

Douglas Geovanini de Paiva Mosca Leite,  
Luiz Otávio...  
& Marcos...

**Trabalho Prático Final – GCC118 Programação  
Matemática – PCC540 Linear and Integer  
Programming**

Brasil  
2025, Lavras



Douglas Geovanini de Paiva Mosca Leite,  
Luiz Otávio...  
& Marcos...

**Trabalho Prático Final – GCC118 Programação  
Matemática – PCC540 Linear and Integer Programming**

Trabalho Prático Final – GCC118 Programação Matemática – PCC540 Linear and Integer Programming L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

Universidade Federal de Lavras – UFLA

Brasil  
2025, Lavras

# Resumo

O Problema de Balanceamento de Linhas de Produção e Designação de Trabalhadores (ALWABP) consiste em atribuir tarefas a estações de trabalho e designar trabalhadores a essas estações, considerando relações de precedência entre tarefas, tempos de execução variáveis por trabalhador, e restrições de incapacidade específicas, com o objetivo de minimizar o tempo de ciclo da linha de produção, definido como o maior tempo de execução entre todas as estações. [Escrever sobre a heuristica]

## **Lista de ilustrações**

## **Lista de tabelas**



# **Lista de abreviaturas e siglas**

ABNT      Associação Brasileira de Normas Técnicas

abnTeX      ABsurdas Normas para TeX



# List of symbols

$\Gamma$  Greek letter Gamma

$\Lambda$  Lambda

$\zeta$  Greek letter minuscule zeta

$\in$  Pertains



# Sumário

<b>1</b>	<b>O PROBLEMA . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>1.1</b>	<b>Características Fundamentais . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>1.2</b>	<b>Restrições do Problema . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>1.3</b>	<b>Função Objetivo . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA . . . . .</b>	<b>13</b>
2.0.1	Variáveis de Decisão . . . . .	13
2.0.2	Função Objetivo . . . . .	13
2.0.3	Restrições . . . . .	13
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>15</b>



# 1 O problema

O **ALWABP** (Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem) é um problema de otimização que combina balanceamento de linha de produção com designação de trabalhadores. Suas características principais são:

## 1.1 Características Fundamentais

- Linha de produção com  $m$  estações ordenadas linearmente
- Conjunto de  $k$  trabalhadores, onde  $|S| = |W|$  (número de estações igual ao número de trabalhadores)
- Conjunto de  $n$  tarefas a serem distribuídas pelas estações
- Relações de precedência entre tarefas definidas por um grafo direcionado  $G = (V, E)$
- Tempos de execução variáveis:  $t_{wi}$  representa o tempo da tarefa  $i$  pelo trabalhador  $w$
- Restrições de incapacidade:  $I_w$  define tarefas que o trabalhador  $w$  não pode executar

## 1.2 Restrições do Problema

- Cada tarefa é designada a exatamente uma estação
- Cada trabalhador é alocado a exatamente uma estação
- Cada estação possui exatamente um trabalhador
- Precedências devem ser respeitadas: se  $i \preceq j$ , então  $i$  em estação anterior ou igual a  $j$
- Tarefas em  $I_w$  não podem ser executadas pelo trabalhador  $w$

## 1.3 Função Objetivo

Minimizar o **tempo de ciclo** da linha, definido como o maior tempo de execução entre todas as estações.

## Informações Disponíveis

Para a implementação, dispõe-se de:

- Número de estações ( $m$ ), trabalhadores ( $k$ ) e tarefas ( $n$ )
- Matriz de tempos  $t_{wi}$  para todas combinações trabalhador-tarefa
- Conjuntos  $I_w$  de tarefas impossíveis para cada trabalhador
- Grafo de precedências entre as tarefas

## 2 Formulação Matemática do Problema

A seguir apresenta-se a formulação do problema de Balanceamento de Linhas de Produção com Designação de Trabalhadores (ALWABP) como um modelo de Programação Linear Inteira. O objetivo é minimizar o tempo de ciclo da linha, considerando a heterogeneidade dos trabalhadores, restrições operacionais e relações de precedência entre tarefas.

### 2.0.1 Variáveis de Decisão

- $v_{sw} \in \{0, 1\}$ : variável binária que indica se o trabalhador  $w$  é alocado à estação  $s$ .
- $z_{siw} \in \{0, 1\}$ : variável binária que indica se a tarefa  $i$  é executada na estação  $s$  pelo trabalhador  $w$ .
- $C \in R_+$ : variável contínua que representa o tempo de ciclo da linha, definido como o maior tempo de processamento entre as estações.

### 2.0.2 Função Objetivo

O objetivo consiste em minimizar o tempo de ciclo da linha de produção. O tempo de ciclo é linearizado impondo que, para cada estação, o tempo total de execução das tarefas alocadas ao trabalhador desta estação não exceda  $C$ .

$$\min C$$

### 2.0.3 Restrições

#### (1) Atribuição única de cada tarefa

Cada tarefa deve ser executada exatamente uma vez, em uma única estação e por um único trabalhador:

$$\sum_{s \in S} \sum_{w \in W} z_{siw} = 1 \quad \forall i \in N$$

#### (2) Um trabalhador por estação

Cada estação deve possuir exatamente um trabalhador alocado:

$$\sum_{w \in W} v_{sw} = 1 \quad \forall s \in S$$

**(3) Trabalhador em apenas uma estação**

Cada trabalhador pode ocupar apenas uma estação da linha:

$$\sum_{s \in S} v_{sw} = 1 \quad \forall w \in W$$

**(4) Vinculação tarefa–estação–trabalhador**

Uma tarefa só pode ser atribuída a um trabalhador se este estiver de fato na estação selecionada:

$$z_{siw} \leq v_{sw} \quad \forall s \in S, \forall i \in N, \forall w \in W$$

**(5) Incapacidades de execução**

Caso o trabalhador  $w$  seja incapaz de executar a tarefa  $i$  (ou seja,  $i \in I_w$ ), tal combinação é proibida:

$$z_{siw} = 0 \quad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in I_w$$

**(6) Definição linear do tempo de ciclo**

O tempo total de processamento das tarefas atribuídas à estação  $s$  não pode exceder o tempo de ciclo  $C$ :

$$\sum_{i \in N} \sum_{w \in W} t_{wi} z_{siw} \leq C \quad \forall s \in S$$

Essa restrição define o valor de  $C$  como o maior carregamento entre as estações.

**(7) Restrições de precedência**

Se a tarefa  $i$  deve preceder a tarefa  $j$  no processo produtivo, então  $i$  deve ser alocada a uma estação numericamente menor ou igual àquela que executa  $j$ :

$$\sum_{s \in S} \sum_{w \in W} s z_{siw} \leq \sum_{s \in S} \sum_{w \in W} s z_{sjw} \quad \forall (i, j) \in E$$

**(8) Domínio das variáveis**

$$v_{sw}, z_{siw} \in \{0, 1\}, \quad C \geq 0$$

# Referências