

Лабораторная работа №4

Вычисление наибольшего общего делителя

Коняева Марина Александровна

НФИмд-01-25

Студ. билет: 1032259383

2025

RUDN

Наибольший общий делитель (НОД) — наибольшее натуральное число, которое делит каждое из данных чисел без остатка.

Основные свойства: - Существует для любых целых чисел - Может быть представлен как линейная комбинация - Числа взаимно просты, если $\text{НОД} = 1$

Целью работы является изучение и программная реализация различных алгоритмов вычисления наибольшего общего делителя целых чисел.

1. Реализовать классический алгоритм Евклида
2. Реализовать бинарный алгоритм Евклида
3. Реализовать расширенный алгоритм Евклида
4. Реализовать расширенный бинарный алгоритм Евклида
5. Протестировать работу алгоритмов

Классический алгоритм Евклида

```
def euclid(a: int, b: int) -> int:
    while a != 0 and b != 0:
        if a >= b:
            a %= b
        else:
            b %= a
    return a or b
```

Принцип работы: повторное деление с остатком до получения нулевого остатка.

Бинарный алгоритм Евклида

```
def euclid_bin(a: int, b: int) -> int:
    g = 1
    while a % 2 == 0 and b % 2 == 0:
        a //= 2; b //= 2; g *= 2
    u, v = a, b
    while u != 0:
        while u % 2 == 0: u //= 2
        while v % 2 == 0: v //= 2
        if u >= v: u -= v
        else: v -= u
    return g * v
```

Преимущества: использует двоичное представление, более эффективен на компьютере.

Расширенный алгоритм Евклида

```
def euclid_ext(a: int, b: int) -> tuple:
    if a == 0:
        return b, 0, 1
    else:
        div, x, y = euclid_ext(b % a, a)
        return div, y - (b // a) * x, x
```

Особенность: находит коэффициенты x, y для линейной комбинации $ax + by = \text{НОД}(a, b)$

естирирование алгоритмов

```
a, b = 12345, 54321  
print(f"НОД({a}, {b}) = {euclid(a, b)}")
```

```
d, x, y = euclid_ext(a, b)  
print(f"{x}*{a} + {y}*{b} = {d}")
```

Результаты:

```
text  
НОД(12345, 54321) = 3  
12345*12345 + -54318*54321 = 3
```


В работе успешно реализованы четыре алгоритма вычисления НОД. Все алгоритмы корректно работают и выдают одинаковые результаты. Расширенные версии дополнительно находят коэффициенты линейной комбинации, что подтверждается проверкой.

- [1] Методические материалы курса.
- [2] Wikipedia: Euclidean algorithm
- [3] Кнут Д.Э. Искусство программирования. Том 1.