

# Exercices d'algèbre

Martin ANDRIEUX

## Groupe

Soient  $G$  et  $H$  deux groupes finis ; le produit  $G \times H$  est muni de sa structure de groupe produit. Soient  $x \in G$  et  $y \in H$ , d'ordres respectifs  $n$  et  $m$ . Montrer que  $(x, y)$  est d'ordre  $n \vee m$ . En déduire une condition nécessaire et suffisante pour que  $G \times H$  soit cyclique.

## Groupe abélien

Soit  $G$  un groupe tel que pour tout  $g$  dans  $G$ ,  $g^2 = 1$ . Montrer que  $G$  est abélien.

## Système

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ xy + yz + zx = -5 \\ x^3 + y^3 + z^3 = -2 \end{cases}$$