EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 1

Determine la ecuación de la parábola con eje de simetría horizontal, vértice en el punto $(-5,1)$ y que pasa por el punto $(-3,5)$

Desarrollo:

La ecuación estándar (canónica) de la parábola con eje de simetría horizontal es

$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$

Al reemplazar el vértice $(h,k)=(-5,1)$

$$(y-1)^2 = 4p(x+5)$$

para determinar *p* se reemplaza el punto que pertenece a la parábola $(x,y)=(-3,5)$

$$\begin{aligned}(5-1)^2 &= 4p(-3+5)\\ 4^2 &= 4p\,(2)\\ 2 &= p\end{aligned}$$

Finalmente, la ecuación de la parábola es : $\boxed{(y-1)^2 = 8(x+5)}$

Ejercicio 2

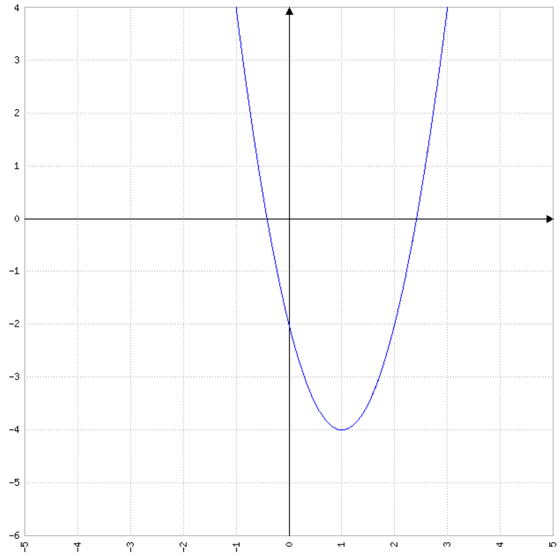
Determine la ecuación estándar de la parábola $y = 2x^2 - 4x - 2$. Grafique la cónica.

Desarrollo:

Completando cuadrado se transforma a la forma estándar

$$
\begin{aligned}
y &= 2x^2 - 4x - 2 \\
y + 2 &= 2x^2 - 4x \\
y + 2 &= 2(x^2 - 2x) \\
y + 2 + 2 &= 2(x^2 - 2x + 1) \\
y + 4 &= 2(x - 1)^2 \\
\frac{1}{2}(y + 4) &= (x - 1)^2 \\
(x - 1)^2 &= 4 \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{8}\right)}_{p} \cdot (y - -4)
\end{aligned}
$$

La parábola tiene vértice $(1, -4)$, eje de simetría vertical y $p = \frac{1}{8} > 0$ por lo tanto la parábola abre hacia arriba.



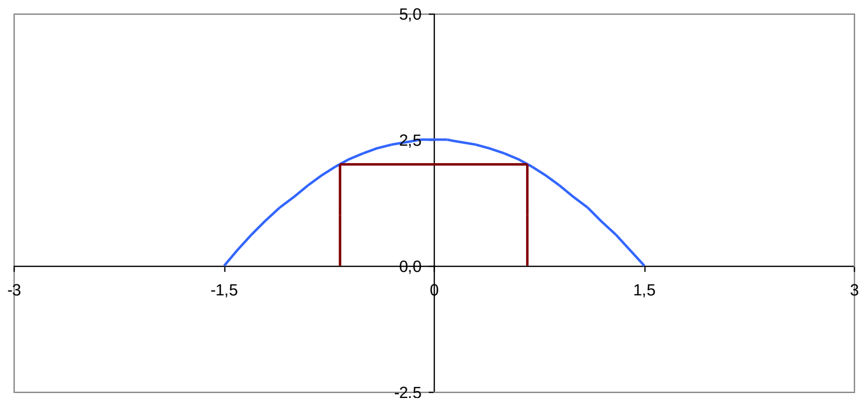
Ejercicio 3

La entrada de un depósito tiene forma de arco parabólico. La altura por el punto medio de la entrada es 2,5 mts. y la base mide 3 mt. Se desea ingresar una caja rectangular al depósito, si la caja tiene 2mt. de alto ¿ Cuál es el máximo ancho posible que puede tener la caja?

Desarrollo:

Se ubica el arco parabólico en el plano cartesiano de modo que la base se ubica en el *eje X* y el punto más alto de la puerta (vértice) se sitúa sobre el *eje Y*, en el punto

$$(0\ ;\ 2{,}5) = \left(0, \frac{5}{2}\right)$$



la parábola tiene eje de simetría vertical con ecuación :

$$(x-0)^2 = 4p\left(y - \frac{5}{2}\right)$$

El punto $\left(\frac{3}{2}\ ,\ 0\right)$ pertenece a la parábola, al reemplazar se despeja y determina el valor de p

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = 4p\left(0-\frac{5}{2}\right)$$
$$\frac{9}{4} = -10\,p$$
$$p = -\frac{9}{40}$$

por lo tanto la ecuación que representa el arco de la entrada es

$$x^2 = 4\cdot\left(-\frac{9}{40}\right)\cdot\left(y-\frac{5}{2}\right)$$
$$x^2 = -\frac{9}{10}\cdot\left(y-\frac{5}{2}\right)$$

La caja que debe pasar por la entrada intersecta a la parábola en los puntos $\left(-x_0\,,\,2\right)$ y $\left(x_0\,,\,2\right)$. Reemplazando en la ecuación se determina x_0

$$x_0{}^2 = -\frac{9}{10}\cdot\left(2-\frac{5}{2}\right)$$
$$x_0{}^2 = -\frac{9}{10}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$x_0{}^2 = \frac{9}{20}$$
$$x_0 = \frac{3}{2\sqrt{5}} \qquad x_0 > 0$$

el ancho de la caja puede medir, a lo más : $2x_0 = 2\cdot\frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \approx 1{,}341$ mt.