# Guião Teórico-Prático Tópicos de Inteligência Artificial

# Ano Lectivo de 2024/2025

©Luís Seabra Lopes

Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática Universidade de Aveiro

Última actualização: 2024-11-13

#### I Objectivos

O presente guião centra-se em exercícios que através dos quais o aluno pode testar a sua compreensão das matérias teóricas (conceitos, algoritmos). A maior parte destes exercícios podem ser realizados sem recurso ao computador.

Este guião é usado na disciplina de Inteligência Artificial (Licenciatura em Engenharia Informática e Licenciatura em Engenharia de Computadores e Informática).

### II Agentes Reactivos

- 1. Está a ser desenvolvido um robô para pesca submarina, o Nautilus, pedindo-se a sua colaboração no desenvolvimento do módulo de controlo. Este robô transporta um máximo de 10 arpões e um depósito com capacidade para 20 peixes. Quando sente um peixe em frente lança imediatamente um arpão (acção Disparar). Se o arpão atingir um peixe, o robô guarda o peixe no depósito (acção Agarrar), podendo neste caso recuperar o arpão. Caso contrário, o arpão perde-se. Quando perder todos os arpões, o Nautilus pode reabastecer-se (acção Reabastecer), ficando novamente com 10 arpões. Quando o depósito de peixes estiver cheio, estes devem ser descarregados (acção Descarregar), ficando o depósito novamente vazio. Quando não tem mais nada para fazer, limita-se a vaguear (acção Vaguear).
  - (a) Identifique as variáveis de estado, se necessárias.
  - (b) Identifique e caracterize um conjunto de condições ou predicados que possam ser usados para descrever situações em que se encontre o Nautilus.
  - (c) Especifique o conjunto de regras situação-acção que regem o comportamento do Nautilus. Pode fazê-lo na forma de uma tabela com as seguintes colunas:
    - Situação uma conjunção de condições
    - Actualização actualização das variáveis de estado, caso existam

- Acção acção a executar pelo agente na situação indicada
- 2. Considere o comportamento das formigas na sua tarefa de arrumar provisões no formigueiro. A formiga procura provisões (acção Procurar\_provisão). Quando encontra uma provisão, agarra-a (acção Agarrar\_provisão) e vai procurar o local (acção Procurar\_local) de arrumação das provisões. A formiga tem sempre uma noção da distância percorrida desde que começou a procurar a arrumação. Se a formiga acha que já percorreu mais de 5 metros sem ter encontrado a arrumação, e vê outra formiga, vai atrás dela (acção Seguir\_formiga). Quando encontra o local onde estão as outras provisões, liberta a provisão que trás consigo (acção Libertar\_provisão). Cabe-lhe a si implementar um conjunto de regras situação-acção com base nas quais a formiga simulada se irá comportar. Com vista ao desenvolvimento de um programa de simulação do comportamento das formigas, realize os seguintes passos de análise e especificação:
  - (a) Identifique as variáveis de estado, se necessárias.
  - (b) Identifique e caracterize um conjunto de predicados que possam ser usados para descrever as situações em que uma formiga se pode encontrar.
  - (c) Especifique o conjunto de regras situação-acção que regem o comportamento de uma formiga. Pode fazê-lo na forma de uma tabela como no exercício anterior.

## III Representação do Conhecimento

- 1. Represente as seguintes frases em lógica de primeira ordem:
  - (a) Todos em Oxford são espertos.
  - (b) Alguém em Oxford é esperto.
  - (c) Existe uma pessoa que gosta de toda a gente.
  - (d) Só um aluno chumbou a História.
  - (e) Nem todos os estudantes se inscreveram simultaneamente a Introdução à Inteligência Artificial e Sistemas de Operação.
  - (f) Só um aluno chumbou a História e a Biologia.
  - (g) A melhor nota a História foi mais elevada do que a melhor nota a Biologia.
  - (h) Todos os Portistas gostam do Pinto da Costa.
  - (i) Existe um Sportinguista que gosta de todos os Benfiquistas que não são espertos
  - (j) Existe um Barbeiro que barbeia toda a gente menos ele próprio.
- 2. Considere o mundo dos blocos com n blocos representados pelas constantes  $(B_1, B_2, \ldots, B_n)$ , predicado On(x, y) que indica que o bloco x está em cima do objecto y e o predicado Clear(x) que indica que o bloco x não tem nenhum bloco em cima. Indique qual o número mínimo de blocos para que cada uma das fórmulas seguintes seja verdadeira:
  - (a)  $\neg Clear(B_1) \land \neg Clear(B_2) \land \exists x (On(B_3, x) \land x \neq Floor)$
  - (b)  $Clear(B_1) \Rightarrow Clear(B_2)$

3. Considere o seguinte mundo composto por uma torneira, dois tanques (T1 e T2) e um recipiente (R). A torneira pode estar aberta para um dos dois tanques mas nunca para os dois ao mesmo tempo. O recipiente pode ser colocado dentro de um tanque, desde que este esteja sem água. Se a torneira estiver aberta, então o tanque respectivo ou o recipiente (se estiver dentro do tanque) ficam com água. Se o recipiente estiver dentro de um tanque, e a torneira estiver aberta para esse tanque, então o recipiente fica com água, mas o tanque não. Tanto os tanques como o recipiente podem ter água mesmo que a torneira não esteja aberta para eles.

Considere os seguintes predicados:

- Water(x) indica que x (recipiente ou tanque) tem água;
- Open(x) que indica que a torneira está aberta para o tanque x;
- Over(x, y) que indica que o recipiente x está colocado dentro do tanque y.
- (a) Para cada uma das observações seguintes, apresente os valores lógicos possíveis para Water(T1), Water(T2) e Water(R).

```
i. Open(T2) \wedge Over(R, T2)
ii. Open(T2) \wedge Over(R, T1)
iii. \neg Open(T2) \wedge Over(R, T1)
iv. \neg Open(T1) \wedge \neg Open(T2) \wedge Over(R, T1)
```

(b) Diga se cada uma das seguintes fórmulas é satisfatível, e caso seja, se é uma tautologia:

```
i. \forall x \ (\neg(\neg Open(x) \Rightarrow Water(x))) iii. \forall x \ (Open(x) \Rightarrow \exists y \ Water(y)) iii. \forall x \ (\neg(Open(x) \Rightarrow Water(x))) iv. \exists x \ \exists y \ (Open(x) \land Open(y) \land x \neq y)
```

- 4. Considere o mapa apresentado na figura 1. Neste mapa estão representados algumas ruas, edifícios e o estado de algumas ruas. A rua descanso tem um comprimento de 6. Do mesmo modo a rua sul encontra-se com a rua descanso a 2 unidades do edifício casa. Tanto a rua norte como a sul têm um comprimento de 8. A rua artes intersecta as duas anteriores no ponto médio. A rua norte está fechada nos ponto 5, 6 e 7.
  - (a) Proponha um conjunto de predicados que permita representar conhecimento deste tipo.
  - (b) Usando os predicados que propôs, represente o conhecimento acima descrito.

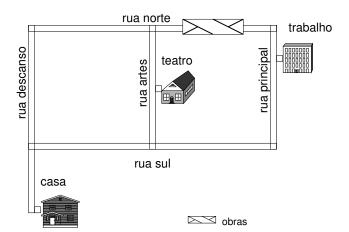


Figura 1: Mapa de uma cidade.

- Enquadre a linguagem KIF no contexto da engenharia do conhecimento, comparando-a com outros formalismos seus conhecidos e comentando a sua relevância para a construção de agentes.
- 6. Represente o seguinte conhecimento através de uma rede semântica:

"Os robôs são máquinas. Há robôs com pernas, que podem ou não ser humanóides, e robôs que se movem sobre rodas ou até usando lagartas. O Nautilus é um robô com 3 rodas que obtém energia de 4 baterias de 12V / 7Ah. Os robôs humanóides têm 2 pernas e 2 braços."

- 7. Considere o circuito electrónico apresentado na Figura 2, no qual pode encontrar uma porta AND (a1), uma porta OR (o1) e uma porta XOR (x1). O circuito tem três entradas (e1, e2, e3) e uma saída (s1). Para se poder calcular a saída em função das entradas, é necessário levar em conta o seguinte conhecimento geral sobre circuitos electrónicos:
  - O sinal em cada terminal é On ou Off
  - Dois terminais que estejam ligados um ao outro têm o mesmo sinal
  - A relação de ligação entre terminais é comutativa
  - A saída de uma porta OR é On se pelo menos uma das entradas for On
  - A saída de uma porta AND é On se todas as entradas forem On
  - A saída de uma porta XOR é On se as suas entradas forem diferentes
  - A saída de uma porta NOT é diferente da sua entrada
  - (a) Identifique os tipos de objectos presentes no domínio dos circuitos electrónicos, bem como as funções e relações relevantes
  - (b) Represente em lógica de primeira ordem o conhecimento geral do domínio
  - (c) Represente em lógica de primeira ordem o circuito da Figura 2.
- 8. Considere a rede de Bayes identificada pela seguinte atribuição de probabilidades: p(a) = 0.2, p(b|a) = 0.3,  $p(b|\neg a) = 0.2$ , p(c|b) = 0.2,  $p(c|\neg b) = 0.9$ , p(d|b) = 0.1,  $p(d|\neg b) = 0.2$ . Calcule a probabilidade conjunta  $p(a \land b \land \neg c \land \neg d)$ .

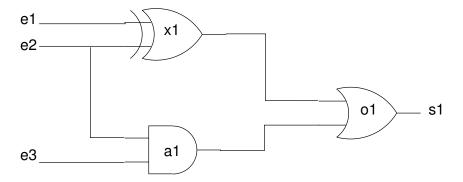
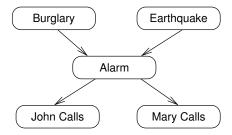


Figura 2: Exemplo de circuito electrónico.

9. Considere o cenário em que um alarme de uma casa pode disparar por causa de um assalto, mas também por ocorrência de um terramoto. Se o alarme dispara, os vizinhos, John e Mary, podem efectuar uma chamada de telefone para avisar o proprietário. Este cenário é representado pela seguinte Rede Bayesiana:



Os eventos Burglary e Earthquake não dependem de nenhum outro evento: são independentes de todos os outros. Assim, só é necessário especificar as suas probabilidades:

$$P(Burglary) = 0.001$$
  
 $P(Earthquake) = 0.02$ 

O evento Alarm depende da ocorrência dos eventos Burglary e Earthquake: os eventos Alarm e Burglary não são independentes (tal como os eventos Alarm e Earthquake). É necessário especificar a probabilidade condicional de Alarm dado as várias combinações de Burglary e Earthquake:

$$\begin{split} P(Alarm|(Burglary \land Earthquake)) &= 0.9 \\ P(Alarm|(Burglary \land \neg Earthquake)) &= 0.9 \\ P(Alarm|(\neg Burglary \land Earthquake)) &= 0.1 \\ P(Alarm|(\neg Burglary \land \neg Earthquake)) &= 0.001 \end{split}$$

Quanto aos eventos MaryCalls e JohnCalls são ambos dependentes do evento Alarm. As suas probabilidades condicionais são:

$$P(MaryCalls|Alarm) = 0.95$$

$$P(MaryCalls | \neg Alarm) = 0.001$$

e

$$P(JohnCalls|Alarm) = 0.9$$
  
 $P(JohnCalls|\neg Alarm) = 0.0$ 

Calcule as seguintes probabilidades:

- (a) P(Alarm)
- (b) P(MaryCalls)
- (c) P(JohnCalls)
- 10. Considere um domínio composto por animais, espécies e intervalos de tempo, no qual o conhecimento pode ser descrito através dos seguintes predicados:
  - Animal(a):  $a \in um animal$
  - Espécie(a,e): o animal a é da espécie e
  - Vivo(a,t): o animal a está vivo no intervalo t
  - Extinta(e,t): a expécie e está extinta no intervalo t
  - Progenitor(p,a): o animal p é progenitor do animal a
  - (a) Represente as seguintes frases em lógica de primeira ordem:
    - Qualquer animal tem um progenitor
    - Qualquer animal pertence a uma espécie
    - Apenas os animais pertencem a espécies
    - $\bullet\,$  Se p é o progenitor de a e a pertence a uma espécie e, então p também pertence a e
    - ullet Uma espécie e está extinta no intervalo t se nenhum animal dessa espécie está vivo nesse intervalo
    - Não existiam mamutes vivos no ano de 1918
  - (b) Demonstre que os mamutes estavam extintos em 1918 a partir das fórmulas que escreveu.
- 11. A nova empresa "SOF Sistemas Operativos do Futuro", sedeada na Costa Nova, comercializa actualmente o sistema operativo SOF2025h, mas este sistema ainda tem alguns problemas. A empresa pretende desenvolver um assistente que determina automaticamente se o utilizador precisa de ajuda, e, quando tal acontece, toma a iniciativa de fazer alguns sugestões ao utilizador. Após análise exaustiva dos problemas sentidos pelos utilizadores, verificou-se que há essencialmente dois sintomas da necessidade de ajuda. Um deles é o utilizador fazer uma "cara preocupada", o que pode ser detectado por um sistema de reconhecimento de expressões faciais previamente desenvolvido. O outro sintoma é o utilizador aumentar a frequência de utilização do rato, por estar a navegar através de diferentes menus à procura da solução para algum problema.

Entretanto, após análise, sabe-se que 60% dos utilizadores têm sobrecarga de trabalho, o que pode também causar uma cara preocupada. Cerca de 1% dos utilizadores sobrecarregados mostram cara preocupada, caso não precisem de ajuda. Já no caso de precisarem de ajuda, essa percentagem sobe para 2%. Os utilizadores não sobrecarregados, que não precisam de ajuda, apenas em 0.1% dos casos mostram cara preocupada. Este valor sobe para 1.1% caso precisem de ajuda.

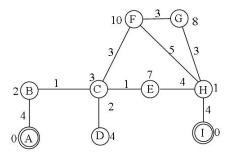
Sabe-se também que utilizadores com sobrecarga de trabalho tendem a acumular correio electrónico não lido. Apenas 0.1% dos utilizadores sem sobrecarga de trabalho acumulam correio não lido. Pelo contrário, 90% dos utilizadores com sobrecarga de trabalho acumulam correio electrónico não lido.

Há uma aplicação no SOF2025 especialmente causadora de problemas, o processador de texto SOF2025 Pal, no qual os utilizadores passam 5% do seu tempo de utilização do SOF2025. Na verdade, quando o utilizador está a usar esta aplicação, tenderá a precisar de mais ajuda, o que acontece em 25% dos casos. Já quando não usa o processador de texto, a probabilidade de precisar de ajuda é 0.4%. Se o utilizador não está a usar o SOF2025 Pal, existirá uma frequência exagerada de utilização do rato em 10% dos casos em que o utilizador precisa de ajuda e em 1% dos restantes casos. Quando o utilizador está a usar o SOF2025 Pal, ele fará uma utilização exagerada do rato em 90% dos casos, independentemente de precisar de ajuda ou não.

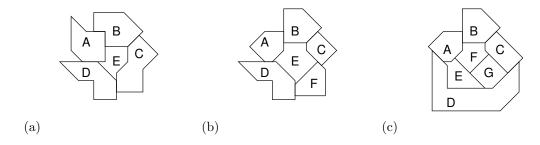
Com vista ao desenvolvimento do assistente de ajuda, pretende-se representar este conhecimento através uma rede de Bayes, tarefa que acaba de lhe cair em cima!... Identifique as variáveis da rede, desenhe a rede e apresente a tabela de probabilidades condicionadas.

#### IV Técnicas de resolução automática de problemas

1. Considere o espaço de estados apresentado na Figura 4, em que os valores nas ligações correspondem ao respectivo custo e os valores nos nós são os da função heurística. Nos exercícios, considere os nós A e I como soluções possíveis.



- (a) A heurística apresentada é admissível? Justifique a sua resposta e, em caso negativo, faça as alterações necessárias por forma a que passe a sê-lo.
- (b) Desenhe a árvore de pesquisa gerada pela estratégia A\* tomando com estado inicial o estado F. Indique o valor da função de avaliação em cada nó e numere os nós pela ordem em que são criados. Considere que a pesquisa em árvore se faz sem repetição de estados. Em caso de empate no valor da função de avaliação, o nó escolhido para expansão será o que vem antes na ordem alfabética dos estados. Use os valores originais da heurística.
- (c) Calcule o factor de ramificação médio da árvore gerada.
- (d) Calcule o factor de ramificação efectivo da árvore gerada.
- 2. Considere uma árvore de pesquisa com factor de ramificação r. Suponha que a solução mais próxima da raiz se encontra a uma profundidade g. Qual o número mínimo e máximo de nós visitados numa pesquisa em profundidade, com limite d?
- 3. Que heurística admissível sugere que seja usada com a pesquisa A\* para planeamento de caminhos óptimos em redes viárias? Justifique.
- 4. Pretende-se colorir os seguintes mapas de forma a que regiões adjacentes fiquem com cores diferentes. Apresente o grafo de restrições para cada um dos mapas e determine o número mínimo de cores necessário para cada um deles.



Formule e resolva estes problemas usando o módulo ConstraintSearch (Guião de Resolução Automática de Problemas).

5. Considere o seguinte problema:

André, Bernardo e Cláudio dão um passeio de bicicleta. Cada um anda na bicicleta de um dos amigos e leva o chapéu de um dos outros. O que leva o chapéu de Cláudio anda na bicicleta de Bernardo. Que bicicleta e que chapéu levam cada um dos amigos? (Retirado de Pierre Berloquin. 100 Jogos Lógicos. Gradiva, 1990.)

- (a) Formule este problema de forma a poder ser resolvido por pesquisa com satisfação de restrições: identifique as variáveis e os seus domínios, e a topologia do grafo de restrições, e especifique as restrições associadas.
- (b) Utilize o módulo constraintsearch para resolver o problema.
- 6. Considere o seguinte puzzle Su Doku em que cada linha, coluna e quadrado de 3 por 3 deve ser preenchido com os números de 1 a 9 e sem repetições. Apresente uma abordagem à resolução deste puzzle utilizando Pesquisa por Propagação de Restrições. Indique quais as variáveis, o seu domínio e as restrições a considerar.

		5		7		3
	5				8	2
4			6			
7	6	3		2	5	
8						
3	9	1		8	2	
6			3			
	1				6	7
		8		6		9

Retirado de Yukio Suzuki. Su Doku para especialistas e outros puzzles japoneses. Editorial Estampa, 2005.

- 7. O caso particular da pesquisa por recozimento simulado ( $simulated\ annealing$ ) com temperatura T=0 tem semelhanças significativas com alguma outra técnica de pesquisa sua conhecida? Nesse caso, identifique as principais semelhanças e diferenças.
- 8. Com vista à sua resolução através de pesquisa com propagação de restrições, formule o problema de escalonar quatro tarefas  $(A, B, C \in D)$  tendo em conta as seguintes informações:
  - As tarefas começam às horas certas, a partir das 8h de um dia, terminam o mais tardar às 19h desse mesmo dia.
  - A duração das tarefas é a seguinte: A 1h, B 2h, C 3h, D 4h.
  - ullet A tarefa A deverá terminar antes das tarefas B e C começarem.
  - $\bullet\,$  A tarefaD deverá começar depois de terminarem as tarefas B e C.
  - As tarefas não podem ser realizadas simultâneamente.
- 9. Um macaco está numa sala. Na mesma sala, pendurado num cabide e fora do alcance do macaco, está também um cacho de bananas. Se o macaco subir para cima de uma caixa, conseguirá alcançar as bananas. Inicialmente, o macaco está na posição A, as bananas na posição B e a caixa na posição C. As acções que o macaco pode executar são: deslocar-se de uma posição para outra; empurrar um dado objecto de uma posição para outra; subir para cima de um dado objecto; agarrar o cacho de bananas.

- (a) Identifique um conjunto de predicados com os quais seja possível descrever os vários estados do mundo neste domínio de aplicação.
- (b) Descreva o estado inicial do problema usando as condições que propôs.
- (c) Identifique e descreva as acções possíveis de acordo com o formato STRIPS.
- (d) Que sequência de acções deverá o macaco executar?
- (e) Apresente uma estimativa para o tamanho aproximado que a árvore de pesquisa poderá atingir. Justifique.
- 10. O robô VG-10 deixado recentemente em Marte pela Agência Espacial Portuguesa (AEP) precisa de planear as suas expedições entre várias estações anteriormente construídas pela AEP nesse planeta do sistema solar. Para cada estação, o VG-10 sabe quais as estações adjacentes, ou seja, aquelas para as quais se pode deslocar com o equivalente a um depósito de combustível. Além de encher o depósito, o VG-10 pode transportar dois bidões de combustível para recarga.

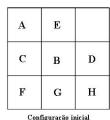
Os tipos de acções que o VG-10 pode executar são:

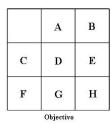
- Ir(e1, e2) ir da estação e1 para a estação adjacente e2.
- Carregar(e, b, p) carregar o bidão b da estação e para o espaço p no robô.
- Encher(B,X) encher o depósito com o combustível do bidão b que está carregado no robô na posição X.
- Descarregar(e, b, p) descarregar o bidão b do espaço p para a estação e.

#### Realize os seguintes exercícios:

- (a) Proponha um conjunto de condições que permitam descrever os estados de planeamento das expedições do VG-10. Explique o seu significado.
- (b) Especifique os operadores de planeamento necessários para representar as acções do VG-10.
- (c) Se pretender que um planeador das missões do VG-10, baseado na estratégia A\*, encontre uma solução óptima quando ela existe, que função de avaliação/estimação de custos sugere que seja utilizada? Assuma que o robô pode andar em linha recta e que as coordenadas das estacões são conhecidas. Justifique.
- (d) Considere agora que uma estação adjacente é uma estação para a qual existe uma ligação (trilho ou caminho) que o robô pode seguir. As distâncias entre todos os pares de estações adjacentes são conhecidas. Em cada momento, o combustível existente no depósito é especificado através da distância que ele permite percorrer. Que adapações à representação das acções seria necessário introduzir para levar em consideração estas restrições. Ilustre para o caso do operador Ir(E1,E2).
- 11. No contexto da resolução automática de problemas usando técnicas de pesquisa, defina os seguintes termos por palavras suas: estado, espaço de estados, acção, árvore de pesquisa, restrição.
- 12. Considere o problema do Caixeiro Viajante, que consiste em descobrir um caminho óptimo que passe por determinadas cidades  $A_1, ..., A_n$ , partindo, por exemplo, de  $A_1$ , passando por todas as outras apenas uma vez, e regressando a  $A_1$ . Considere que são conhecidas as distâncias entre todos os pares de cidades. Como formularia este problema para o resolver através de pesquisa A\*? Indique em particular em que consistiriam os estados, qual seria o estado inicial, qual o método para gerar as transições de estados, qual a função de avaliação dos custos das transições e qual a função heurística.

13. Considere um jogo em que as 8 primeiras letras do alfabeto (A a H) são colocadas de forma aleatória numa matriz de 3x3, ficando portanto uma posição por preencher. Uma letra (verticalmente ou horizontalmente) adjacente à posição livre pode ser deslocada para essa posição. O objectivo é determinar uma sequência de movimentos para gerar uma outra configuração da matriz. No exemplo da figura incluida abaixo, são necessários 6 movimentos, mas em média são precisos muitos mais.





- (a) No caso de ser utilizada pesquisa em árvore, indique uma estimativa para o factor de ramificação médio das árvores de pesquisa neste domínio.
- (b) Tendo em vista a possível resolução de problemas deste tipo através de A\*, considere as seguintes heurísticas:
  - $(h_1)$  Número de letras fora da sua posição final. ( 4 no exemplo acima)
  - $(h_2)$  Soma das distâncias horizontais e verticais das várias letras às respectivas posições finais. (6 no exemplo acima)

Estas heurísticas são admissíveis? Qual delas espera que funcione melhor?

- 14. Considere o problema de construir automaticamente passatempos de "palavras cruzadas". Como entrada, o processo recebe uma lista de palavras que podem ser utilizadas, e uma matriz, com informação de quais as posições a preencher (brancas) e quais as posições a não preencher (pretas). Qualquer sequência não interrompida de letras, seja na horizontal, seja na vertical, deve corresponder a uma palavra válida. O resultado é uma selecção das palavras a incluir na matriz e respectivas posições na matriz. Note que o problema aqui colocado é o da geração de uma matriz de palavras cruzadas, e não o da resolução do passatempo com base em sinónimos fornecidos como pistas.
  - (a) No pressuposto de utilizar pesquisa em árvore, como representaria os estados e o que seriam as transições de estados? Indique uma estratégia de pesquisa em árvore adequada ao problema bem como, se necessário, uma heurística.
  - (b) No pressuposto de utilizar pesquisa com propagação de restrições, que variáveis utilizaria, e quais os seus valores?
  - (c) Qual das duas aproximações, pesquisa em árvore ou pesquisa com propagação de restrições, seria mais adequada?

## V Aprendizagem automática

1. Sabe-se que a doença D ocorre em 1/4 de todos os casos. Sabe-se também que o sintoma S é observado em 3/4 dos pacientes que sofrem da doença D e em 1/8 da restante população. Suponha que se está a iniciar a construção de uma árvore de decisão com o objectivo de diagnosticar a referida doença. Temos portanto duas classes, D e  $\neg D$ , e S é um dos atributos.

Nas alíneas seguintes, pode apresentar cálculos aproximados, desde que indique as simplificações que efectuou.

- (a) Qual o ganho de informação associado ao atributo S?
- (b) Qual a razão do ganho associada ao atributo S?
- 2. Normalmente, não se testa um atributo mais do que uma vez ao longo de um caminho numa árvore de decisão. Porquê?
- 3. Considere o seguinte conjunto de dados, com três atributos binários (A1, A2 e A3) e uma saída também binária (duas classes).

Tabel	a 1: I	Dados	de treinc
A1	A2	A3	Classe
1	0	0	0
1	0	1	0
0	1	0	0
1	1	1	1
1	1	0	1

Use o algoritmo TDIDT para gerar uma árvore de decisão com base nestes dados. A escolha do atributo para cada nó deve basear-se no critério do ganho de informação.

4. Suponha que um conjunto de exemplos, E, é dividido em subconjuntos  $E_i$  de acordo com os valores de um atributo. Em cada  $E_i$  existem  $p_i$  exemplos positivos e  $n_i$  exemplos negativos. Mostre que o ganho de informação será positivo, excepto se  $p_i/(p_i+n_i)$  for igual para todos os atributos.