École Polytechnique de Louvain-La-neuve

Rapport
MS1

Auteurs
Nicolas Du Roy - 27791700
Léopold Clausse - 28731700
François Kollmann - 32441700
Martin Pasture - 13851700

Professeurs
Claude Oestges
Christophe Craeye
Luc Vandendorpe

Groupe 8
LFSAB 1508 : MS1
Quadrimestre 6

Question 1

Question 1.1 : De combien de récepteurs ou de mesures d_i a-t-on besoin ?

Si nous n'avons qu'un récepteur, la seule mesure du "time of arrival" nous donne la distance à l'émetteur. La seule information qu'on puisse extraire c'est que la cible se trouve sur un cercle. Avec l'ajout d'un second récepteur nous avons le même raisonnement pour chacun des deux récepteurs. La position de l'émeteur se trouve à l'intersection de ces cercles il y aura potentiellement 2 solutions.

A partir de 3 récepteurs, cette dernière ambiguité s'élimine car le troisième cercle intersecte un des deux points. Donc en conclusion il nous faut au minimum 3 récepteurs afin de connaitre la position de l'émetteur.

Q1.2 : Etablissez les équations qui unissent z, z_i et les mesures d_i

Il s'agit des équations de 3 cercles centrés sur les récepteurs et de rayon d_i.

$$(y - y_1)^2 + (x - x_1)^2 = d_1^2$$
$$(y - y_2)^2 + (x - x_2)^2 = d_2^2$$
$$(y - y_3)^2 + (x - x_3)^2 = d_3^2$$

Q1.3 : Proposez une méthode de résolution de ces équations

On résout d'abord l'intersection de 2 cercles, ce qui nous donne 2 coordonnées (x_a, y_a) et (x_b, y_b). On peut ensuite les insérer dans la 3ème équation de cercle, pour voir laquelle des 2 coordonnées est la solution.

Q1.4 : Représentez graphiquement les lieux qu'on obtiendrait en présence de bruit (l'épaisseur du trait représentant l'amplitude de l'erreur)

La figure 1 donne deux représentations graphiques des lieux en présence d'un bruit. On choisit de représenter pour une cible entre les trois points et une en dehors.

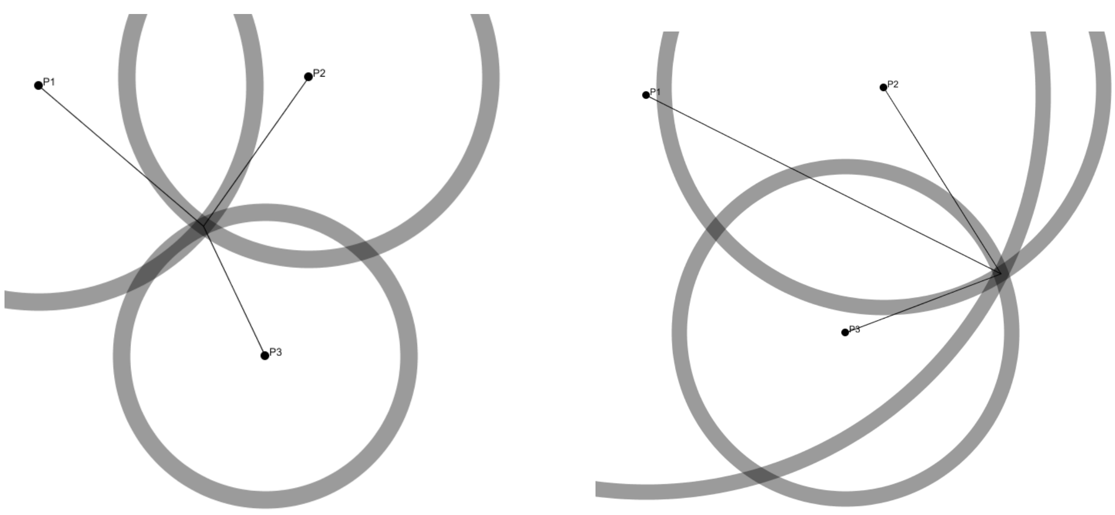

FIGURE 1 – 2 représentations

Q1.5 : Sur base du schéma, quelles sont des situations favorables/défavorables de positionnement des récepteurs par rapport aux émetteurs ?

Récepteurs

Si on choisit d'utiliser trois balises réceptrices, la situation idéale intuitive est de les placer sur les sommets d'un triangle équilatéral.

Emetteur

Après plusieurs essais graphiques, on peut voir que la plus haute fiabilité est obtenue quand la balise est située à l'intérieur du triangle formé par les récepteurs.
Loin des récepteurs, les cercles peuvent être approximés concentriques et le lieu des points devient infini, comme si on avait un seul récepteur. Il est donc impossible d'avoir une mesure de la position si la balise est loin du triangle formé par les 3 récepteurs.

Q1.6 : Comment pourrait-on traiter le cas de mesures non-parfaites ?

On rajoute dans les équations de cercle un paramètre d'erreur e_i à chaque distance mesurée :

$$(y - y_1)^2 + (x - x_1)^2 - (d_1 + e_1)^2 = 0$$

$$(y - y_2)^2 + (x - x_2)^2 - (d_2 + e_2)^2 = 0$$

$$(y - y_3)^2 + (x - x_3)^2 - (d_3 + e_3)^2 = 0$$

Cela va nous donner des "zones" dans lesquelles le point sera situé. Il est possible que dû aux erreurs, les cercles ne s'interceptent pas, il faut donc trouver le point qui minimise les equations.

Question 2

Q2.1 : Localisation de la cible vis-à-vis de 2 récepteurs

On travaille avec les récepteurs 1 et 2. τ_{ij} est ici τ_{12} et vaut la différence de temps entre l'arrivée du signal en 1 et l'arrivée en 2. Le récepteur 1 reçoit donc le signal avec un délai de τ_{12}. La différence de distance est $c\tau_{12}$ avec c, la vitesse de la lumière dans le milieu. La balise est notée $T(x, y)$. On fait la différence des distances.

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = d_1^2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = d_2^2 \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} = d_1 \\ \underline{\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} = d_2} \end{cases} \tag{2}$$

$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} - \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} = c\tau_{12} \tag{3}$$

Q2.2 : De combien de différences de temps/distance d'arrivée doit-on disposer au minimum pour une localisation 2-D ?

L'intersection de deux hyperboles donne déjà un point unique. On peut donc théoriquement se contenter de 3 récepteurs (qui nous donnent 3 différences de temps) pour être sûr de l'unicité théorique de la position. Pour avoir une précision acceptable, on va cependant utiliser 4 récepteurs pour la localisation.

Q2.3 : Proposez une méthode de résolution des équations établies à la Q2.1 (ne pas résoudre !), en supposant que les mesures τ_{ij} soient parfaites

L'équation trouvée est non-linéaire et il est donc impossible d'isoler y. On va donc utiliser une fonction Matlab qui minimise l'erreur au carré des distances entre les 4 équations.

Question 3

Q3.1 : Sur base des données fournies (synthétiques et mesurées), quel est l'ordre de grandeur de cette erreur ? Cette erreur est-elle acceptable ?

L'erreur quadratique moyenne est de $7.6278[m]$. Il s'agit pratiquement de la distance entre les antennes, notre modèle n'est donc pas suffisamment précis. Cependant, on peut voir que les points cités entre les antennes sont déterminés avec une beaucoup plus grande précision, et l'erreur quadratique est influencée en grande partie par les points cités en dehors.

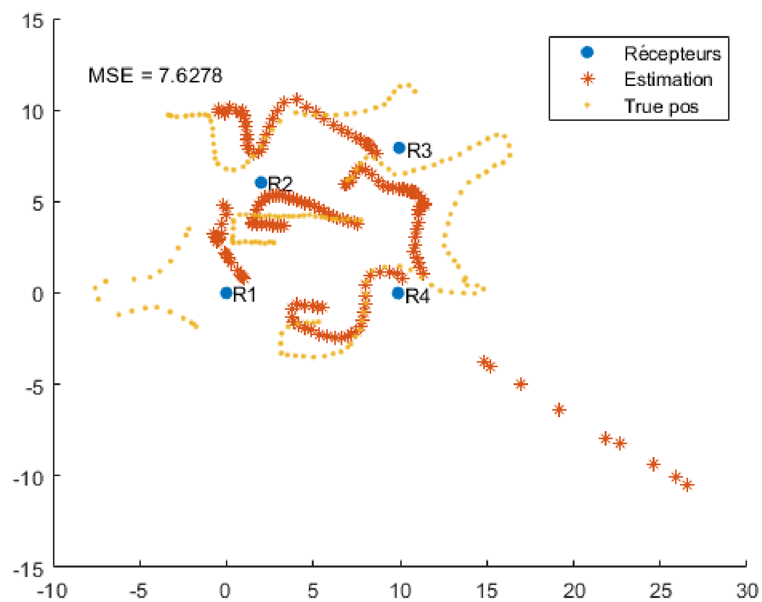

FIGURE 2 – Plot of the estimations

Q3.2 : Représentez graphiquement les lieux qu'on obtiendrait en présence de bruit (l'épaisseur du trait représentant l'amplitude de l'erreur)

Nous aurions la même chose que si il n'y avait pas de bruit, mais avec des traits d'hyperboles qui sont épais.

Q3.3 : Sur base du schéma, quelles sont des situations favorables/défavorables de positionnement des récepteurs par rapport aux émetteurs ?

Comme pour la question 2, les positions favorables sont celles cituées entre les 4 antennes car la zone d'intersection est plus faible.

Q3.4 : Afin d'améliorer la précision, comment peut-on exploiter les TDOAs additionnels obtenus pour un émetteur de position connue ? Proposez une méthode de résolution des équations dans ce cas(avec la résolution) et illustrez vos résultats avec les données fournies

L'erreur due à la transmission par cable coaxial à l'ordinateur central peut être calculée grâce à la présence d'un émetteur de référence. Puisque le TDOA et la position de l'émetteur sont connus, la longueur du cable peut être calculée.