Naslov Skupina 19: Graffiti conjecture 232

Urban Merhar, Martin Kokošinek

1 Navodilo

Računalniško generirana domneva trdi: Če je G enostaven povezan graf, potem

$$2\gamma_t(G) \geq rad(G) + ecc(B).$$

Preveri domnevo na različne načine za male in velike grafe. Z uporabo populacijske metahevristike, preveri domnevo v upanju, da jo ovržeš.

Nekaj pripomb:

1. $ecc(v)$ je *ekscentričnost* od vozlišča v. Ekscentričnost od v je razdalja do najbolj oddaljenega vozlišča od vozlišča v, i.e., $max\{d(v,u) : u$ je vozlišče na grafu $\}$.
2. $rad(G)$ je *radij* grafa, t.j., minimum vseh ekscentričnosti vozlišč grafa G.
3. B je *obrobje* grafa G, t.j., množica vozlišč z maksimalno ekscentričnostjo.
4. $ecc(S)$ je *ekscentričnost* množice vozlišč S. Definirana je kot: Naj bo S podmnožica množice vozlišč V. Razdalja med vozliščem v in množico S, definirajmo kot razdaljo od v do najbližjega volišča v S. $ecc(S)$ je maksimum razadalj od vozlišča v $V \backslash S$ do množice S.

2 Kratek opis

Computer generated conjectures so računalniško ustvarjene domneve. $Graffiti$ je računalniški program, ki generira te matematične domneve oziroma odprte probleme. Računalniši program $Graffiti$ je ustvaril $Siemion\ Fajtlowicz$.

V najinem projektu pri predmetu Finančni praktikum si bova ogledala $Graffiti$ *conjecture* 232, ki jo bova testirala za majhne in velike grafe v upanju, da najdeva protiprimer. Ideja je, da enačbo zapiševa v programskem jeziku *Sage* in generirava naključne grafe. Na vsakem od teh grafov pa predpostavko testirava.

Že vgrajene funkcije, ki jih bova uporabila v programu:

1. $dominating\_set(total = True, value\_only = True)$ vrne najmanjšo dominirajočo množico na grafu G.
2. $radius()$ vrne radij grafa G.
3. $eccentricity()$ vrne ekscentričnost vozlišča v.
4. $periphery()$ vrne množico vozlišč iz obrobja grafa G.

2.1 Razlaga pojmov

- Dominirajoča Množica D: D je množica, kjer je vsako vozlišče iz $G \backslash D$ sosed nekega vozlišča iz D.
- Totalno Dominirajoča množica (TDM): Dominirajoči množici D dodamo pogoj, da so tudi vozlišča dominirajoče množice D sosedi vozlišč iz D.
- Totalno Dominirajoče Število (TDŠ): Moč totalno dominirajoče množice grafa G.
- $\gamma_t(G)$ je TDŠ grafa G.

2.1.1 Populacijska metahevristika

Hevristika (iz Grščine: 'najdem, odkrijem'): V računalništvu in matematični optimizaciji je visoko-nivojski način reševanja problemov, ko so klasični postopki prepočasni oziroma, ko klasične metode ne vrnejo točnih rezultatov. V zameno za polnost, optimalnost, natančnost, raje pridobimo na časovni zahtevnosti.
Meta-hevristika (meta iz Grščine: 'za, onstran') oziroma v prevodu Izčrpna-hevristika: Metahevristika vzame množico rešitev, ki je prevelika za analizo in s pomočjo določenih predpostavk glede optimizacije vrne zadovoljivo rešitev. Ta ni nujno globalno optimalna.
Populacijska metahevristika: Ohranjamo večje število kandidatov za rešitev in jih izboljšujemo s pomočjo populacijsih karakteristik. Primer je particle swarm optimization (PSO).

3 Plan dela

Zapisati učinkovit algoritem, ki bo za vsak generiran graf preverila lastnosti grafa in posledično domnevo. Za grafe, kjer domneva ne bi držala pa nam izpiše graf in vrne vrednosti lastnosti, ki so potrebovane v domnevi.

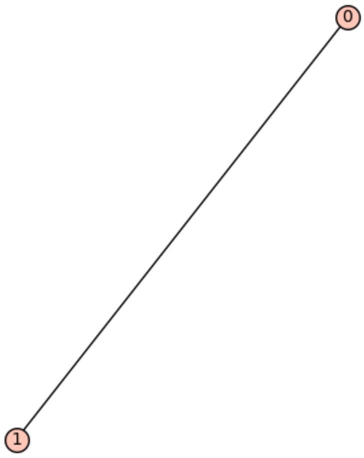
4 Potek dela

Razlaga programa...

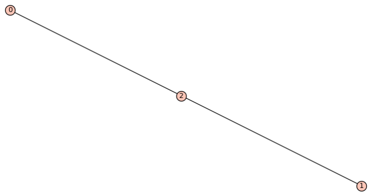
5 Majhni grafi

Majhne grafe sva v *sagu* generirala s pomočjo funkcije $graphs.nauty\_geng('v - c')$. Kjer je v število vozlišč grafa, $-c$ pa pomeni, da so grafi povezani. Na dovolj majhnih grafih sva generirala vse možne enostavne in povezane grafe ter na njih testirala predpostavko. Prav vsi grafi so ji ustrezali, zato sva se odločila podrobneje pogledati grafe, kjer je bila razlika med levo in desno stranjo predpostavke najmanjša.

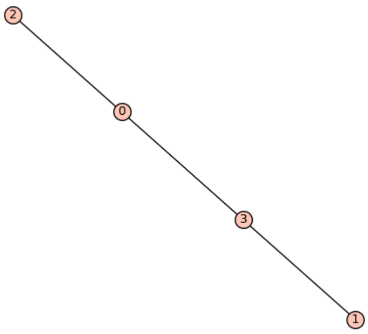
Graf na dveh vozliščih. Razlika v predpostavki je 3.



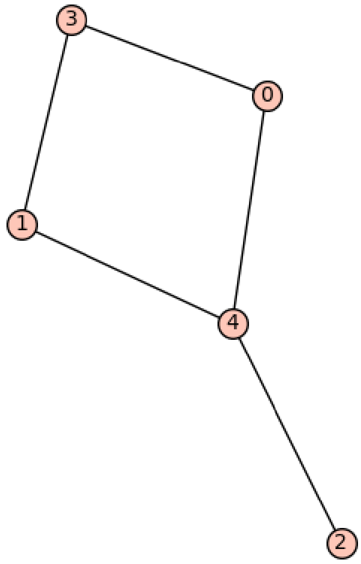
Graf na treh vozliščih. Razlika je 2.

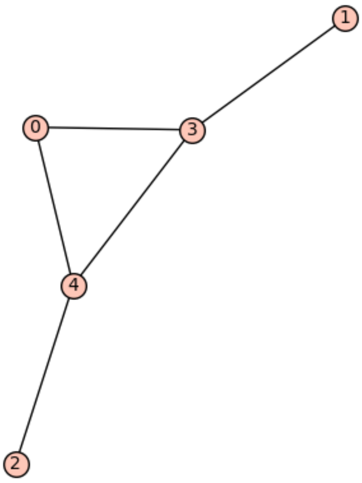


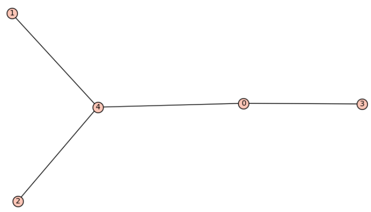
Graf na štirih vozliščih. Razlika je 0.

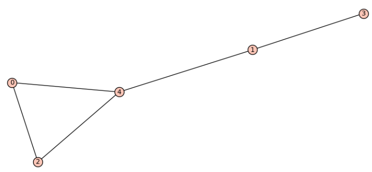


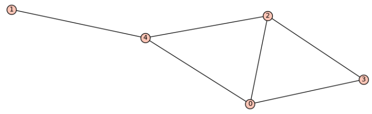
Pri grafih generiranih na petih vozliščih dobiš več grafov katerih razlika predpostavke je 0. Zanimivo je, da če bi nadaljeval vzorec po minimumih na grafih dveh, treh ali štirih vozliščih in sedaj eno za drugim povezal pet vozlišč sedaj ne dobiš minimuma ampak je razlika enaka 1.



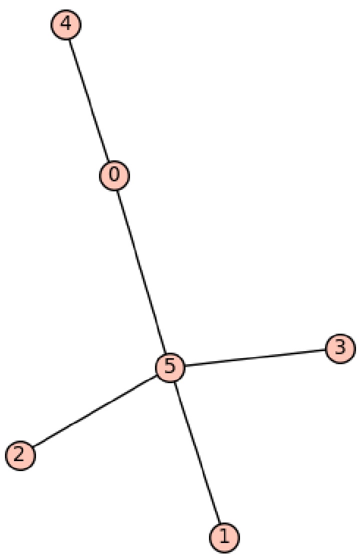


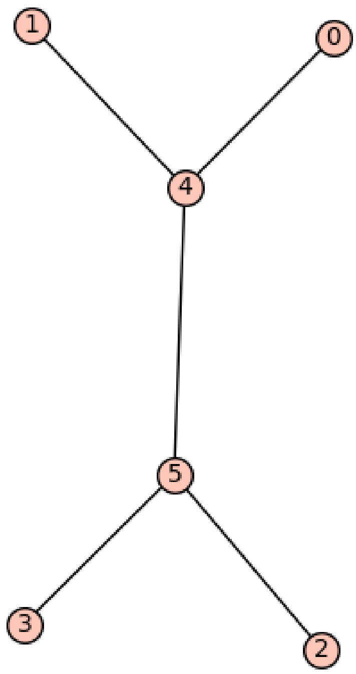


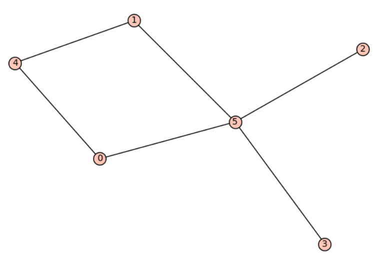


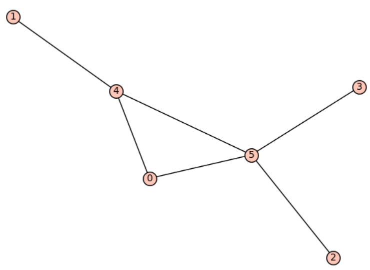


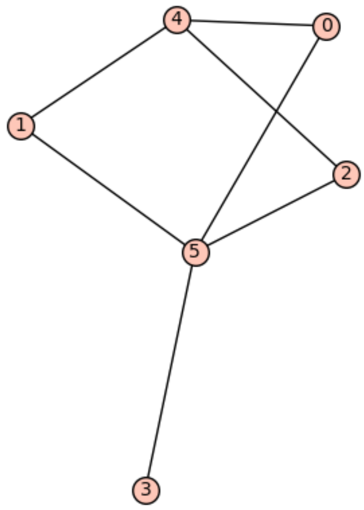
Pri grafih na šest vozliščih je ponovno več rešitev in razlika je 0, takih grafov je 38 od vseh 112 generiranih na šestih vozliščih. Poglejmo jih nekaj.



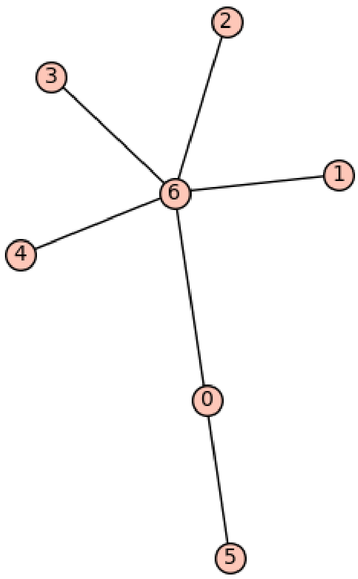


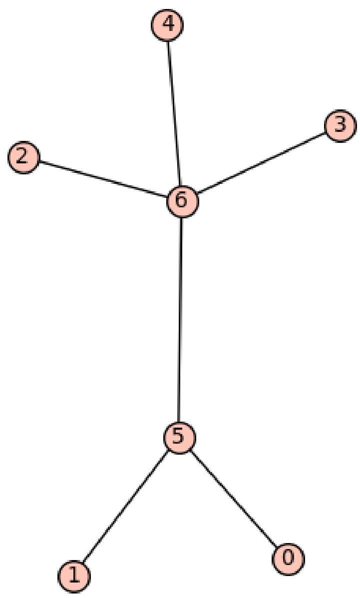


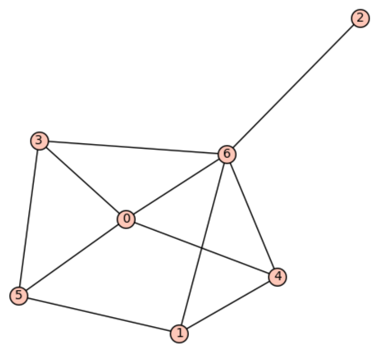


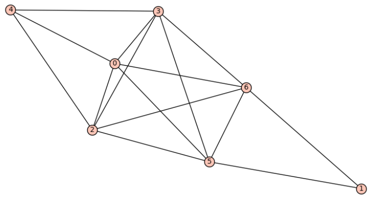


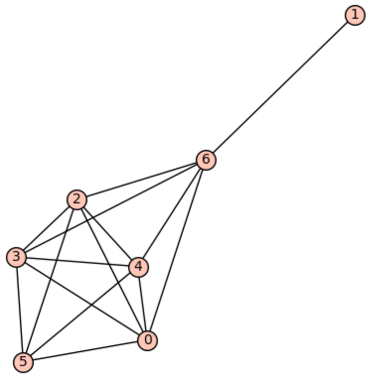
Grafi na sedmih vozliščih imajo ponovno minimalno razliko 0. 0d 853 generiranih grafov je takih 315.










1
6
2
3
4
0
5