical invertido:

$$D = \sqrt{2,94 \ K_t(V) N/s_n'}$$
 Eq. 12.16

Obs.: A equação acima deve ser usada para calcular o diâmetro necessário de um eixo onde uma força de cisalhamento vertical V é o único carregamento significativo presente.



4.0 - Projeto de eixos : tensões de projeto para eixos

Tensão normal de projeto – carregamento de fadiga:

$$\sigma_d = s'_n/N$$

Fator de projeto, N: neste livro, será usado normalmente N = 2,5 a 3,0, indicando um nível moderado de incerteza sobre as resistências reais do material, as condições de carga e os fatores ambientais a longo prazo.



4.0 – Projeto de eixos : eixos submetidos a flexo-torção

Exemplos de eixos submetidos a flexo-torção são aqueles que sustentam engrenagens de dentes retos, polias de correia em V ou rodas dentadas;

- A potência transmitida causa a torção, e as forças transversais nos elementos causam flexão;
- Uma equação de projeto é desenvolvida agora com base na suposição de que a tensão de flexão no eixo é repetida e invertida ao longo da rotação, mas que a tensão de cisalhamento torcional é praticamente uniforme.



4.0 – Projeto de eixos : eixos submetidos a flexo-torção

Dados experimentais mostram que falha sob combinações de flexão e torção segue mais ou menos a curva que conecta esses dois pontos, que obedece à seguinte equação:

$$(\sigma/s'_n)^2 + (\tau/s_{ys})^2 = 1$$

Agora, podemos introduzir um fator de concentração de tensão para flexão apenas no primeiro termo, pois essa tensão é repetida:

$$(K_t N \sigma / s_n')^2 + (N \tau \sqrt{3} / s_y)^2 = 1$$

Para eixos rotativos, sólidos ou circulares, a tensão de flexão por momento fletor, *M*, é:

$$\sigma = M/S$$



4.o - Projeto de eixos : eixos submetidos a flexo-torção

Tensão de cisalhamento torcional e:

$$\tau = T/Z_n$$

Tem-se:

$$\left[\frac{K_t NM}{Ss'_n}\right]^2 + \left[\frac{NT\sqrt{3}}{2Ss_y}\right]^2 = 1$$

Seja S = $pD^3/32$ para um eixo circular sólido:

$$\frac{32N}{\pi D^3} \sqrt{\left[\frac{K_t M}{s_n'}\right]^2 + \frac{3}{4} \left[\frac{T}{s_v}\right]^2} = 1$$

Equação de projeto para eixo:

$$D = \left[\frac{32 N}{\pi} \sqrt{\left[\frac{K_t M}{s_n'} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[\frac{T}{s_y} \right]^2} \right]^{1/3}$$
Eq. 12.24



4.0 - Projeto de eixos : rigidez do eixo e considerações dinâmicas

- A deflexão radial excessiva do eixo pode desalinhar elementos ativos, resultando em baixo desempenho e desgaste acelerado;
- A deflexão do eixo também contribui muito para a tendência que ele tem de vibrar durante a rotação;
- O eixo em si e os elementos montados sobre ele devem ser balanceados;
- Comportamento dinâmico do eixo pode se tornar perigosamente destrutivo se for operado próximo à sua velocidade crítica;



4.0 - Projeto de eixos : rigidez do eixo e considerações dinâmicas

As seguintes ações podem reduzir possíveis problemas com deflexões ou velocidades críticas:

- Tornar o eixo mais rígido pode evitar comportamentos dinâmicos indesejáveis;
- Diâmetros maiores de eixo aumentam a rigidez;
- Comprimentos menores de eixo reduzem a deflexão e as velocidades críticas;
- Recomenda-se a colocação de elementos ativos no eixo próximos aos rolamentos de apoio.



4.0 - Projeto de eixos : rigidez do eixo e considerações dinâmicas

- A redução do peso dos elementos sustentados pelo eixo diminui a deflexão estática e a velocidade crítica;
- É desejável a seleção de material para o eixo com razão elevada de E/ρ;
- Os rolamentos devem ter rigidez alta em termos de deflexão radial em relação ao carregamento;
- As montagens para rolamentos e carcaças devem ser projetadas com rigidez alta;



4.o - Projeto de eixos : eixos flexíveis

- Às vezes, é desejável transmitir movimento rotacional e potência entre dois pontos desalinhados entre si;
- A flexibilidade permite que o ponto acionado fique separado do acionador de modo paralelo ou angular.

Eixos unidirecionais são utilizados para transmissão de potência em aplicações como:

 sistemas de automação, maquinários industriais, equipamentos agrícolas, atuadores de aeronaves, ajustadores de assento, dispositivos médicos e odontológicos, velocímetros, equipamentos de carpintaria e ferramentas de joalheiros.

Já <u>eixos flexíveis bidirecionais</u> são empregados em controles remotos, acionamento de válvulas e dispositivos de segurança.



EXERCÍCIOS



EM PROJETOS MECÂNICOS

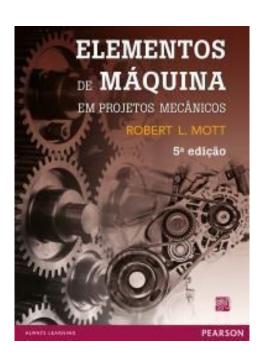
ROBERT L. MOTT

5ª edição

Site do livro digital

http://uesc.bv3.digitalpages.com.br/users/sign_in

Capítulo 12



PROJETO DE EIXOS

Aplicação:

Exemplo 12.1, transmissão para um sistema de ventilação

Diâmetro D₃ — até a direita do ponto B — flexão e torção

Este auxílio de projeto calcula o diâmetro mínimo aceitável usando a Equação 12.24 para eixos sujeitos a torção constante e/ou flexão rotacional.

A Equação 12.16 é usada quando apenas a tensão de cisalhamento vertical está presente.

Dados de entrada

(Inserir valores em itálico.)

Especificação do material do eixo: Aço SAE 1144 OQT 1000

> Resistência à tração: 118000 psi $S_{"} =$

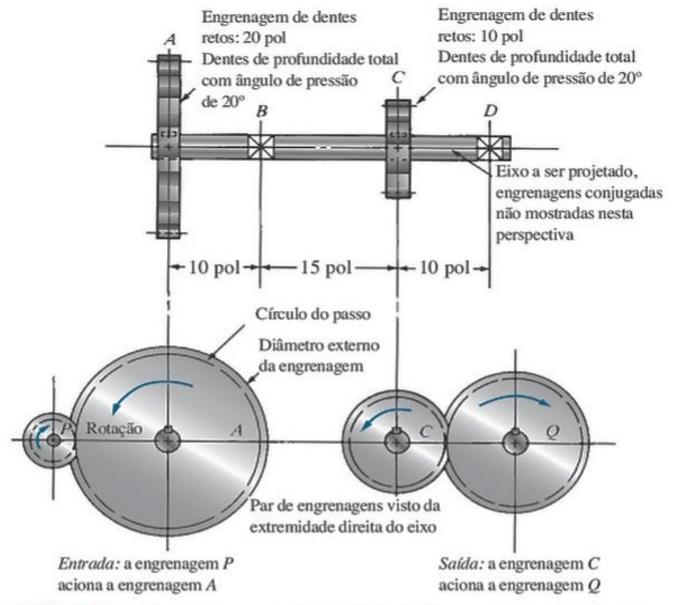
Tensão de escoamento: 83000 psi $S_v =$

Resistência à fadiga básica: 42000 psi A partir da Figura 5.8 $S_n =$

> A partir da Figura 5.9 Fator de forma: 0,75 $C_{i} = 1$

Fator de confiabilidade: A partir da Tabela 5.2 $C_R =$ 0,81

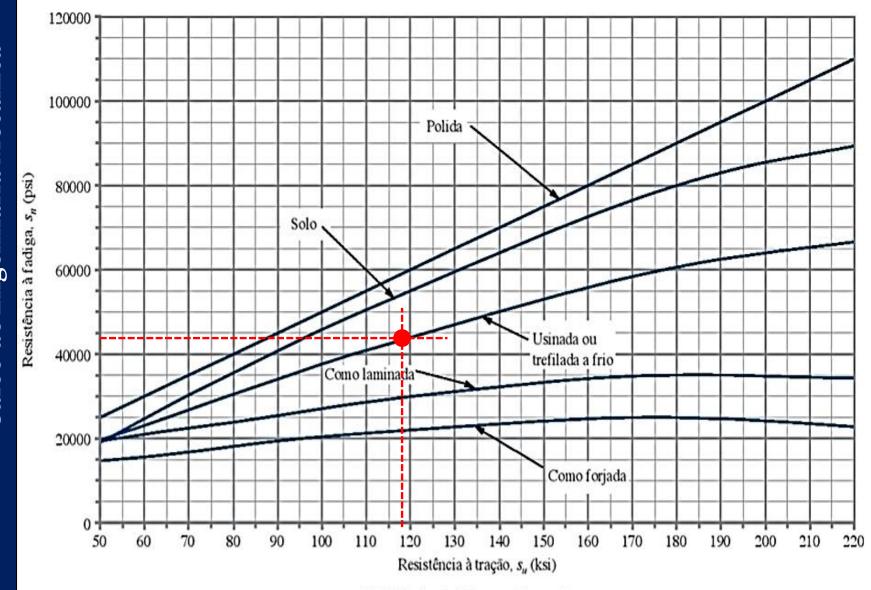




► FIGURA 12.1 Eixo intermediário para um redutor de dupla redução com engrenagem de dentes retos.



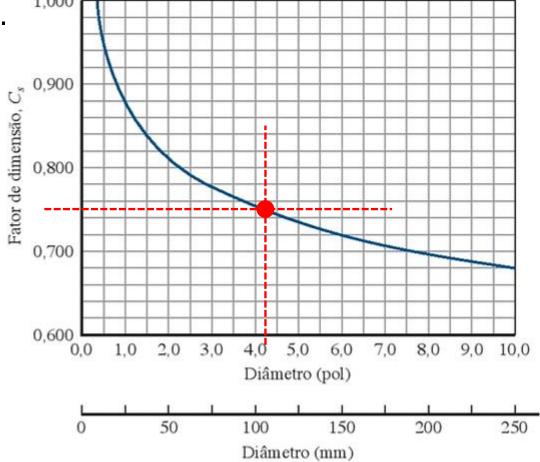
4.0 – Projeto de eixos : planilha de apoio para projeto de eixo Cálculo da resistência a fadiga básica – S_n (Fig. 5.8 – livro Mott)





Cálculo do fator de forma – C_s (Fig. 5.9 – livro Mott).

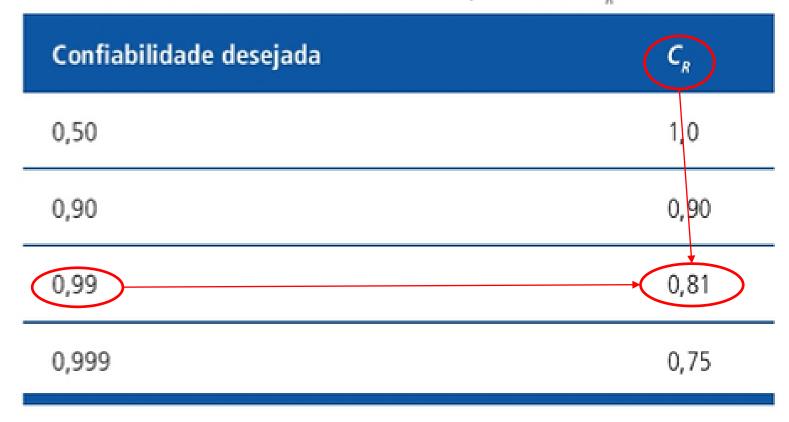
Um fator de deve ser aplicado à resistência a fadiga porque o eixo será grande o suficiente para transmitir 200 hp. Embora não se conheça a forma real no momento, pode-se selecionar $C_s = 0.75$ da Fig. 5.9 como estimativa.





4.0 – Projeto de eixos : planilha de apoio para projeto de eixo Cálculo do fator de confiabilidade – C_R (Tab. 5.2 – livro Mott)

▼ TABELA 5.2 Fatores de confiabilidade aproximados, C_o.





Fator de concentração de tensão $-K_t = 2,5$ (também é um valor adotado com hipótese no projeto).

Fator de projeto: N = 2 (N = 2,0 a 2,5 – Projeto de elementos de máquina sob carregamento dinâmico com confiança média em todos os dados (normalmente utilizado nas soluções de problemas do livro de referencia Robert L. Mott).



Torque: T = 63000 (P)/n

(12.1)

Força tangencial: $W_{r} = T/(D/2)$

$$W_{t} = T/(D/2)$$

(12.2)

P = potência sendo transmitida em hp

n = velocidade angular em rpm

 $T = \text{torque na engrenagem em lb} \cdot \text{pol}$

D = diâmetro de passo da engrenagem em polegadas

Força radial: $W_r = W_t \operatorname{tg} \Phi$

(12.3)



Torque:
$$T = 63000 (P)/n$$
 (12.1)

$$T = 63000(P)/n = 63000(200)/600 = 21000 \text{ lb} \cdot \text{pol}$$

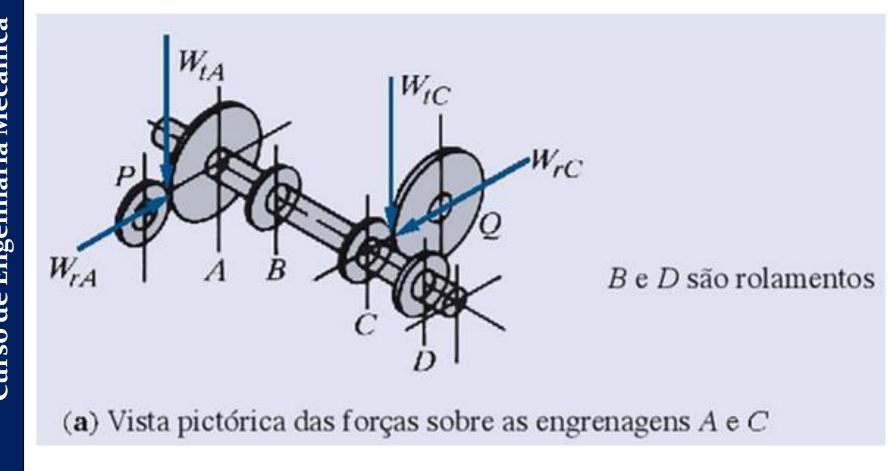
Força tangencial:
$$W_r = T/(D/2)$$
 (12.2)

Força radial:
$$W_r = W_t \operatorname{tg} \Phi$$
 (12.3)

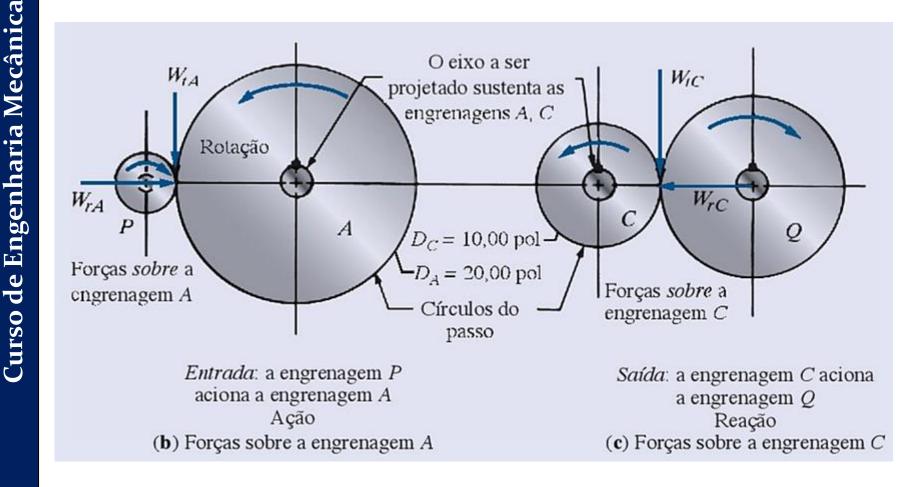
$$W_{tA} = T_A/(D_A/2) = 21000/(20/2) = 2100 \text{ lb} \downarrow$$

 $W_{rA} = W_{tA} \text{ tg } (\phi) = 2100 \text{ tg} (20^\circ) = 764 \text{ lb} \rightarrow$
 $W_{tC} = T_C/(D_C/2) = 21000/(10/2) = 4200 \text{ lb} \downarrow$
 $W_{rC} = W_{tC} \text{ tg } (\phi) = 4200 \text{ tg} (20^\circ) = 1529 \text{ lb} \leftarrow$











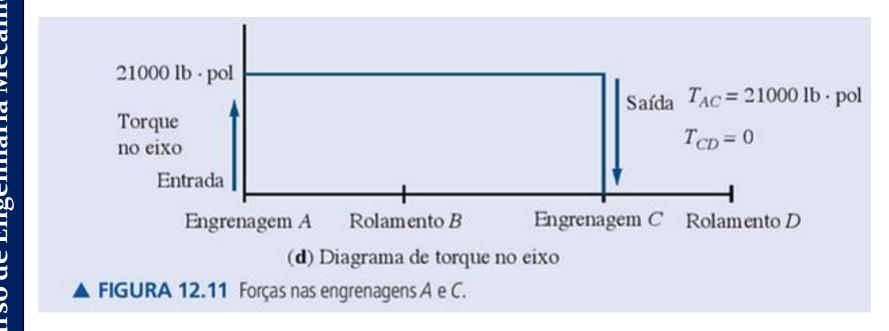




Diagrama de carga, cisalha-mento e momento fletor para o eixo

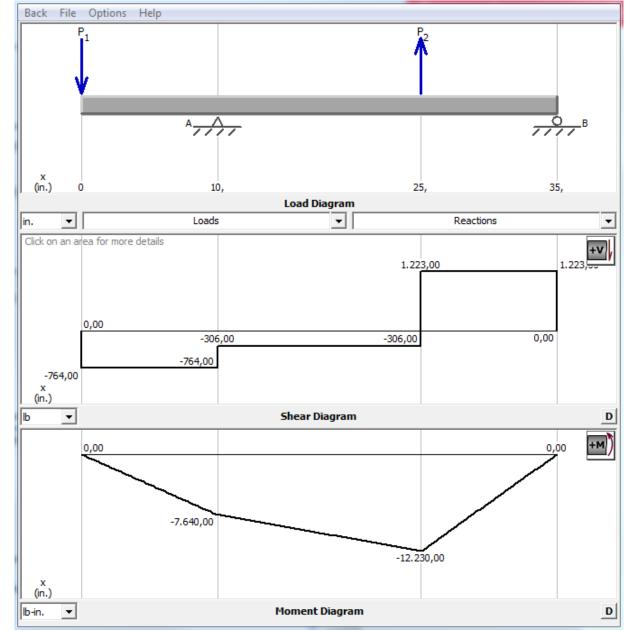
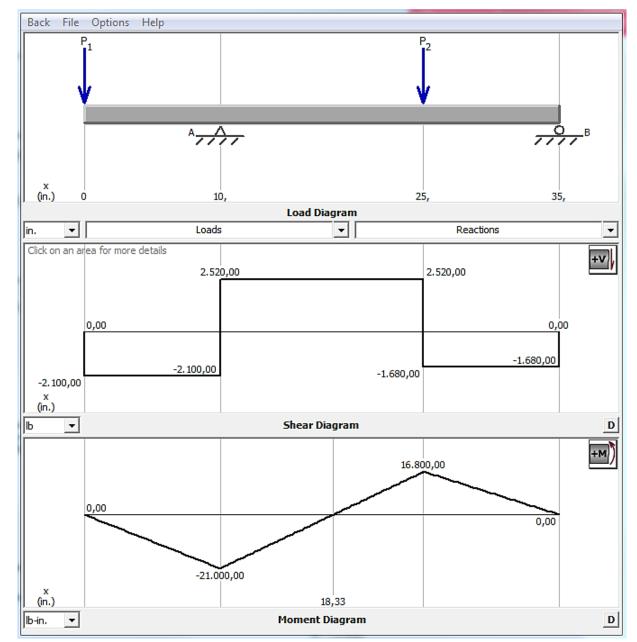




Diagrama de carga, cisalha-mento e momento e fletor para o eixo





Resistência à fadiga modificada:	$s'_n =$	25515 psi	Calculado		
Fator de concentração de tensão:	$K_t =$	2,5 filete agudo			
Fator de projeto:	<i>N</i> =	2 Nominal $N = 2$			
Dados de carregamento do eixo: flexão e torção					
Componentes do momento fletor:	$M_{_{\chi}} =$	21000 lb · pol	$M_{y} = 7640 \text{ lb} \cdot \text{pol}$		
Momento fletor combinado:	M =	22347 lb·pol	Calculado		
Torque:	T =	21000 lb · pol			
Diâmetro mínimo do eixo:	D =	3,55 pol	Calculado a partir da Equação 12.24		
Dados de carregamento do eixo: apenas força de cisalhamento vertical					
Componentes da força de cisalhamento:	$V_{_{\chi}} =$	764 lb	$V_{y} = 2520 \text{ lb}$		
Força de cisalhamento combinada:	<i>V</i> =	2633 lb	Calculado		
Diâmetro mínimo do eixo:	<i>D</i> =	1,232 pol	Calculado a partir da Equação 12.16		



O momento em *A* é zero porque se trata de uma extremidade livre do eixo. Agora podemos usar a Equação 12.24 para calcular o diâmetro exigido no eixo em *A*, empregando apenas o termo da torção.

$$D_1 = \left[\frac{32N}{\pi} \sqrt{\frac{3}{4} \left(\frac{T}{s_y}\right)^2} \right]^{1/3}$$

$$D_1 = \left[\frac{32(2)}{\pi} \sqrt{\frac{3}{4} \left(\frac{21000}{83000}\right)^2} \right]^{1/3} = 1,65 \text{ pol}$$



2. Ponto B: o ponto B é a localização de um rolamento com um filete agudo à direita e um filete arredondado à esquerda. É desejável fazer com que D_2 seja pelo menos um pouco menor do que D_3 no assento do rolamento a fim de permitir que este deslize facilmente sobre o eixo até o local em que é pressionado na posição final. Costuma haver um leve ajuste forçado entre o diâmetro interno do rolamento e o assento do eixo. O torque no eixo em B é

$$T_B = 21000 \, \mathrm{lb} \cdot \mathrm{pol}$$

O momento fletor em B é a resultante do momento nos planos x e y da Figura 12.12:

$$M_B = \sqrt{M_{Bx}^2 + M_{By}^2} = \sqrt{(7640)^2 + (21000)^2} = 22350 \text{ lb} \cdot \text{pol}$$

À esquerda de B (diâmetro D2),

$$K_t = 1,5$$
 (filete arredondado)



Usando a Equação 12.24 por causa da condição das tensões combinadas,

$$D_2 = \left[\left(\frac{32N}{\pi} \right) \sqrt{\left(\frac{K_t M}{s_n'} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{T}{s_y} \right)^2} \right]^{1/3}$$

$$D_2 = \left[\frac{32(2)}{\pi} \sqrt{\left[\frac{1,5(22350)}{25500} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[\frac{21000}{83000} \right]^2 \right]^{1/3}} = 3,30 \,\text{pol} \quad (12.24a)$$

Em B e à direita de B (diâmetro D3), tudo é o mesmo, exceto o valor de Kt = 2,5 para o filete agudo. Então

$$D_3 = \left[\frac{32(2)}{\pi} \sqrt{\left[\frac{2,5(22350)}{25500} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[\frac{21000}{83000} \right]^2} \right]^{1/3} = 3,55 \,\text{pol}$$

Note que D_4 será maior do que D_3 a fim de fornecer um flange para o rolamento. Portanto, ele será seguro. Seu diâmetro real será especificado após a conclusão da análise de tensão e a seleção do rolamento em B. O catálogo do fabricante do rolamento especificará o diâmetro mínimo aceitável à direita com o objetivo de oferecer um flange adequado para assentá-lo.



3. Ponto C: o ponto C é a localização da engrenagem C com um filete arredondado à esquerda, um assento embutido nela e um sulco de anel de retenção à direita. O emprego de um filete arredondado nesse ponto é, na verdade, uma decisão de projeto que exige a acomodação de um filete maior no diâmetro interno da engrenagem. Normalmente, isso significa que um chanfro é produzido nas extremidades desse diâmetro. O momento fletor em C é

$$M_C = \sqrt{M_{Cx}^2 + M_{Cy}^2} = \sqrt{(12230)^2 + (16800)^2} = 20780 \text{ lb} \cdot \text{pol}$$

À esquerda de C, o torque de 21000 lb · pol acontece com o assento embutido fornecendo $K_1 = 2,0$. Então



$$D_5 = \left[\frac{32(2)}{\pi} \sqrt{\left[\frac{2,0(20780)}{25500} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[\frac{21000}{83000} \right]^2} \right]^{1/3} = 3,22 \text{ pol}$$

À direita de C não há torque, mas o sulco do anel sugere $K_t = 3.0$ para projeto, e ocorre flexão invertida. Podemos usar a Equação 12.24 com $K_t = 3.0$, M = 20780 lb · pol e T = 0.

$$D_5 = \left[\frac{32(2)}{\pi} \sqrt{\left(\frac{(3,0)(20780)}{25500} \right)^2} \right]^{1/3} = 3,68 \text{ pol}$$

Um fator de sulco de anel de 1,06 aumenta o diâmetro para 3,90 pol. Esse valor é mais elevado do que o calculado para a esquerda de *C* e, portanto, direciona o projeto no ponto *C*.



4. Ponto D: o ponto D é a base para o rolamento D, e não há torque ou momento fletor nele. Contudo, há uma força de cisalhamento vertical igual à reação no rolamento. Usando a resultante das reações nos planos x e y, a força de cisalhamento é

$$V_D = \sqrt{(1223)^2 + (1680)^2} = 2078 \,\text{lb}$$

Podemos usar a Equação 12.16 para calcular o diâmetro exigido nesse ponto do eixo:

$$D = \sqrt{2,94 \ K_t(V)N/s'_n}$$
 (12.16)

Consultando a Figura 12.2, vemos um filete agudo próximo a esse ponto no eixo. Então, um fator de concentração de tensão de 2,5 deve ser utilizado:

$$D_6 = \sqrt{\frac{2,94(2,5)(2078)(2)}{25500}} = 1094 \text{ pol}$$

Esse resultado é muito pequeno em comparação aos outros diâmetros calculados, o que é bastante comum. Na realidade, o diâmetro em *D* será provavelmente fabricado em tamanho muito maior por causa da dimensão do rolamento capaz de sustentar a carga radial de 2078 lb.



RESUMO:

Os diâmetros exigidos mínimos calculados para as diversas partes do eixo na Figura 12.2 são os seguintes:

$$D_1 = 1,65 \text{ pol}$$

$$D_2 = 3,30 \text{ pol}$$

$$D_3 = 3,55 \text{ pol}$$

$$D_5 = 3,90 \text{ pol}$$

$$D_6 = 1,094 \text{ pol}$$

Além disso, D_4 deve ser um pouco maior do que 3,90 pol a fim de oferecer flanges adequados para a engrenagem C e o rolamento B.

Agora, especificamos dimensões apropriadas em décimos de polegadas para os seis diâmetros. Escolha as dimensões do assento do rolamento com base na Tabela 14.3 e todas as outras dimensões com base no Apêndice 2. A Tabela 12.1 apresenta um conjunto possível de diâmetros recomendados.



TABELA 12.1: Diâmetros recomendados

	Número do diâmetro	Diâmetro mínimo	Diâmetro
Peça conjugada	(do Exemplo 12.1 e	da Figura 12.2)	especificado (dimensão básica)
Engrenagem	D_1	1,65 pol	1,800 pol
Nenhuma	D_2	3,30 pol	3,400 pol
Rolamento	D_3	3,55 pol	3,7402 pol (95 mm)
Nenhuma	D_4	>D ₃ ou D ₅	4,400 pol
Engrenagem	D_5	3,90 pol	4,000 pol
Rolamento	D_6	1,094 pol	1,7717 pol (45 mm)



Considerações finais:

Conforme Tab. 12.1:

Os diâmetros D_3 e D_6 são os equivalentes decimais dos diâmetros métricos das pistas internas dos rolamentos presentes na Tabela 14.3. Os procedimentos no Capítulo 14 teriam de ser usados para determinar se os rolamentos com esses diâmetros são adequados para sustentar as cargas radiais. Além disso, D_4 teria de ser verificado para saber se oferece um flange alto o suficiente para apoiar o rolamento montado no ponto B do eixo. Então, especificações detalhadas para raios de filete, assentos e sulcos de anéis de retenção deveriam ser definidas. Em seguida, os valores reais para fatores de concentração de tensão e o fator de forma teriam de ser estabelecidos. Por fim, a análise de tensão deve ser repetida para garantir que o fator de projeto resultante é aceitável. A Equação 12.23 pode ser resolvida para N e avaliada quanto às condições reais.



Referência bibliográfica

- 1. Chiaverini, V. (1986). *Tecnologia Mecânica 2ª edição*. São Paulo: MacGraw-Hill.
- 2. Dubbel. (1979). *Manual da Construção Mecânica* (Vol. I e II). Hemus livraria editora Ltda.
- 3. Juvinall, R. C., & Marshek, K. M. (2008). *Fundamentos do Projeto de Componentes de Máquinas.* Rio de Janeiro: LTC Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.
- 4. Norton, R. L. (s.d.). *Projetos de Máquinas Uma abordagem integrada 2ª Edição.* Porto Alegre, RS, Brasil: Bookman Companhia Editora.
- 5. Silva, A., Ribeiro, C. T., Dias, J., & Sousa, L. (2006). *Desenho Técnico Moderno*. Rio de Janeiro: LTC Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda.
- 6. Mott, R.L., Vavrek, E. M., Wang J., (2018), 6^a edition, Machine Elements in Mechanical Design, New York: Pearson
- 7. SENAI, Desenho Técnico Mecânico, (2000)

