Mécanique

Martin ANDRIEUX

Coordonées de Frenet

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{T} + \frac{v^2}{R} \cdot \vec{N}$$

Travail et puissance

$$\delta\mathcal{T} = \vec{f} \cdot \overrightarrow{dM}$$

$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{V}$$

1 Changement de référentiel

Compositions

$$\vec{v}\,(M/\mathcal{R}) = \vec{v}\,\left(M/\mathcal{R}'\right) + \vec{v_e}(M)$$

$\vec{v_e}$ est la *vitesse d'entraînement*, c'est la vitesse qu'aurait M dans $(\mathcal{R})$ s'il était fixe dans $(\mathcal{R}')$. Pour l'accélération, on a de même :

$$\vec{a}(M/\mathcal{R}) = \vec{a}\,\left(M/\mathcal{R}'\right) + \vec{a_e}(M) + \vec{a_c}(M)$$

Translation

$$\vec{v_e}(M) = \vec{v}\,\left(O'/\mathcal{R}\right)$$

$$\vec{a_e}(M) = \vec{a}\,\left(O'/\mathcal{R}\right)$$

$$\vec{a_c}(M) = \vec{0}$$

Rotation

$$\vec{v_e}(M) = R \cdot \Omega \cdot \vec{u_\theta}$$

$$\vec{a_e}(M) = -R \cdot \Omega^2 \cdot \vec{u_r}$$

$$\vec{a_c}(M) = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}\,\left(M/\mathcal{R}'\right)$$

2 Rotation autour d'un axe fixe

Moment d'inertie

$$J_\Delta = \iiint_{(S)} r^2 \, dm$$

Le moment cinétique du solide par rapport à son axe de rotation est :

$$L_\Delta = J_\Delta \omega$$

Théorème d'Huygens (HP)

$$J_{\Delta'} = J_\Delta + md^2$$

Où Δ et Δ' sont deux axes parallèles séparés d'une distance d. L'axe Δ doit passer par G.

Une trivialité

Pour un cercle de masse m, de rayon R :

$$J_\Delta = mR^2$$

Moment d'une force

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_O} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{f}$$

La méthode du bras de levier est souvent plus rapide.

Théorème du moment cinétique

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{J}\ddot{\theta} = \sum \overrightarrow{\mathcal{M}_O}$$

Énergie cinétique

$$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$$

Théorèmes

$$\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}_{\text{ext}}$$
$$\Delta E_c = \mathcal{T}_{\text{ext}}$$
$$\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}_{\text{ext, non conservatives}}$$

3 Contact de deux solides

Lois de Coulomb

S'il y a glissement :

$$R_T = \mu_d R_N$$

S'il n'y a pas glissement :

$$R_T \leqslant \mu_s R_N$$

La plupart du temps, les coefficients de frottement statique et dynamique ne sont pas distingués, on a alors :

$$\mu_s = \mu_d = \mu$$

Puissance des forces de glissement

$$\mathcal{P} = \overrightarrow{R_T} \cdot \overrightarrow{v_g} \leqslant 0$$