(8k-3)-stūru polimondi

Marta Rudzāte

2021/2022 m.g.

Kā konstruēt (8k-3)-stūru polimondus?

Nogriežņus apskatām kā vektorus.
Konstrukciju sākam no garākā vektora: $8k-3$. Katru nepāra garuma vektoru no $8k-3$ līdz $6k-1$ ieskaitot liekam uz austrumu virzienu, bet katru pāra garuma vektoru starp tiem un nākamo pāra garuma vektoru($6k-2$) liekam ziemeļrietumu virzienā.
Katru nepāra garuma vektoru no $6k-3$ līdz $4k+1$ ieskaitot liekam rietumu virzienā, bet katru pāra vektoru starp tiem liekam dienvidaustrumu virzienā.
Vektoru ar garumu $4k$ liekam dienvidrietumu virzienā.
Katru nepāra garuma vektoru no $4k-1$ līdz $2k-1$ ieskaitot liekam dienvidaustrumu virzienā, bet katru pāra vektoru starp tiem liekam rietumu virzienā.
Katru pāra garuma vektoru no $2k-2$ līdz 2 ieskaitot liekam austrumu virzienā, bet katru nepāra vektoru strap tiem liekam ziemeļrietumu virzienā.
Vektoru ar garumu 1 vienība liekam ziemeļaustrumu virzienā.

Kāpēc, šādā veidā konstruējot polimondu, vektors ar garumu 1 beigsies tur, kur sākās vektors ar garumu 8k-3?

Ja vektoru, kuri tika likti ziemeļrietumu un ziemeļaustrumu virzienā, garumu summa būs vienāda ar vektoru, kuri tika likti dienvidrietumu un dienvidaustrumu virzienā, garumu summu, tad ir zināms, ka vektors ar garumu 1 beidzas vektikāli tur pat, kur sākas vektors ar garumu $8k-3$.
Ja vektoru, kuri tika likti austrumu virzienā, garumu summa un vektoru, kuri tika likti ziemeļaustrumu un dienvidaustrumu virzienā, garumu pussumma kopā būs vienāda ar vektoru, kuri tika likti rietumu virzienā, garumu summu un vektori, kuri tika likti ziemeļrietumu un dienvidrietumu virzienā, garumu pussummu kopā, tad ir zināms, ka vektors ar garumu 1 beidzas horizontāli tur pat, kur sākas vektors ar garumu $8k-3$.
Ja vektors ar garumu 1 horizontāli un vertikāli beidzas tur pat, kur sākas vektors ar garumu $8k-1$, tad konstruējot polimondu, pieliekot pēdējo vektoru, tas beidzas tur, kur sākas pirmais liktais vektors.

Lai aprēķinātu uz katru virzienu likto nogriežņu summu, izmantosim divas formulas:

$$1 + 3 + 5 + ... + 2n - 1 = n^2, \tag{1}$$

$$2 + 4 + 6 + ... + 2n = n(n + 1). \tag{2}$$

Austrumu virzienā iet nepāra garuma vektori no $8k - 3$ līdz $6k - 1$. Pēc formulas (1) varam aprēķināt visu nepāra skaitļu summu no 1 līdz $8k - 3$ un no 1 līdz $6k - 3$. Šo divu summu starpība būs visu nepāra garuma vektoru no $8k - 3$ līdz $6k - 1$ summa.

$$(4k - 1)^2 - (3k - 1)^2 = 7k^2 - 2k$$

Vēl austrumu virzienā iet pāra garuma vektori no 2 līdz $2k - 2$. Pēc formulas (2) varam aprēķināt to garumu summu.

$$(k - 1)k = k^2 - k$$

Kopā austrumu virzienā vektoru garumu summa ir:

$$7k^2 - 2k + k^2 - k = 8k^2 - 3k$$

Rietumu virzienā iet nepāra garuma vektori no $6k - 3$ līdz $4k + 1$. Pēc formulas (1) varam aprēķināt visu nepāra skaitļu summu no 1 līdz $6k - 3$ un no 1 līdz $4k - 1$. Šo divu summu starpība būs visu nepāra garuma vektoru no $6k - 3$ līdz $4k + 1$ summa.

$$(3k - 1)^2 - (2k)^2 = 5k^2 - 6k + 1$$

Vēl rietumu virzienā iet pāra garuma vektori no $4k - 2$ līdz $2k$. Pēc formulas (2) varam aprēķināt visu pāra skaitļu summu no 1 līdz $4k - 2$ un no 1 līdz $2k - 2$. Šo divu summu starpība būs visu pāra garuma vektoru no $4k - 2$ līdz $2k$ summa.

$$(2k - 1)2k - (k - 1)k = 3k^2 - k$$

Kopā rietumu virzienā vektoru garumu summa ir:

$$5k^2 - 6k + 1 + 3k^2 - k = 8k^2 - 7k + 1$$

Ziemeļrietumu virzienā iet pāra garuma vektori no $8k - 4$ līdz $6k - 2$. Tādā pašā veidā kā iepriekš pēc formulas (2) aprēķinam šo vektoru garumu summu.

$$(4k - 2)(4k - 1) - (3k - 2)(3k - 1) = 7k^2 - 3k$$

Vēl ziemeļrietumu virzienā iet nepāra garuma vektori no $2k - 3$ līdz 3.

$$(k - 1)^2 - 1 = k^2 - 2k$$

Kopā ziemeļrietumu virzienā vektoru garumu summa ir:

$$7k^2 - 3k + k^2 - 2k = 8k^2 - 5k$$

Dienvidaustrumu virzienā iet pāra garuma vektori no $6k-4$ līdz $4k+2$.

$$(3k-2)(3k-1)-2k(2k+1)=5k^2-11k+2$$

Vēl dienvidaustrumu virzienā iet nepāra garuma vektori no $4k-1$ līdz $2k-1$.

$$(2k)^2-(k-1)^2=3k^2+2k-1$$

Kopā dienvidaustrumu virzienā vektoru garumu summa ir:

$$5k^2-11k+2+3k^2+2k-1=8k^2-9k+1$$

Ziemeļaustrumu virzienā iet tikai viens vektors, kurš ir ar garumu 1 vienība, kā arī dienvidrietumu virzienā iet tikai viens vektors, kura garums ir $4k$.

Saskaitot kopā vektoru garumus, kas iet ziemeļrietumu un ziemeļaustrumu virzienā ($8k^2-5k+1$), un vektoru garumus, kas iet dienvidaustrumu un dienvidrietumu virzienā ($8k^2-5k+1$), iegūstam, ka summas ir vienādas, kas nozīmē, ka tik, cik tika paiets uz augšu, tik pat arī tika paiets uz leju, kas nozīmē, ka vektors ar garumu 1 beidzas vertikāli tur pat, kur sākas vektors ar garumu $8k-3$.

Vektoru, kuri tika likti austrumu virzienā, garumu summa un vektoru, kuri tika likti ziemeļaustrumu un dienvidaustrumu virzienā, garumu pussumma kopā veido summu: $8k^2-3k+\frac{1+8k^2-9k+1}{2}=12k^2-7.5k+1$.
Vektoru, kuri tika likti rietumu virzienā, garumu summa un vektoru, kuri tika likti ziemeļrietumu un dienvidrietumu virzienā, garumu pussumma kopā veido summu: $8k^2-7k+1+\frac{8k^2-5k+4k}{2}=12k^2-7.5k+1$.
Tā kā šīs abas summas ir vienādas, tas nozīmē, ka tik, cik tika paiets pa labi, tik pat tika paiets pa kreisi, kas nozīmē, ka vektors ar garumu 1 beidzas horizontāli tur pat, kur sākas vektors ar garumu $8k-3$.

Tā kā vektors ar garumu 1 horizontāli un vertikāli beidzas tur pat, kur sākas vektors ar garumu $8k-3$, tad konstruējot polimondu, pieliekot pēdējo vektoru, tas beidzas tur, kur sākas pirmais liktais vektors.