Exercices d'électromagnétisme

Martin ANDRIEUX

Physique sur un lac

Les eaux d'un lac (de masse volumique μ) s'abaissent d'une hauteur $h = 1\,\mathrm{m}$. Calculer la variation Δg qu'enregistre un gravimètre placé :

- Sur des pilotis, au milieu du lac, juste au dessus de la surface (avant qu'il ne baisse),
- à bord d'une barque ancrée au milieu du lac.

La rayon terrestre est $R = 6400\,\mathrm{km}$, et le champ de pesanteur à l'altitude du lac est $g = 9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$

$$\Delta g = -2\pi G\mu h = -0{,}42 \times 10^{-6}\,\mathrm{m\,s^{-2}} \qquad \Delta g' = \Delta g + \frac{2gh}{R} = 2{,}64 \times 10^{-6}\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

Cosmogonie du système solaire

Selon l'hypothèse de Laplace, le système solaire aurait été, à un moment de son évolution, constitué d'un tore fluide homogène de masse volumique mu et d'axe (D), animé d'un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire ω autour de (D).

a) On note $\vec{h}$ le champ de gravitation, V le potetiel dont dérive $\vec{h}$, et G la constante de gravitation universelle. Quelle et l'équation locale vérifiée par V ?

b) On note $\vec{a}$ le champ (massique) des forces d'inerties d'entraînement dans le référentiel lié au fluide, et U l potentiel dont dérice $\vec{a}$. Calculer le laplacien ΔU.

c) On admet que la stabilité du système exige que, en tout point de la surface du tore, le champ total $\vec{h} + \vec{a}$ soit dirigé vers l'intérieur de celui-ci. Montrer que ω est nécessairement inférieur à une valeur que l'on calculera en fonction de G et μ.

Répartition surfacique de dipôles sur un disque

Un disque de centre O et de rayon R porte, répartis uniformément sur sa surface, des dipôles électriques dont les moments dipolaires lui sont orthogonaux. Soit $\mu = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}S}$ la densité surfacique de moment dipolaire. Calculer le champ et le potentiel en tout point de l'axe de révolution Oz du disque (plusieures méthodes sont possibles). Que deviennent ces résultats pour $z \gg R$?

$$V(z) = \frac{\mu}{2\varepsilon_0}\left(\frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right) \qquad E(z) = \frac{\mu R^2}{2\varepsilon_0}\left(r^2 + R^2\right)^{-\frac{3}{2}}$$

Expérience de Nichols

Un métal contient par unité de volume lorsqu'il est immobile n_0 ions positifs de charge e et n_0 électrons libres de charge $-e$ et de masse m. Un long cylindre de ce métal, de rayon a, est mis en rotation autour de son axe de révolution Oz avec la vitesse angulaire constante ω. À l'équilibre, les ions et les électrons sont entraînés à la vitesse de rotation ω, et n'ont donc pas de mouvement par rapport au métal. À l'équilibre, il apparaît une densité volumique de charge $\rho(r)$ dans le cylindre, ainsi qu'une densité surfacique σ à la surface de celui-ci. En coordonnées cylindriques, on a pour un champ radial : div $\vec{E} = \frac{1}{r}\frac{d(rE_r)}{dr}$.

- Calculer le champ électrique dans le métal, et en déduire la différence de potentiel U entre l'axe du cylindre et sa périphérie.
- En déduire la densité $n(r)$ des électrons libres dans le volume du métal, et le charge surfacique σ.

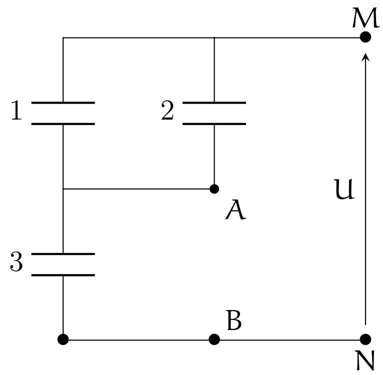
$$U = \frac{m\omega^2 a^2}{2e} \qquad n(r) = n_0 - \frac{2m\varepsilon_0\omega^2}{e^2} \qquad \sigma = -\frac{m\varepsilon_0\omega^2 a}{e}$$

Association de condensateurs et bilan d'énergie

On étudie le système représenté ci-contre, où tous les condensateurs ont même capacité C. Quelle est la charge de chacun d'entre eux ?

On introduit un quatrième condensateur de capacité C entre A et B. Il a été au préalable chargé sous la tension U positive et son armature chargée positivement est placé du côté de A. Quelles sont les nouvelles charges de chaque condensateur à l'équilibre ?

Faire un bilan d'énergie entre l'état initial de la question précedente et l'état final.



$$2q_1 = 2q_2 = q_3 = 2\frac{CU}{3}$$

$q'_1 = q'_2 = \frac{CU}{4}$ et $q'_3 = q'_4 = 3\frac{CU}{4}$

L'énergie électrostatique diminue de $\frac{5CU^2}{24}$, et les pertes par effet Joule valent $\frac{CU^2}{24}$