

Mécanique

Martin ANDRIEUX

Coordonnées de Frenet

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{T} + \frac{v^2}{R} \cdot \vec{N}$$

Travail et puissance

$$\delta \mathcal{T} = \vec{f} \cdot d\vec{M}$$
$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{V}$$

1 Changement de référentiel

Compositions

$$\vec{v}(M/R) = \vec{v}(M/R') + \vec{v}_e(M)$$

\vec{v}_e est la *vitesse d'entraînement*, c'est la vitesse qu'aurait M dans (R) s'il était fixe dans (R').

Pour l'accélération, on a de même :

$$\vec{a}(M/R) = \vec{a}(M/R') + \vec{a}_e(M) + \vec{a}_c(M)$$

Translation

$$\vec{v}_e(M) = \vec{v}(O'/R)$$

$$\vec{a}_e(M) = \vec{a}(O'/R)$$

$$\vec{a}_c(M) = \vec{0}$$

Rotation

$$\vec{v}_e(M) = R \cdot \Omega \cdot \vec{u}_\theta$$

$$\vec{a}_e(M) = -R \cdot \Omega^2 \cdot \vec{u}_r$$

$$\vec{a}_c(M) = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M/R')$$

2 Rotation autour d'un axe fixe

Moment d'inertie

$$J_\Delta = \iiint_{(S)} r^2 dm$$

Le moment cinétique du solide par rapport à son axe de rotation est :

$$L_\Delta = J_\Delta \omega$$

Théorème d'Huygens

$$J_{\Delta'} = J_\Delta + m d^2$$

Où Δ et Δ' sont deux axes parallèles séparés d'une distance d. L'axe Δ doit passer par G.

Une trivialité

Pour un cercle de masse m, de rayon R :

$$J_\Delta = m R^2$$

Moment d'une force

$$\vec{\mathcal{M}}_O = \vec{OM} \wedge \vec{f}$$

La méthode du bras de levier est souvent plus rapide.

Théorème du moment cinétique

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = J\ddot{\theta} = \sum \vec{\mathcal{M}}_O$$

Énergie cinétique

$$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$$

Théorèmes

$$\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_{\text{ext}}$$

$$\Delta E_c = \mathcal{T}_{\text{ext}}$$

$$\frac{dE_m}{dt} = \mathcal{P}_{\text{ext, non conservatives}}$$

3 Contact de deux solides

Lois de Coulomb

S'il y a glissement :

$$R_T = \mu_d R_N$$

S'il n'y a pas glissement :

$$R_T \leq \mu_s R_N$$

La plupart du temps, les coefficients de frottement statique et dynamique ne sont pas distingués, on a alors :

$$\mu_s = \mu_d = \mu$$

Puissance des forces de glissement

$$\mathcal{P} = \vec{R}_T \cdot \vec{v}_g \leq 0$$