

Exercices d'algèbre

Martin ANDRIEUX

Groupe

Soient G et H deux groupes finis ; le produit $G \times H$ est muni de sa structure de groupe produit. Soient $x \in G$ et $y \in H$, d'ordres respectifs n et m . Montrer que (x, y) est d'ordre $n \vee m$. En déduire une condition nécessaire et suffisante pour que $G \times H$ soit cyclique.

Groupe abélien

Soit G un groupe tel que pour tout g dans G , $g^2 = 1$. Montrer que G est abélien.

Système

Résoudre dans \mathbb{R} le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ xy + yz + zx = -5 \\ x^3 + y^3 + z^3 = -2 \end{cases}$$

Polynômes

Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ tel que $P(x) \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. On pose $Q = \sum_{k \geq 0} P^{(k)}$. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, Q(x) \geq 0$.