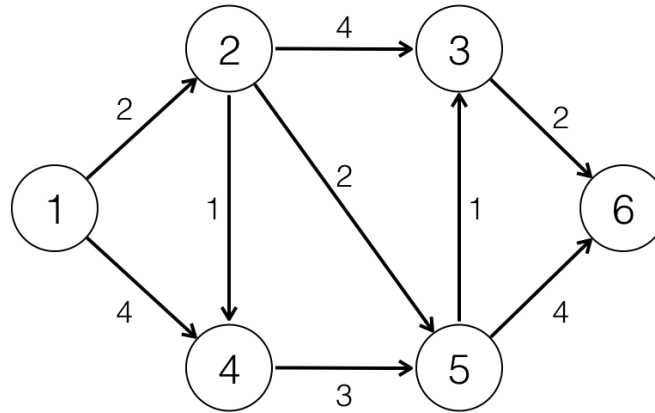


Exemple de rédaction d'un exercice sur les plus courts chemins

Question : trouver les plus courts chemins du sommet 1 à tous les autres sommets dans le graphe G ci-dessous. Indiquer l'algorithme utilisé et dessinez l'arborescence des plus courts chemins.



Réponse :

Explication de ce qu'on fait :

Comme dans le graphe G tous les poids sont positifs, on peut utiliser l'algorithme de Dijkstra. On maintient des distances provisoires, qui une fois l'algorithme exécuté deviendront les distances du sommet 1 à tous les autres sommets.

Traces :

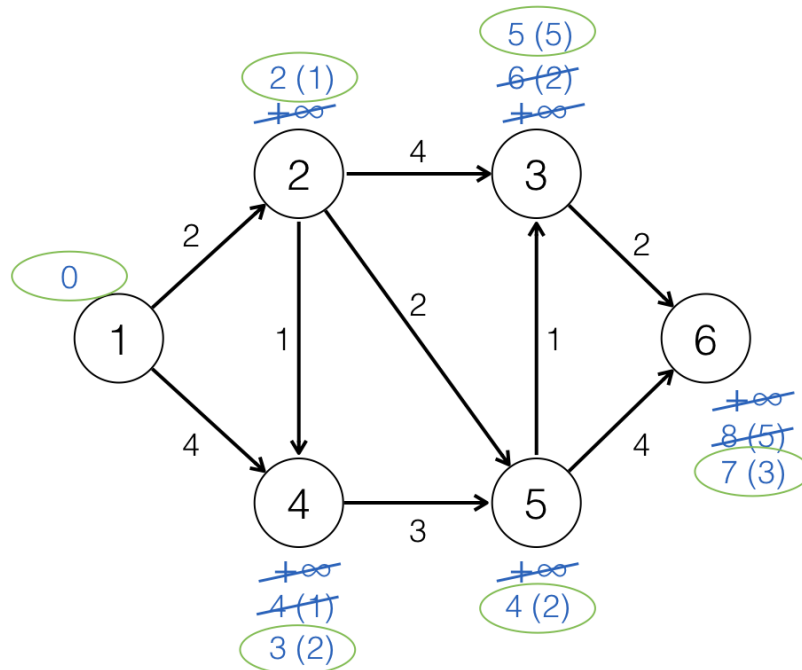
Remarque : pour les traces, on propose deux méthodes : une méthode avec un tableau et une méthode en annotant le graphe. La première méthode montre mieux les différentes étapes, mais elle prend davantage de temps... C'est pourquoi nous acceptons aussi des traces simplement sur le graphe à condition qu'elles soient complètes (toutes les étapes visibles, et les prédécesseurs) et que vous indiquiez aussi l'ordre de traitement des sommets.

- Avec un tableau : on indique les longueurs des chemins provisoires et le prédécesseur correspondant (chaque ligne correspond à une itération). Dans le tableau, ci-dessous, j'ai représenté en vert le sommet traité à l'itération courante et en noir les longueurs des chemins provisoires.

1	2	3	4	5	6
0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
0	2 (1)	$+\infty$	4 (1)	$+\infty$	$+\infty$
	2 (1)	6 (2)	3 (2)	4 (2)	$+\infty$
		6 (2)	3 (2)	4 (2)	$+\infty$
		5 (5)		4 (2)	8 (5)
		5 (5)			7 (3)
					7 (3)

Sur la dernière ligne du tableau, on a le résultat final : la distance de 1 à chaque sommet, et le prédécesseur correspondant.

- En annotant le graphe : on applique l'algorithme de Dijkstra en notant pour chaque sommet la longueur d'un chemin provisoire et le prédécesseur correspondant. On entoure la marque quand on traite le sommet. Les valeurs ainsi entourées correspondent aux distances respectives du sommet 1 à tous les sommets du graphe.



Ordre de traitement des sommets : 1, 2, 4, 5, 3, 6.

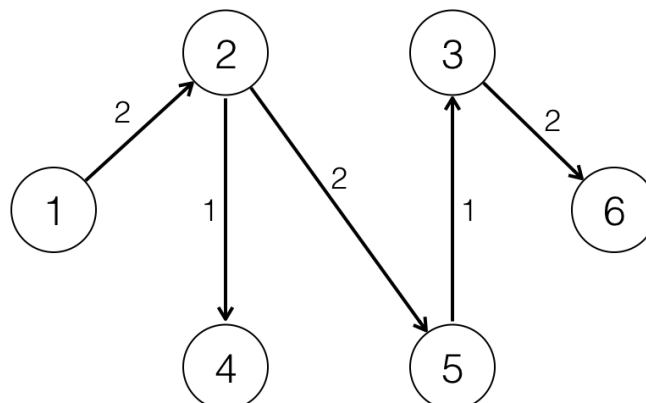
Solution :

On obtient donc comme résultat :

- les distances suivantes du sommet 1 à tous les sommets :

sommet	1	2	3	4	5	6
distance au sommet 1	0	2	5	3	4	7

- l'arbre des plus courts chemins ci-dessous.



Remarques :

- si l'énoncé ne demande pas tous les plus courts chemins depuis un sommet s mais le plus court chemin pour aller de s à t , vous pouvez arrêter l'algorithme dès lors que la distance au sommet t est finalisée,
- ce document constitue un exemple type. De façon générale, vous aurez sans doute à vous adapter à l'énoncé de l'exercice.