LFSAB1508

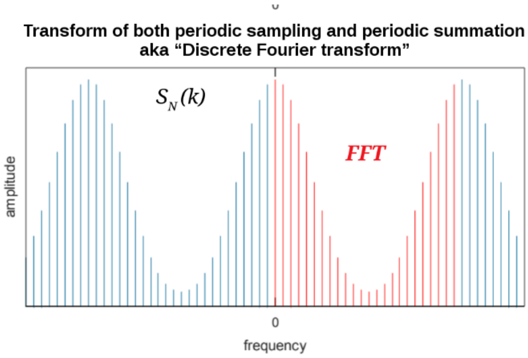
Q1 : Donnez la valeur de l'écart entre échantillons fréquentiels et la valeur de la fréquence la plus élevée (figure de droite) en fonction de T$_e$

Ecart entre échantillons fréquentiels : $\frac{1}{16T_e}$
Valeur de la fréquence la plus élevée : $\frac{1}{T_e}$

Q2 : Expliquez l'allure du module du spectre

La première composante de la transformée de Fourier est la composante DC du signal. On voit que le reste des points sont symmétriques.

Le signal a été décalé, ce graphique[1] permet de comprendre le résultat d'une FFT.



Q3 : de quel signal la figure de droite fournit-elle le spectre exact ?

Du signal temporel périodisé. En effet la DFT s'applique sur un signal temporel périodique et n'est calculé que sur une période. Un contenu fréquenciel discret, implique un signal périodique. Le signal sera répété lors de la transformation inverse.

On peut voir le problème dans l'autre sens. En effet, le contenu spectral du signal aurait du être périodique car le signal temporel est discret.

Q4 : expliquez l'allure du module du spectre (figure de droite) ainsi que les différences avec le spectre du transparent précédent ?

Il n'y a pas de nouveau contenu fréquentiel dans le signal temporel. Le module du spectre ne change donc pas.

Le signal est le même sauf qu'il est répété 4 fois, la période d'échantillonnage reste T_e mais la taille de la TFD augmente grandement, cela rajoute des points dans la TFD. Il n'y a pas de contenu fréquentiel aux points supplémentaires.

Q5 : expliquez l'allure du module du spectre (figure de droite) ainsi que les différences avec le spectre du transparent peécédent ?

Le signal est répétée pendant 4 période et 10 seizièmes de période. Si on fait une transformée sur l'entièreté du spectre temporel, cela nous donne un contenu fréquentiel différent car le signal n'est plus périodique sur 16 échantillons mais sur 74. Le contenu fréquentiel reste assez proche de celui obtenu précedemment. Ce phénomène s'appelle le spectral leakage.

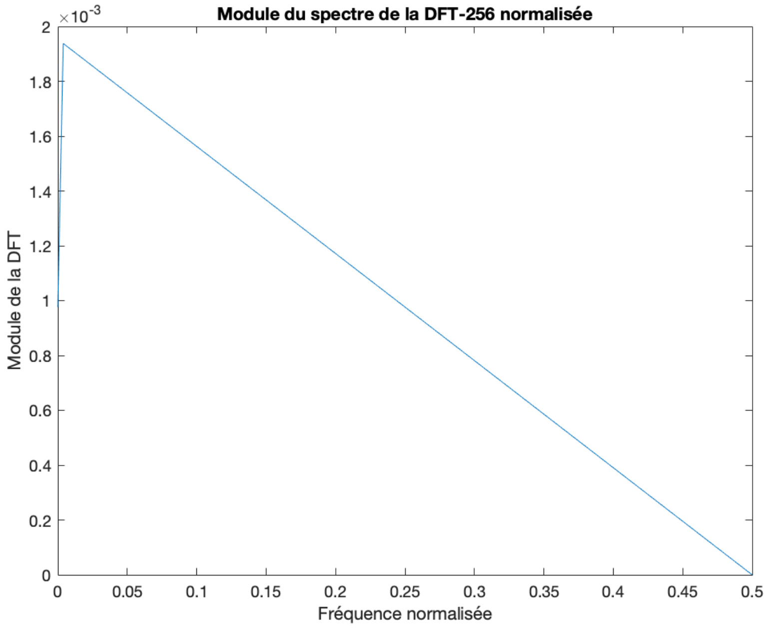
Q6 : D'après le théorème de l'échantillonnage de Nyquist, quelle est une valeur suffisante de la cadence d'échantillonnage ?

Le théorème d'échantillonnage de Nyquist nous dit que la fréquence d'échantillonnage doit valoir au moins 2 fois la fréquence maximale de notre signal Pour éviter le repli spectral. La valeur suffisante pour la fréquence d'échantillonnage vaut 16 GHz.

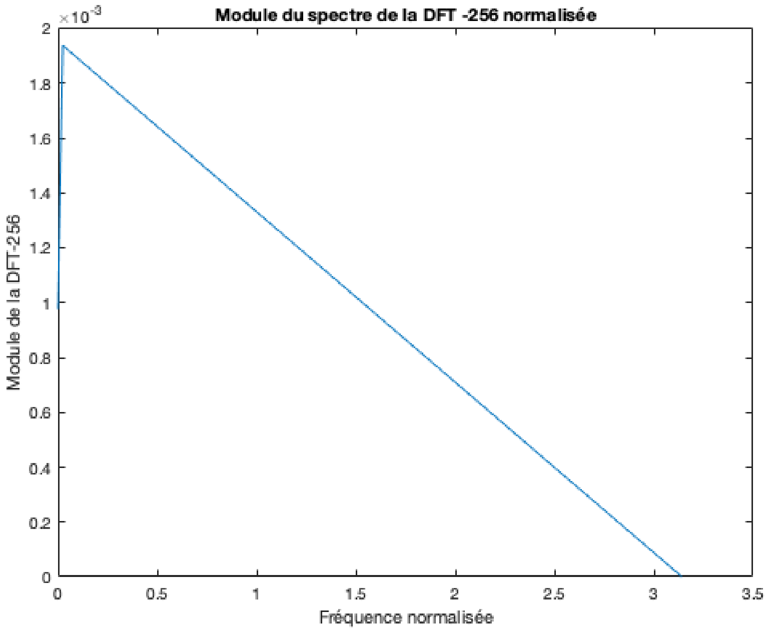
1. Ce graphe provient de wikipédia : https ://en.wikipedia.org/wiki/Discrete$_Fourier_transform/media/File$: $Fourier_transform,_Fourier_series,_DTFT,_DFT.svg$

Q7.1 : On part du signal s[n], on ne garde qu'un échantillon sur 4, soit 256 au final. Représentez le module de la TFD-256 obtenue à partir de ce signal. Graduez précisément l'axe horizontal en supposant qu'il correspond (i) à F (fréquence normalisée) ; (ii) à (pulsation normalisée) ; (iii) à f (la fréquence vraie). Commentez et expliquez.

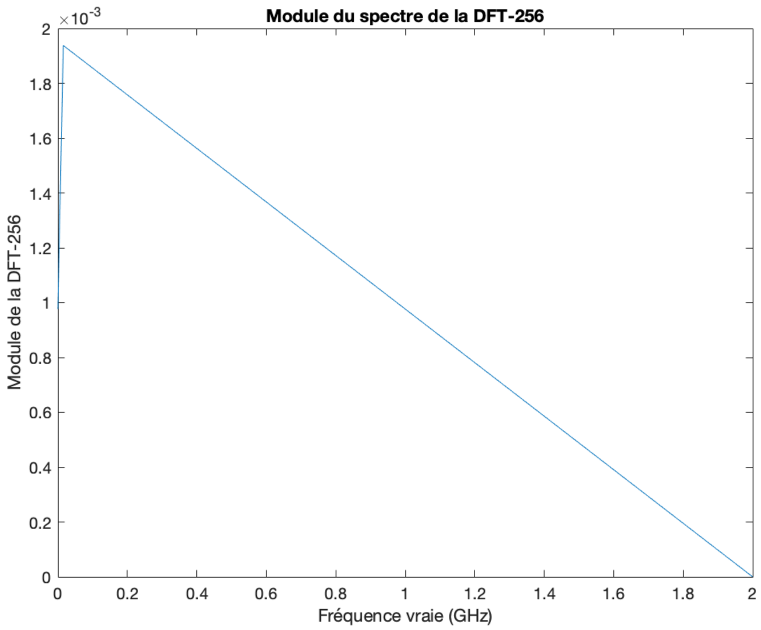
(i)



(ii)



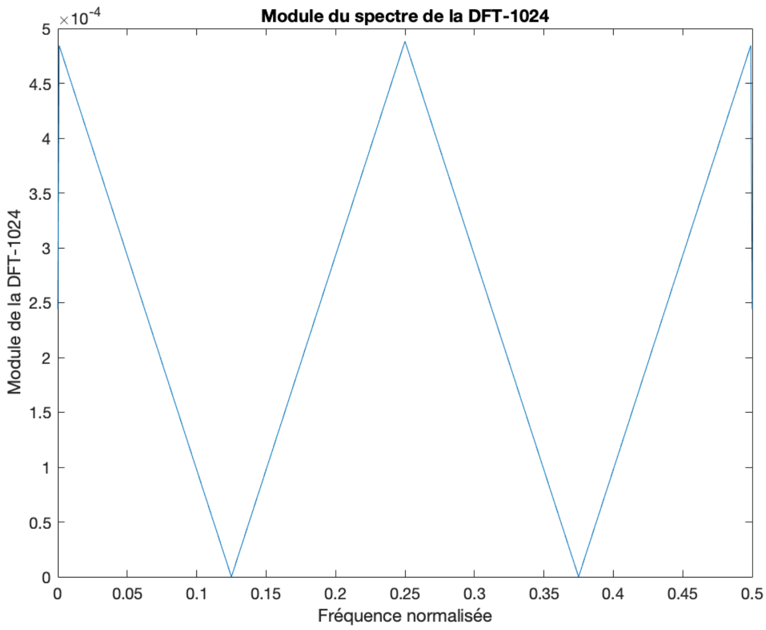
(iii)



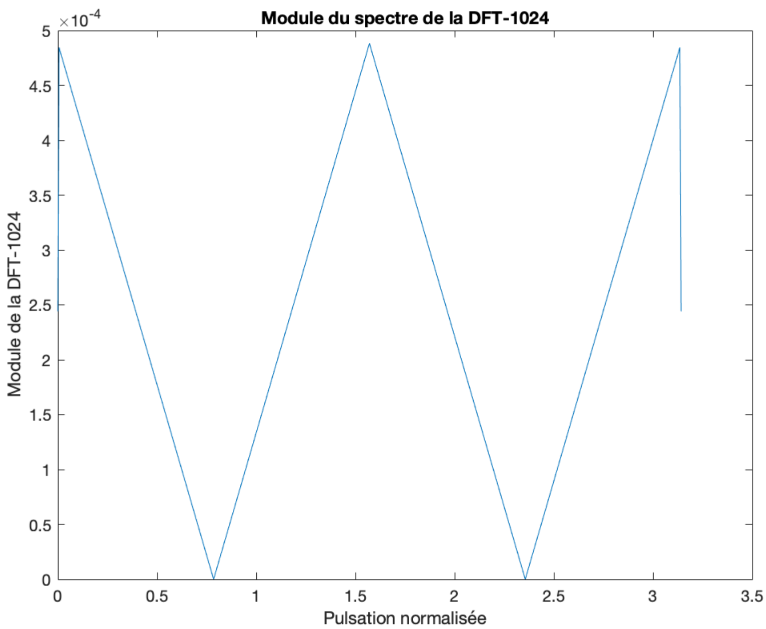
La DFT du signal est une fonction triangulaire, ce qui indique que le signal de départ doit etre de la forme d'un sinus cardinale au carré. Malgré le fait que le signal est sous-échantilloné, la forme du spectre du signal correspond toujours au signal de départ.

Q7.2 : on part du signal s[n], dans lequel on garde les échantillons en 0,4,8,.... et on met les autres à 0. Représentez le module de la TFD-1024 obtenue à partir de ce signal. Graduez précisément l'axe horizontal en supposant qu'il correspond (i) à F (fréquence normalis ee) ; (ii) à pulsation normalisée ; (iii) à f (la fréquence vraie). Justifiez et commentez les différences par rapport à Q7.1.

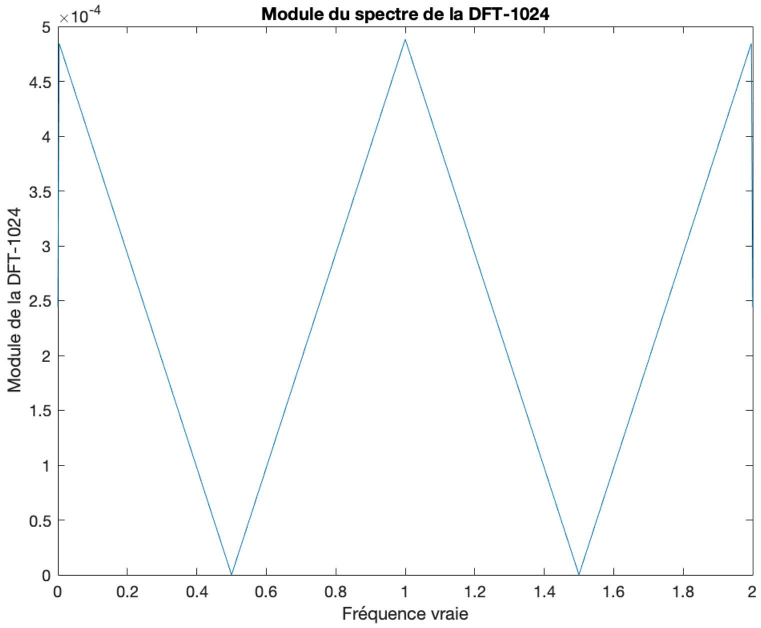
i)


Module du spectre de la DFT-1024
×10^-4
5
4.5
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
Module de la DFT-1024
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
0.3
0.35
0.4
0.45
0.5
Fréquence normalisée

ii)


Module du spectre de la DFT-1024
×10^-4
5
4.5
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
Module de la DFT-1024
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
Pulsation normalisée

iii)



En prolongeant le signal (en ajoutant des zeros entre chaque échantillion) la DFT va presenter un spectre plus large (plus de points mise en input) et donc on a une vue plus large du spectre des fréquences. On peut constater les répetitions spectrales (present du à l'échantillonage)