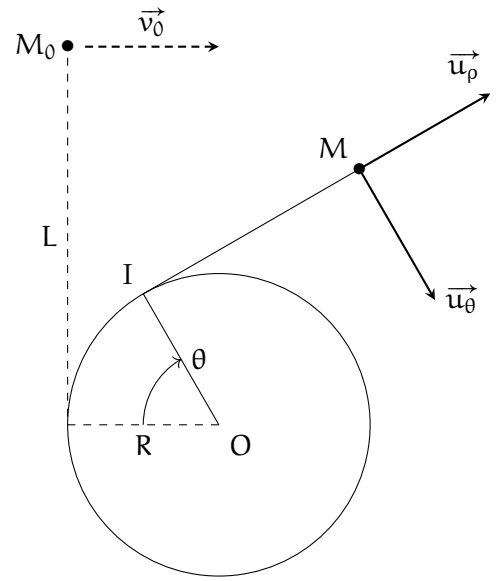


Exercices de mécanique

Martin ANDRIEUX

Rembobinage d'un fil

Un fil inextensible et sans masse de longueur L est raccordé tangentiellement à une bobine circulaire plate de rayon R . À son extrémité libre est accroché un point matériel M de masse m . Le fil étant tendu, on lance M dans le plan de la bobine, avec une vitesse \vec{v}_0 perpendiculaire au fil, et dans le sens correspondant à l'enroulement. On note θ l'angle correspondant au fil enroulé ($\theta = 0$ à $t = 0$). On néglige le poids de M . Il est conseillé d'utiliser pour les calculs la base $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$ (cf. figure).



- Quelle relation existe-t-il entre L , R , θ et $\rho = IM$?
- Calculer la vitesse \vec{v} et l'accélération \vec{a} dans la base $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$. Faire le lien avec la base de Frénet ; quel est le centre de courbure de la trajectoire ?
- Montrer que le mouvement est uniforme (v constant).
- Calculer la durée τ du rembobinage.
- Calculer la tension $\vec{T}(t)$ du fil en fonction du temps. Commenter.

a) $L = \rho + \theta R$

b) $\vec{v} = \rho \dot{\theta} \vec{u}_\theta$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} (\rho \dot{\theta}) \vec{u}_\theta - \rho \dot{\theta}^2 \vec{u}_\rho$$

c) $\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_{\text{force}} = 0$ d'où E_c constante.

d) $\tau = \frac{L^2}{2v_0 R}$

e) $T(t) = \frac{mv_0^2}{L\sqrt{1 - \frac{t}{\tau}}}$, la tension diverge quand M devient proche de la bobine.