

Douglas Geovanini de Paiva Mosca Leite,
Luiz Otávio...
& Marcos...

**Trabalho Prático Final – GCC118 Programação
Matemática – PCC540 Linear and Integer
Programming**

Brasil
2025, Lavras

Douglas Geovanini de Paiva Mosca Leite,
Luiz Otávio...
& Marcos...

**Trabalho Prático Final – GCC118 Programação
Matemática – PCC540 Linear and Integer Programming**

Trabalho Prático Final – GCC118 Programação
Matemática – PCC540 Linear and Integer
Programming \LaTeX .

Universidade Federal de Lavras – UFLA

Brasil
2025, Lavras

Resumo

O Problema de Balanceamento de Linhas de Produção e Designação de Trabalhadores (ALWABP) consiste em atribuir tarefas a estações de trabalho e designar trabalhadores a essas estações, considerando relações de precedência entre tarefas, tempos de execução variáveis por trabalhador, e restrições de incapacidade específicas, com o objetivo de minimizar o tempo de ciclo da linha de produção, definido como o maior tempo de execução entre todas as estações. [Escrever sobre a heurística]

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Lista de abreviaturas e siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
abnTeX	ABsurdas Normas para TeX

Lista de símbolos

Γ	Letra grega Gama
Λ	Lambda
ζ	Letra grega minúscula zeta
\in	Pertence

Sumário

1	O PROBLEMA	11
1.1	Características Fundamentais	11
1.2	Restrições do Problema	11
1.3	Função Objetivo	11
2	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA	13
2.0.1	Variáveis de Decisão	13
2.0.2	Função Objetivo	13
2.0.3	Restrições	13
	REFERÊNCIAS	15

1 O problema

O **ALWABP** (Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem) é um problema de otimização que combina balanceamento de linha de produção com designação de trabalhadores. Suas características principais são:

1.1 Características Fundamentais

- Linha de produção com m estações ordenadas linearmente
- Conjunto de k trabalhadores, onde $|S| = |W|$ (número de estações igual ao número de trabalhadores)
- Conjunto de n tarefas a serem distribuídas pelas estações
- Relações de precedência entre tarefas definidas por um grafo direcionado $G = (V, E)$
- Tempos de execução variáveis: t_{wi} representa o tempo da tarefa i pelo trabalhador w
- Restrições de incapacidade: I_w define tarefas que o trabalhador w não pode executar

1.2 Restrições do Problema

- Cada tarefa é designada a exatamente uma estação
- Cada trabalhador é alocado a exatamente uma estação
- Cada estação possui exatamente um trabalhador
- Precedências devem ser respeitadas: se $i \preceq j$, então i em estação anterior ou igual a j
- Tarefas em I_w não podem ser executadas pelo trabalhador w

1.3 Função Objetivo

Minimizar o **tempo de ciclo** da linha, definido como o maior tempo de execução entre todas as estações.

Informações Disponíveis

Para a implementação, dispõe-se de:

- Número de estações (m), trabalhadores (k) e tarefas (n)
- Matriz de tempos t_{wi} para todas combinações trabalhador-tarefa
- Conjuntos I_w de tarefas impossíveis para cada trabalhador
- Grafo de precedências entre as tarefas

2 Formulação Matemática do Problema

A seguir apresenta-se a formulação do problema de Balanceamento de Linhas de Produção com Designação de Trabalhadores (ALWABP) como um modelo de Programação Linear Inteira. O objetivo é minimizar o tempo de ciclo da linha, considerando a heterogeneidade dos trabalhadores, restrições operacionais e relações de precedência entre tarefas.

2.0.1 Variáveis de Decisão

- $v_{sw} \in \{0, 1\}$: variável binária que indica se o trabalhador w é alocado à estação s .
- $z_{siw} \in \{0, 1\}$: variável binária que indica se a tarefa i é executada na estação s pelo trabalhador w .
- $C \in R_+$: variável contínua que representa o tempo de ciclo da linha, definido como o maior tempo de processamento entre as estações.

2.0.2 Função Objetivo

O objetivo consiste em minimizar o tempo de ciclo da linha de produção. O tempo de ciclo é linearizado impondo que, para cada estação, o tempo total de execução das tarefas alocadas ao trabalhador desta estação não exceda C .

$$\min C$$

2.0.3 Restrições

(1) Atribuição única de cada tarefa

Cada tarefa deve ser executada exatamente uma vez, em uma única estação e por um único trabalhador:

$$\sum_{s \in S} \sum_{w \in W} z_{siw} = 1 \quad \forall i \in N$$

(2) Um trabalhador por estação

Cada estação deve possuir exatamente um trabalhador alocado:

$$\sum_{w \in W} v_{sw} = 1 \quad \forall s \in S$$

(3) Trabalhador em apenas uma estação

Cada trabalhador pode ocupar apenas uma estação da linha:

$$\sum_{s \in S} v_{sw} = 1 \quad \forall w \in W$$

(4) Vinculação tarefa–estação–trabalhador

Uma tarefa só pode ser atribuída a um trabalhador se este estiver de fato na estação selecionada:

$$z_{siw} \leq v_{sw} \quad \forall s \in S, \forall i \in N, \forall w \in W$$

(5) Incapacidades de execução

Caso o trabalhador w seja incapaz de executar a tarefa i (ou seja, $i \in I_w$), tal combinação é proibida:

$$z_{siw} = 0 \quad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in I_w$$

(6) Definição linear do tempo de ciclo

O tempo total de processamento das tarefas atribuídas à estação s não pode exceder o tempo de ciclo C :

$$\sum_{i \in N} \sum_{w \in W} t_{wi} z_{siw} \leq C \quad \forall s \in S$$

Essa restrição define o valor de C como o maior carregamento entre as estações.

(7) Restrições de precedência

Se a tarefa i deve preceder a tarefa j no processo produtivo, então i deve ser alocada a uma estação numericamente menor ou igual àquela que executa j :

$$\sum_{s \in S} \sum_{w \in W} s z_{siw} \leq \sum_{s \in S} \sum_{w \in W} s z_{sjw} \quad \forall (i, j) \in E$$

(8) Domínio das variáveis

$$v_{sw}, z_{siw} \in \{0, 1\}, \quad C \geq 0$$

Referências