

Nama : Marshal Arijona Sinaga
NPM : 2006560983

Tugas 1 Bagian A Pemelajaran Mesin Lanjut

A. Bayesian Classifier dan Logistic Regression

1. Berdasarkan data Weather di bawah ini, gunakan perhitungan manual dari Bayesian Classifier untuk membentuk sistem klasifikasi binary yaitu "play=YES" (misalkan dilambangkan sebagai kelas C1) dan "play=NO" (sebagai kelas C2).

a. Carilah $P(x_1=\text{rainy}|C_1)$

$$p(x_1 = \text{rainy} | C_1) = \frac{p(x_1=\text{rainy and } C_1)}{p(C_1)} = \frac{3/14}{9/14} = \frac{1}{3}$$

b. Carilah $P(X=\text{rainy, cool, normal, false}|C_1)$

$$p(X = \text{rainy, cool, normal, false} | C_1) = \frac{p(X=\text{rainy, cool, normal, false and } C_1)}{p(C_1)} = \frac{1/14}{9/14} = \frac{1}{9}$$

c. Carilah $P(C_1|X=\text{rainy, cool, normal, false})$

$$p(C_1 | X = \text{rainy, cool, normal, false}) = \frac{p(C_1 \text{ and } X=\text{rainy, cool, normal, false})}{p(X=\text{rainy, cool, normal, false})} = \frac{1/14}{1/14} = 1$$

d. Carilah $P(C_2|X=\text{rainy, cool, normal, false})$

$$p(C_2 | X = \text{rainy, cool, normal, false}) = \frac{p(X=\text{rainy, cool, normal, false and } C_2)}{p(X=\text{rainy, cool, normal, false})} = \frac{0}{1/14} = 0$$

e. Tentukan masuk ke kelas mana jika $X=\text{rainy, cool, normal, false}$?

C_1 karena $P(C_1 | X = \text{rainy, cool, normal, false}) > P(C_2 | X = \text{rainy, cool, normal, false})$

2. Regularisasi logistic regression

Asumsi:

- Model logistic regression tidak menggunakan bias

$E = \sum_{i=0}^n \log p(y_i | X_i, w_1, w_2) - (\frac{C}{2}) w_2^2$; Karena model merupakan logistic regression, maka

$\log p(y | X, w_1, w_2)$ dapat ditulis ulang menjadi:

$$\log p(y | X, w_1, w_2) = y \cdot \log h(X, w_1, w_2) + (1 - y) \cdot \log h(X, w_1, w_2); y \in [0, 1]$$

$$h(X, w_1, w_2) = \left(\frac{1}{1 + e^{-(X_1 w_1 + X_2 w_2)}} \right)$$

Misalkan nilai logit (threshold) = 0.5, maka

$$\left(\frac{1}{1 + e^{-(X_1 w_1 + X_2 w_2)}} \right) = \frac{1}{2} \rightarrow e^{-(X_1 w_1 + X_2 w_2)} = 1$$

$$x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 = 0$$

Berdasarkan persamaan tersebut maka persamaan linear yang memisahkan kedua kelas adalah:

$$x_2 = - \frac{w_1}{w_2} \cdot x_1$$

Karena persamaan linear L_1 yang merupakan persamaan awal memiliki gradien negatif, maka berdasarkan persamaan x_2 diketahui bahwa $w_1, w_2 > 0$. Lalu untuk regularisasi yang dilakukan adalah penambahan term $-\left(\frac{C}{2}\right) w_2^2$. Maka setelah diregularisasi kita dapatkan $\text{gradien_}w_2' = \text{gradien_}w_2 - C \cdot w_2$. Misalkan $\text{gradien_}w_2$ dan $\text{gradien_}w_2$ bernilai positif dan nilai C dipilih sedemikian sehingga $C \cdot w_2 < \text{gradien_}w_2$, maka $\text{gradien_}w_2' < \text{gradien_}w_2$. Selanjutnya kita dapatkan $w_2 - \alpha \cdot \text{gradien_}w_2' > w_2 - \alpha \cdot \text{gradien_}w_2$. Berdasarkan pertidaksamaan tersebut, kita dapatkan:

$$\frac{w_1 - \alpha \cdot \text{gradien_}w_1}{w_2 - \alpha \cdot \text{gradien_}w_2'} > 0,$$

$$\frac{w_1 - \alpha \cdot \text{gradien_}w_1}{w_2 - \alpha \cdot \text{gradien_}w_2} > 0, \text{ dan}$$

$$\left| \frac{w_1 - \alpha \cdot \text{gradien_}w_1}{w_2 - \alpha \cdot \text{gradien_}w_2'} \right| > \left| \frac{w_1 - \alpha \cdot \text{gradien_}w_1}{w_2 - \alpha \cdot \text{gradien_}w_2} \right|. \text{ Artinya persamaan linear setelah}$$

diregularisasi akan memiliki gradien yang lebih besar (lebih curam), namun masih bernilai negatif.

a. L2 merupakan hasil regularisasi w_2 .

TIDAK, karena gradien L2 bernilai positif.

b. L3 merupakan hasil regularisasi w_2 .

YA, karena gradien L3 lebih curam dari L1 dan bernilai negatif.

c. L4 merupakan hasil regularisasi w_2 .

TIDAK, karena gradien L4 bernilai positif.

$E = \sum_{i=0}^n \log p(y_i | X_i, w_1, w_2) - \left(\frac{C}{2}\right) |w_1| + |w_2|$
perubahan gradien w_1 dan w_2 adalah:

$$\text{gradien } w_1'' = \text{gradien } w_1 - \frac{C}{2} \cdot 1 \text{ (Karena } w_1 \text{ bernilai positif)}$$

$\text{gradien } w_1'' > \text{gradien } w_1$ jika nilai C dipilih cukup besar dan bernilai negatif

$\text{gradien } w_2'' = \text{gradien } w_2 + 1$ (Karena w_1 bernilai positif)

$\text{gradien } w_2'' > \text{gradien } w_2$

maka :

$$w_1 - \alpha \cdot \text{gradien } w_1'' < w_1 - \alpha \cdot \text{gradien } w_1$$

$$w_2 - \alpha \cdot \text{gradien } w_2'' < w_2 - \alpha \cdot \text{gradien } w_2$$

iv) Tidak ada nilai w yang akan bernilai nol hanya bernilai lebih kecil ketika C ditinggikan nilainya.