

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA UNIVERZITY PALACKÉHO
KATEDRA INFORMATIKY

PŘEPISY PŘEDNÁŠEK

Databázové systémy 1

KMI/DATA1



28. prosince 2012

Martin Rotter
Jiří Zehnula

Abstrakt

*Tento dokument obsahuje přepisy přednášek, které vedl doc. RNDr Vilém Vy-
chodil, Ph.D.. Uvedená práce (dílo) podléhá licenci Attribution-NonCommercial-
NoDerivs 3.0 Unported, a to včetně vložených souborů, to neplatí pro loga jiných
společností, jako je například logo PostgreSQL.*

Obsah

1	Přehled databázových systémů a jejich historie	8
1.1	Historie databázových systémů	8
1.1.1	Databáze založené na souborech	8
1.1.2	Databáze založené na síťovém modelu	9
1.1.3	Databáze založené na hierarchickém modelu	9
1.1.4	Databáze založené na objektovém modelu	10
1.1.5	Databáze založené na relačním modelu	10
2	Relační model dat	10
3	Struktura relačních dat	10
3.1	Požadavky na tabulky	11
3.2	Relační schéma	11
3.3	Obecné kartézské součiny	12
3.4	Relace nad relačním schématem	12
3.4.1	Speciální případy relací	13
4	Tutorial D	13
4.1	Výrazy versus příkazy	13
4.2	N-tice jako hodnoty	13
4.3	Relace v Tutorial D	14
5	Modifikace dat	15
6	Relační algebra	15
6.1	Efektivita množinových operací	16
6.2	Další pojmy	17
6.3	Relační operace	17
6.3.1	Projekce	17
6.3.1.1	Aspekty fyzické vrstvy	18
6.3.2	Restrikce (selekce)	18
6.3.2.1	Záměna pořadí projekce a restrikce	18
6.3.3	Sumarizace (agregace)	19
6.3.4	Seskupování	20
6.3.4.1	Metoda UNGROUP	20
6.3.4.2	Metoda GROUP	20
6.3.5	Přejmenování	20
6.3.6	Přirozené spojení	21
6.3.6.1	Speciální případy přirozeného spojení	22
6.3.6.2	Vlastnosti přirozeného spojení	23
6.3.7	Spojení na rovnost a Théta-spojení	24
6.3.7.1	Vztah mezi přirozeným spojením a spojením na rovnost	24
6.3.8	Relační dělení	25
6.3.9	Vnitřní a vnější spojení	25

7	Neznámé hodnoty	26
8	Integritní omezení	26
8.1	Výrazy relační algebry	27
8.2	Omezení z pohledu relační algebry	27
8.3	Referenční integritní omezení	27
8.3.1	Chování při použití cizího klíče	28
9	Tranzitivní uzávěr relace	28
10	Transakční zpracování dat	30
10.1	Sériové provedení DB operací	31
10.2	Serializovatelné provedení DB operací	31
10.3	Atributy transakcí	31
10.4	Body uložení	32
11	Funkční závislosti	32
11.1	Funkční závislosti versus (nad)líce	33
12	Kanonické relace	34
12.1	Funkční závislosti	34
13	Boyce – Codova normální forma	37
14	Reprezentace hierarchických struktur	38
14.1	Reprezentace stromů	38
14.1.1	Hranová reprezentace	38
14.1.2	Cestová reprezentace	39
14.1.3	Reprezentace vnořenými množinami	39
	Seznam zkratk	41
	Seznam teorémů	42
	Bibliografie	44

Seznam obrázků

1	Datový model s obousměrnými odkazy	9
2	Datový model s jednosměrnými odkazy	9

Seznam tabulek

1	Záhlaví tabulky	11
2	Přirozené spojení tabulek	21
	a První operand	21
	b Druhý operand	21
	c Výsledná tabulka	21
3	Logické funkce	26
	a Logický součin	26
	b Logická implikace	26
4	Příklad relace s NULL hodnotou	26
	a Tabulka n_1	26
	b Tabulka n_2	26
5	Cizí klíče v relacích	27
	a Pracovníci	27
	b Vlastníci aut	27
6	Tranzitivní uzávěr tabulky	29
	a Výchozí tabulka	29
	b Tranizitivně uzavřená tabulka	29
7	Tabulky k příkladu 11.2	33
	a Tabulka \mathcal{D}_1	33
	b Tabulka \mathcal{D}_2	33
	c Tabulka \mathcal{D}_3	33
8	Tabulka \mathcal{D}_M pro příklad 12.1	35
9	Vstupní tabulka pro příklad 12.2	35
10	Výsledek příkladu 12.2	35
	a Tabulka pro M_{t_1, t_2}	35
	b Tabulka pro M_{t_2, t_3}	35
	c Tabulka pro M_{t_1, t_3}	35
11	Hranová reprezentace stromu	38
12	Cestová reprezentace stromu	39
13	Reprezentace stromu vnořenými množinami	39

Seznam zdrojových kódů

1	Výraz a příkaz (Tutorial D)	13
2	Základy n-tic (Tutorial D)	13
3	Operace s n-ticemi (Tutorial D)	14
4	Další operace s n-ticemi (Tutorial D)	14
5	Operace s relacemi (Tutorial D)	14
6	Modifikace relace (SQL)	15
7	Modifikace relace (Tutorial D)	15
8	Relační operace (Tutorial D)	16
9	Relační operace (SQL)	16
10	Tvorba indexu (SQL)	17
11	Projekce (SQL)	17
12	Projekce (Tutorial D)	17
13	Restrikce (SQL)	18
14	Restrikce (Tutorial D)	18
15	Přidání atributů (SQL)	19
16	Přidání atributů (Tutorial D)	19
17	Kombinace restrikce a duality projekce (SQL)	19
18	Kombinace restrikce a duality projekce (Tutorial D)	19
19	Počet n-tic v relaci (SQL)	19
20	Počet n-tic v relaci (Tutorial D)	19
21	Imitace chování SQL (Tutorial D)	19
22	Pokročilá sumarizace (Tutorial D)	19
23	Seskupování UNGROUP (Tutorial D)	20
24	Seskupování GROUP (Tutorial D)	20
25	Přejmenování (Tutorial D)	21
26	Přejmenování (SQL)	21
27	Sjednocení n-tic (Tutorial D)	21
28	Přirozené spojení (Tutorial D)	21
29	Přirozené spojení (SQL)	22
30	Polospojení (SQL)	22
31	Polospojení (Tutorial D)	23
32	Restrikce na rovnost (Tutorial D)	23
33	Vyjádření přirozeného spojení pomocí dalších operací (Tutorial D)	24
34	Vyjádření přirozeného spojení pomocí dalších operací (SQL)	24
35	Relační dělení (Tutorial D)	25
36	Vnější spojení (SQL)	25
37	Dotaz pracující s NULL hodnotami (SQL)	26
38	Tranzitivní uzávěr (Tutorial D)	29
39	Kostra rekursivního dotazu (SQL)	29
40	Tranzitivní uzávěr (SQL)	30
41	Úprava hodnoty v tabulce dvěma uživateli (uživatel 1)	30
42	Úprava hodnoty v tabulce dvěma uživateli (uživatel 2)	30
43	Dotaz na kořen stromu v množinové reprezentaci	39
44	Dotaz na listy stromu v množinové reprezentaci	39
45	Dotaz na podstrom stromu v množinové reprezentaci	40

1 Přehled databázových systémů a jejich historie

Databázový systém (anglicky [Database Management System \(DBMS\)](#)) je soustava komplexního aplikačního vybavení, které je podloženo určitým teoretickým základem. Jeden bez druhého nemůže existovat (resp. může, což má ale za následek formální selhání [DBMS](#) jako takového), a tak je nutné znát obě strany pomyslné databázové barikády. Databázový systém tedy tvoří:

1. Aplikační software, který je obvykle používán jako rozhraní pro přístup k databázi samotné.
2. Teorie, která formálně podkládá návrh databáze, organizaci dat a obsahuje algoritmickou stránku věci.

Mějme na paměti, že obě částí databázových systémů se rozvíjely postupně a mnohdy metodou pokus - omyl. Obecně platí, že pokud selže teoretický základ, tak již ani sebelepší frontend nic nezmuže. V databázovém systému se objeví formální rozpor a jedinou cestou vpřed je začít znovu.

Hlavním úkolem [DBMS](#) je poskytovat *perzistentní uložení dat*, dále poskytnout svým uživatelům konzistentní rozhraní a případně nabídnout *transa-^kční zpracování dat*. Nutno podotknout, že poslední bod nemusí být takovou samozřejmostí, jak by se mohlo zdát.

1.1 Historie databázových systémů

Potřeba organizace dat je stará jako lidstvo samo. Již staří Egypťané si vedli podrobné záznamy o výběru daní, stavbách chrámů a jiných činnostech. Zde můžeme hovořit o databázích založených na souborech.

1.1.1 Databáze založené na souborech

Souborem může být například papyrus, hliněná destička nebo (lépe) papír. Na papíře můžete být napsány v řádcích nějaké záznamy. Například seznam dlužníků nějakého podnikatele. *Vytvoření* takového seznamu je vskutku *lehké*. Představme si, že dlužník uprostřed seznamu splatil svůj dluh a bude ze seznamu vyškrtnut. Místo něj v seznamu vznikne prázdné místo. Zbytek seznamu se následně musí zkonsolidovat (přepsat na nový papír), aby vypadal konzistentně. Odtud plyne určitá *těžkopádnost* vyplývající z definice souboru a z určité *nízkoúrovňovosti* práce s ním. Přitom souborem může být myšlen i soubor na disku počítače.

Představme si navíc, že daný podnikatel si vede další soubor se seznamem, kde si u každého dlužníka značí jeho adresu, aby jej mohl v případě nutnosti navštívit. Jméno dlužníka tedy uchovává hned na dvou seznamech, přitom je přirozeně jasné, že stačí dlužníka evidovat jednou a poté se na něj „odkazovat.“ *Redundance dat* je tedy zřejmá.



Obrázek 1: Datový model s obousměrnými odkazy



Obrázek 2: Datový model s jednosměrnými odkazy

1.1.2 Databáze založené na síťovém modelu

Průkopníkem této oblasti byl Charles Bachman. Aktuálně se toto paradigma považuje za dávno překonané, nicméně pro časy budoucí poskytlo několik dobrých poznatků. Typicky „síťový“ databázový systém je tvoří mj. i:

1. *Záznamy*, které mají určitý *typ*. Ten deklaruje, jaké *atributy* daný záznam obsahuje. Atributy mohou nabývat různých hodnot.
2. *Odkazy*, které reprezentují *vztahy* mezi jednotlivými záznamy.

Obecně se ví, že databázové systémy tohoto typu mohou poskytovat velmi rychlé prostředky pro získávání jednoduchých dat, ale na druhou stranu na komplexnější data se dotazuje hůře. Tvorba dat není rovněž jednoduchá, protože práce s odkazy požaduje vyšší míru sofistikace.

1.1.3 Databáze založené na hierarchickém modelu

Jedná se o speciální typ síťového modelu, kde bylo úmyslem tento model zjednodušit. Výsledkem bylo vytvoření hierarchie v záznamech a odkazech ve formě

stromu¹.

1.1.4 Databáze založené na objektovém modelu

V objektovém modelu jsou hlavní prvky, jež reprezentují data, *objekty*, tedy serializované entity, které lze interpretovat pomocí nějakého vyššího programovacího jazyka. Prvním jazykem podporujícím takovéto pojetí byl Common Lisp.

1.1.5 Databáze založené na relačním modelu

Jedná se o aktuálně používaný model, který přináší určité výhody. Primárním nosičem informace v tomto modelu jsou *relace* (poněkud amatérsky je můžeme nazývat také tabulkami). Základy tohoto modelu položil Edgar Codd v roce 1970.

2 Relační model dat

Model má 3 základní komponenty:

1. *Struktury*, které uchovávají data a reprezentují výsledky dotazů.
2. *Integritní omezení*, která popisují vztahy mezi daty, které musí být splněny. Integritní omezení jsou v podstatě formule. Tato omezení slouží k popisu toho, jak mají data vypadat, slouží k odstranění jejich chyb.
3. *Manipulativní formalismy*, které říkají jak z uložených dat získat jiná data určitými operacemi.

Relační model je konkrétním modelem dat, avšak modely jako takové lze rozdělit do dvou skupin, tedy:

1. Abstraktní modely dat, které poskytují vyčerpávající logické definice datových struktur nebo operací s daty. Ty dohromady tvoří abstraktní formalismus. Tedy jakýsi abstraktní stroj, se kterým může uživatel operovat.
2. Konkrétní modely, pracující s persistentními daty.

3 Struktura relačních dat

Základním kamenem dat jsou tzv. „datové tabulky“, které obsahují záhlaví a další data.

1. Záhlaví (viz. tabulka 1) je množina atributů a jejich typů. U tabulky se seznamem zaměstnanců může být atributem například jméno zaměstnance atp.
2. Vlastní data (neboli tělo) tabulky by u takovéto tabulky představovala data samotných zaměstnanců.

¹Strom je jednou ze základních grafových struktur. Jedná se o (neorientovaný) graf bez kružnic. Více napoví [1, str. 91 – 96].

Tabulka 1: Záhloví tabulky

ID	JMÉNO	ADRESA
15	Vyacheslav Drsoň	Peklo, 666
⋮	⋮	⋮

3.1 Požadavky na tabulky

1. Řádky by neměly mít žádné pořadí. Tabulka by měla být chápána jako množina řádků. A v množině na pořadí nezáleží.
2. To samé platí pro sloupce.
3. V definice množiny také vyplývá, že tabulka by neměla obsahovat identické řádky. Tento požadavek není v mnoha [DBMS](#) splněn.
4. Všechny atributy jsou regulární.

Tyto požadavky formuloval C. J. Date. Pokud tabulka splňuje body 1 až 4, pak je v 1. normální formě.

Zavedli jsme si několik pojmů jako *atribut* a tak dále. Formalizujeme je nyní přesněji:

Atribut popisuje účel daného sloupce v tabulce, je to jméno sloupce.

Typ říká, jakých hodnot může atribut nabývat.

Doména je množinou všech možných hodnot daného typu. Tedy například nějaký pomyslný typ `BOOL` by mohl mít doménu ve tvaru:

$$\text{dom}(\text{BOOL}) = \{\text{true}, \text{false}\}$$

3.2 Relační schéma

Již dříve jsme si uvedli pojem *záhlaví tabulky*, avšak ten byl poněkud vágní. Relační schéma je jeho analogií s přesnější definicí.

Definice 3.1 (Relační schéma): Mějme množinu atributů Y a množinu typů T . Následně platí, relační schéma R je množina definovaná jako:

$$R = \{\langle y, t \rangle \mid y \in Y, t \in T\}$$

Proveďme dohodu, že typ atributu y budeme zapisovat také jako $\text{typ}(y)$ a analogicky doménu pro každý typ budeme značit jako $\text{dom}(y)$.

3.3 Obecné kartézské součiny

Mějme následující systém množin:

$$\{A_i \mid i \in I\}$$

kde I je tzv. indexní (a libovolná) množina a i je index z této množiny. Kartézský součin $A_i (i \in I)$ se značí $\prod_{i \in I} A_i$ a je definován jako množina zobrazení $f : I \rightarrow \bigcup_{i \in I} A_i$, kde $f_i \in A_i$ pro každý $i \in I$.

Prvky $\prod_{i \in I} A_i$ jsou zobrazení, nezáleží v nich na pořadí indexů.

Příklad 3.1 (Kartézský součin): Vypočítejme kartézský součin množin A a B , tedy $A \times B$ se zadáníms:

$$A = \{a, b, c\}, \quad B = \{10, 10\}, \quad I = \{1, 2\}, \quad A_1 = A, \quad A_2 = B$$

Následně řešení:

$$\prod_{i \in \{1, 2\}} A_i = \{\langle a, 10 \rangle, \langle b, 10 \rangle, \langle a, 20 \rangle, \langle b, 20 \rangle\}$$

Příklad 3.2 (Kartézský součin s tečkovou indexní množinou): Mějme $I = \{\bullet\}$ a A_\bullet . Pak platí, že $\prod_{i \in I} A_\bullet = A_\bullet$ s funkcí $f : \{\bullet\} \rightarrow A_\bullet$.

Příklad 3.3 (Kartézský součin žádné množiny): Necht' $I = \emptyset$. Pak $\prod_{i \in I} A_i = \{\emptyset\}$ s funkcí $f : \emptyset \rightarrow \emptyset$.

3.4 Relace nad relačním schématem

Definice 3.2 (Relace nad relačním schématem): Mějme relační schéma R , pak relace nad R je libovolná konečná podmnožina na kartézském součinu domén atributů z R , tedy

$$\mathcal{D} \subseteq \prod_{y \in R} \text{dom}(y)$$

Relace v takovémto pojetí přibližně odpovídá vágnějšmu pojmu *tabulka*. Součin lze pochopitelně také rozepsat. Obsahuje-li relační schéma R celkem n atributů, pak platí, že:

$$\mathcal{D} \subseteq \text{dom}(A_1) \times \cdots \times \text{dom}(A_n)$$

Pozorný čtenář určitě pozoruje, že každá relace (tabulka) může mít určitý maximální možný počet řádků. Matematicky:

$$|\mathcal{D}| = |\text{dom}(A_1)| \times \cdots \times |\text{dom}(A_n)|$$

Relaci lze také označit jako dvojici $\langle \mathcal{D}, R \rangle$. Tato dvojice takřka kompletně popisuje tabulku.

Každý prvek relace (tabulky) se nazývá n -tice. To je analogické vzhledem k matematickému pojetí relaci jako takových. Matematické relace též obsahují n -tice.

3.4.1 Speciální případy relací

1. Prázdná relace (tabulka) nad R , tedy $\langle \emptyset, R \rangle$.
2. Tabulka „dum“, tedy $\langle \emptyset, \emptyset \rangle$.
3. Tabulka „dee“, tedy $\langle \{\emptyset\}, \emptyset \rangle$.

4 Tutorial D

Programovací jazyk Tutorial D formuje opozici vůči mnohem známějšímu a v praxi používanějšímu [Structured Query Language \(SQL\)](#). Tutorial D má jedinou funkční a (víceméně) použitelnou implementaci známou jako Rel. Frontend Rel je naprogramován v jazyce Java a jeho prostředí vypadá bohužel hrůzostrašně. Rel je silně staticky typovaný, nemá konverze typů. Obsahuje typy:

Skalární , které jsou opozitem hodnotových typů ze známějších jazyků a patří sem například `BOOLEAN`, `INTEGER` nebo `STRING`.

N-ticové , které jsou dané jmény atributů a jejich typy.

Dále Rel disponuje *relačním* typem, který představuje instance tabulek. Rel pracuje s proměnnými konstruktivně, proměnné nemohou měnit svůj obsah (hodnotu), místo toho se vytváří nová proměnná s novou hodnotou. Každá proměnná má tedy svůj typ.

4.1 Výrazy versus příkazy

Výrazem v Tutorial D (resp. v Rel) je například prostá logická rovnost hodnot. Výraz může mít nějaký výsledek. Příkaz se od výrazu liší tak, že končí středníkem a obvykle obsahuje volání nějaké funkce.

Zdrojový kód 1: Výraz a příkaz (Tutorial D)

```
1 /* výraz */
2 666 = 6661215
3 /* příkaz */
4 WRITELN(10 = 20);
```

4.2 N-tice jako hodnoty

V Tutorial D lze přímočaře vytvářet řádky relací a považovat je za hodnoty, viz. kód 2.

Zdrojový kód 2: Základy n-tic (Tutorial D)

```
1 /* prázdná n-tice */
2 TUPLE {}
3 /* n-tice včetně dat */
4 TUPLE {id 666, name "Vilík", lab 5077}
5 /* rovnost n-tic */
```

```

6 WRITELN(TUPLE {id 666, name "Vilík", lab 5077} = TUPLE {id 007, name
    "James_Bond", lab 1111});
7 /* vnořené n-tice */
8 TUPLE {id 666, TUPLE {jmeno "Vilík" prijmeni "Devil"}, lab 5077}

```

Z n-tic lze pochopitelně získávat hodnoty nebo n-tice sjednocovat, zúžovat a tak podobně.

Zdrojový kód 3: Operace s n-ticemi (Tutorial D)

```

1 /* vypíše hodnoty atributů id a lab (zúžení n-tice) */
2 TUPLE {id 666, TUPLE {jmeno "Vilík" prijmeni "Devil"}, lab 5077} {id
    , lab}
3 /* vypíše vše kromě lab (zúžení n-tice) */
4 TUPLE {id 666, TUPLE {jmeno "Vilík" prijmeni "Devil"}, lab 5077} {
    ALL BUT lab}
5
6 /* sjednocení n-tic */
7 TUPLE {id 666, jmeno "Vilík"} UNION TUPLE {jmeno "Vilík", lab 5077}
8
9 /* přejmenování atributů n-tice */
10 TUPLE {id 666, jmeno "Vilík"} RENAME (id AS cislo, jmeno AS name)

```

Sjednocení n-tic bere dvě n-tice, které se shodují na nějakém atributu a ve výsledku se objeví konkatenace n-tic s jedním výskytem společného atributu. Kompozice n-tic funguje obdobně jako sjednocení, avšak ve výsledku se společné atributy vůbec neobjeví.

Zdrojový kód 4: Další operace s n-ticemi (Tutorial D)

```

1 /* rozšíření n-tice */
2 EXTEND TUPLE {id 666, jmeno "Vilík"} ADD (5077 AS lab)
3 /* aktualizace hodnot v n-tici */
4 UPDATE TUPLE {id 666, jmeno "Vilík"} (jmeno := "God")

```

4.3 Relace v Tutorial D

Tutorial D (potažmo Rel) samozřejmě podporuje relace.

Zdrojový kód 5: Operace s relacemi (Tutorial D)

```

1 /* relace s několika n-ticemi */
2 RELATION {
3     TUPLE {id 666, jmeno "Vilík"},
4     TUPLE {id 007, jmeno "Bond"}
5 }
6 /* vytvoření relace jakožto typu */
7 VAR seznam_lidi BASE RELATION {id INTEGER, jmeno STRING} KEY {id};

```

5 Modifikace dat

Již známe pojmy jako relace nebo relační proměnná. Modifikací dat v databázi se myslí přiřazení nové hodnoty k nějaké relační proměnné. V [SQL](#) se k tomuto používají příkazy [INSERT](#), [UPDATE](#) nebo [DELETE](#). V Tutorial D k obdobným operacím slouží operátor „:=“, tak jak jej známe například z jazyka Pascal.

Zdrojový kód 6: Modifikace relace (SQL)

```
1 UPDATE zakaznici
2 SET plat = 0
3 WHERE (plat > 50000);
```

Zdrojový kód 7: Modifikace relace (Tutorial D)

```
1 INSERT zakaznici RELATION {TUPLE {id 666, jmeno "Vilík", }};
```

K získávání dat z databáze slouží tzv. *relační dotazování*. Formátování dotazů pak definuje *dotazovací jazyk*. Ten říká, jak se budou dotazy vyhodnocovat. Tyto jazyky jsou obvykle deklarativní. Známe například [SQL](#) a Tutorial D.

Relační algebra specifikuje množinu operací s relacemi a dotazy se skládají z postupné aplikace těchto operací. Dotazy se formulují pomocí termů a vyhodnocování dotazů odpovídá vyhodnocování termů v algebře. Vyhodnocování může být přímočaré, avšak u složitějších dotazů rovněž netriviální.

Relační kalkuly (výpočty nad relacemi) existují hned v několika variantách:

- doménový kalkul
- n-ticový kalkul

Dotaz je formule predikátové logiky, ve které relační symboly označují relační proměnné a vyhodnocování dotazu je ohodnocování formulí v dané predikátové struktuře (ta představuje instanci databáze), ve které jsou relační symboly interpretovány n-árními relacemi.

Doménový relační kalkul má zhruba stejnou sílu jako relační algebra.

6 Relační algebra

Relační algebra poskytuje formální podklad pro množinové relační operace. Ty jsou analogií ke standardním operacím na množinách.

1. *Průnik*, který obsahuje pouze společné n-tice dvou relací. Mějme tedy relace \mathcal{D}_1 a \mathcal{D}_2 nad relačním schématem $R \subseteq Y$. Následně průnik definujeme jako:

$$\mathcal{D}_1 \cap \mathcal{D}_2 = \left\{ r \in \prod_{y \in R} \dim(y) \mid r \in \mathcal{D}_1 \text{ a zároveň } r \in \mathcal{D}_2 \right\}$$

2. *Sjednocení*, které obsahuje ty n -tice, které se vyskytnou alespoň v jedné ze vstupních relací. Mějme tedy relace \mathcal{D}_1 a \mathcal{D}_2 nad relačním schématem $R \subseteq Y$. Následně sjednocení definujeme jako:

$$\mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2 = \left\{ r \in \prod_{y \in R} \text{dim}(y) \mid r \in \mathcal{D}_1 \text{ nebo } r \in \mathcal{D}_2 \right\}$$

3. *Rozdíl*, který obsahuje n -tice, které se nacházejí v první relaci, avšak ne nacházejí se v druhé. Mějme tedy relace \mathcal{D}_1 a \mathcal{D}_2 nad relačním schématem $R \subseteq Y$. Následně rozdíl definujeme jako:

$$\mathcal{D}_1 \setminus \mathcal{D}_2 = \left\{ r \in \prod_{y \in R} \text{dim}(y) \mid r \in \mathcal{D}_1 \text{ a zároveň } r \notin \mathcal{D}_2 \right\}$$

Tyto operace lze provádět také v [SQL](#) či v Tutorial D.

Zdrojový kód 8: Relační operace (Tutorial D)

```
1 rexpr1 INTERSECT /* nebo UNION či MINUS */ rexpr2
```

Zdrojový kód 9: Relační operace (SQL)

```
1 SELECT * FROM table1
2 INTERSECT /* nebo UNION či EXCEPT */
3 SELECT * FROM table2;
```

Množinové operace v [SQL](#) používají implicitně volbu [DISTINCT](#), takže duplicitní n -tice jsou ignorovány. Naproti tomu u operací typu [SELECT](#) se jako výchozí používá [ALL](#).

6.1 Efektivita množinových operací

Efektivita závisí na implementaci fyzické vrstvy databázového systému. Obecně platí, že pokud lze na množině potřebných n -tic zavést lineární uspořádání, tak lze množinové operace provádět pomocí slévání.

Je třeba aby dané uspořádání bylo navíc totální. Tedy každé dvě n -tice musejí být porovnatelné. Relace uspořádání musí být tranzitivní, symetrická a reflexivní. Z požadavku totality musí být uspořádání také úplné.

Pokud máme na každé doméně zavedeno toto uspořádání \leq_y a zavedeme uspořádání také pro dané relační schéma R , tedy \leq_R , pak nám všechna uspořádání

$$\leq_y (y \in R) \text{ a } \leq_R$$

indukují uspořádání na n -ticích $r_1 < r_2$ právě tehdy, když existuje atribut $y \in R$ tak, že

$$r_1(z) = r_2(z) \text{ pro každé } z <_R y \text{ a navíc } r_1(y) <_y r_2(y)$$

V [SQL](#) se efektivita zajišťuje použitím tzv. indexu. Index dokáže provést ono totální uspořádání.

Zdrojový kód 10: Tvorba indexu (SQL)

```
1 CREATE INDEX muj_index ON moje_tabulka (sloupec_1, sloupec_2);
```

6.2 Další pojmy

Je třeba vysvětlit několik dalších pojmů:

Nadklíč (superkey) Mějme relaci \mathcal{D} nad relačním schématem R , která obsahuje několik n -tic. Jelikož je \mathcal{D} množina, tak nemůže obsahovat dvě stejné n -tice. Tedy dvě n -tice, které jsou shodné na všech attributech z R . Navíc mohou přirozeně existovat další podmnožiny R ($R \subseteq R$), pro které platí, že žádné dvě n -tice by se na těchto podmnožinách neměli shodovat. Každou takovou podmnožinu R nazýváme *superklíč*. Každá relace má alespoň jeden superklíč – ten, který je tvořen všemi atributy.

Klíč (key) Mějme libovolný nadklíč a relaci \mathcal{D} . Takový nadklíč může obsahovat „nadbytečné“ prvky resp. atributy. Jako *klíč* K označíme superklíč takový, že odstraněním jakéhokoliv dalšího atributu z klíče K by vedlo k tomu, že K již nebude nadklíč. Tedy:

1. Pro každé různé n -tice musí platit, že nemohou mít shodné hodnoty na (všech) attributech z klíče.
2. Klíč je minimálním nadklíčem.

6.3 Relační operace

6.3.1 Projekce

Mějme relaci R na schématu T . Projekce \mathcal{D} na $R \subseteq T$ je relace $\pi_R(\mathcal{D})$, definovaná jako:

$$\pi_R(\mathcal{D}) = \left\{ r \in \prod_{y \in R} \text{dim}(y) \mid \text{existuje } s \in \prod_{y \in T \setminus R} \text{ tak, že } rs \in \mathcal{D} \right\}$$

kde rs znázorňuje zřetězení n -tic, kde část $r \in R$ a $s \in T \setminus R$.

V Tutorial D lze n -tice řetězit prostřednictvím klíčového slova [COMPOSE](#).

Zdrojový kód 11: Projekce (SQL)

```
1 /* část id, jmeno, plat je projekcí */
2 SELECT DISTINCT id, jmeno, plat FROM table_1;
```

Zdrojový kód 12: Projekce (Tutorial D)

```
1 /* část {id} je projekcí */
2 TUPLE {id 666, jmeno "Vilík"} {id}
3 /* vše kromě id */
4 TUPLE {id 666, jmeno "Vilík"} {ALL BUT id}
```

Mějme na vědomí, že bez **DISTINCT** se ze zřejmých důvodů nejedná o relační operaci.

6.3.1.1 Aspekty fyzické vrstvy

Projekce v SQL přes **DISTINCT** je rychlá operace. V případě užití **DISTINCT** se už o rychlou operaci jednat nemusí. To ale neplatí v případě, že $R \subseteq T$ obsahuje klíč. Projekcí umí zrychlit:

1. Hashování, kde se potenciální n-tice, které se objeví ve výsledku, hashují.
2. Použití totálního uspořádání n-tic.

Věta 6.1 (Užití totálního uspořádání pro zrychlení projekce): Pokud máme $S \subseteq R \subseteq T$, pak

$$\begin{aligned}\pi_S(\pi_R(\mathcal{D})) &= \pi_S(\mathcal{D}) \\ \pi_T(\mathcal{D}) &= \mathcal{D} \\ \pi_R(\mathcal{D}) &= \begin{cases} \emptyset & \text{pokud } \mathcal{D} = \emptyset \\ \{\emptyset\} & \text{pokud } \mathcal{D} \neq \emptyset \end{cases}\end{aligned}$$

6.3.2 Restrikce (selekce)

Mějme danou relaci \mathcal{D} a formulí popisující podmínku $\varphi : t_1 \approx t_2$. t_1 je atribut a t_2 je hodnota z domény atributu. Následně restrikce:

$$\sigma_\varphi(\mathcal{D}) = \{t \in \mathcal{D} \mid t \text{ splňuje } \varphi\}$$

Zdrojový kód 13: Restrikce (SQL)

```
1 /* část id = 666 je restrikcí */
2 SELECT * FROM table_1 WHERE id = 666;
```

Zdrojový kód 14: Restrikce (Tutorial D)

```
1 /* část id = 666 je restrikcí */
2 relexpr WHERE id = 666;
```

Věta 6.2 (O komutativitě restrikcí): Platí, že:

$$\sigma_\varphi(\sigma_\psi(\mathcal{D})) = \sigma_\psi(\sigma_\varphi(\mathcal{D})) = \sigma_{\varphi \times \psi}(\mathcal{D})$$

6.3.2.1 Záměna pořadí projekce a restrikce

Prohlašme, že $\pi_R(\sigma_\varphi(\mathcal{D})) \sim \sigma_\varphi(\pi_R(\mathcal{D}))$. Pokud platí, že φ závisí na některém atributu z $T \setminus R$, pak pravá strana nedává smysl.

Předchozí poznatek má použití, a sice duální operaci k projekci, tedy přidání atributů.

Zdrojový kód 15: Přidání atributů (SQL)

```
1 SELECT table_1.*, expr AS additional_column FROM table_1;
```

Zdrojový kód 16: Přidání atributů (Tutorial D)

```
1 EXTEND relexpr ADD (expr AS additional_column)
```

Zdrojový kód 17: Kombinace restrikce a duality projekce (SQL)

```
1 SELECT money * 2 AS doubled_money, money, id
2 FROM employees
3 WHERE money * 2 > 5000;
```

Zdrojový kód 18: Kombinace restrikce a duality projekce (Tutorial D)

```
1 ((EXTEND relexpr ADD (money * 2 AS doubled_money))
2 WHERE doubled_money > 5000) {doubled_money, money, id}
```

6.3.3 Sumarizace (agregace)

Zdrojový kód 19: Počet n-tic v relaci (SQL)

```
1 SELECT COUNT(*) FROM my_table;
```

Výsledkem obdobného dotazu v SQL bude vždy relace. Například v tomto případě relace o jedné jednoprvkové n-tici, která obsahuje počet řádků původní relace.

Zdrojový kód 20: Počet n-tic v relaci (Tutorial D)

```
1 COUNT(relexpr)
```

Naopak v Tutorial D nebude výsledkem relace, avšak skalární hodnota. Tedy jednoduše číslo. Chování jazyka SQL lze v Tutorial D umitovat.

Zdrojový kód 21: Imitace chování SQL (Tutorial D)

```
1 SUMMARIZE relexpr ADD (COUNT() AS count_of_tuples)
```

Zdrojový kód 22: Pokročilá sumarizace (Tutorial D)

```
1 SUMMARIZE relexpr1
2 PER (relexpr2)
3 ADD (summary AS name)
4
5 /* místo PER lze použít také BY */
6 /* platí, že BY {seznam atributů} odpovídá PER (relexpr1 {seznam
7   atributů}) */
7 SUMMARIZE relexpr1
8 BY (seznam atributů)
```

```
9 | ADD (summary AS name)
```

Navíc by mělo platit, že $\text{relexpr1} \subseteq \text{relexpr2}$. Význam zdrojového kódu 22 je takový, že jdeme přes všechny n -tice z relexpr2 a počítáme sumarizaci ze všech n -tic z relexpr1 , které se shodují na attributech z relačního schématu z relexpr2 .

6.3.4 Seskupování

Uplatňuje se v modelech, které umožňují atributy s doménami, které jsou množiny relací.

6.3.4.1 Metoda UNGROUP

Zdrojový kód 23: Seskupování UNGROUP (Tutorial D)

```
1 /* atributy jsou typu relace */
2 relexpr UNGROUP (atribut, dalsi_atribut)
```

Výsledkem je relace nad schématem, které vznikne tak, že místo atributů ze seznamu budeme mít atributy vnořených tabulek a výsledek obsahuje n -tice tak, že pro každou n -tici je ve výsledku (obecně) několik n -tic, jejichž hodnoty jsou brány z tabulek ve výchozí n -tici metodou každý s každým.

6.3.4.2 Metoda GROUP

Zdrojový kód 24: Seskupování GROUP (Tutorial D)

```
1 /* atributy jsou typu relace */
2 relexpr GROUP (atribut, dalsi_atribut)
```

Na základě relace a seznamu atributů množin atributů, které se mají seskupit pod danými novými jmény se vytvoří relace, ve které jsou zbylé atributy výchozí relace a nové atributy, které nabývají hodnot, v nichž jsou maximální relace obsahující n -tice hodnot výchozí tabulky tak, že individuální hodnoty výsledných n -tic jsou v relaci se vzniklými relacemi právě tehdy, když zřetězení libovolných individuálních n -tic se zbylými individuálními hodnotami z každé výsledné n -tice se nachází ve výchozí tabulce.

6.3.5 Přejmenování

Z relace \mathcal{D} nad relačním schématem R se vytvoří nová relace

$$\rho \ y'_1 \Leftarrow y_1, \dots, y'_n \Leftarrow y_n(\mathcal{D})$$

nad schématem R , ve kterém byly atributy y_1, \dots, y_n přejmenovány na atributy y'_1, \dots, y'_n , ale za předpokladu, že každé dva atributy y_i, y'_i pro $1 \leq i \leq n$ mají stejný typ.

Tabulka 2: Přirozené spojení tabulek

(a) První operand

w	x	y
1	1	2
2	2	2
3	3	2
4	3	4
5	5	5

(b) Druhý operand

x	y	z
1	1	2
2	2	1
3	2	4
4	4	5
5	5	5

(c) Výsledná tabulka

w	x	y	z
2	2	2	1
3	3	2	4
5	5	5	5

Zdrojový kód 25: Přejmenování (Tutorial D)

```
1 relexpr RENAME (old AS new, old_2 AS new_2))
```

Zdrojový kód 26: Přejmenování (SQL)

```
1 SELECT old AS new, old_2 AS new_2 FROM table_1;
```

6.3.6 Přirozené spojení

Definice 6.1 (Přirozené spojení): Mějme relace \mathcal{D}_1 nad schématem $R \cup S$ a \mathcal{D}_2 nad schématem $S \cup T$ tak, že R, S, T jsou po dvou disjunktní a S je množina všech společných atributů. Pak je přirozené spojení $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$ relace nad schématem $R \cup S \cup T$ dáno předpisem

$$\mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2 = \{rst \mid rs \in \mathcal{D}_1, st \in \mathcal{D}_2\}$$

Zdrojový kód 27: Sjedenění n-tic (Tutorial D)

```
1 /* výsledkem je TUPLE {x 10, y 20, z 30} */
2 TUPLE {x 10, y 20} UNION TUPLE {y 20, z 30}
```

Příklad 6.1 (Přirozené spojení): Přirozeným spojením získáme tabulku, který má společné záhlaví, avšak obsahuje pouze n-tice, které se shodují na společných attributech daných vstupních tabulek resp. relací. Názorně na tabulkách ve skupině tabulek 2.

Libovolné n-tice r nad schématem R a s nad schématem S nazveme *spojitelné*, pokud projekce $r(R \cup S) = s(R \cup S)$. Tedy pokud mají stejné hodnoty ve společných attributech. Přirozené spojení odpovídá množině všech spojitelných n-tic z nějakých vstupních relací $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$.

Zdrojový kód 28: Přirozené spojení (Tutorial D)

```
1 relexpr1 JOIN relexpr2
```

Zdrojový kód 29: Přirozené spojení (SQL)

```

1 SELECT * from table_1 NATURAL JOIN table_2;
2
3 /* případně */
4 SELECT table_1.*, table_2.*
5 FROM table_1, table_2
6 WHERE table_1.x = table_2.x AND table_1.y = table_2.y;
```

Definice 6.2 (Visící n-tice): Pokud uvažujeme spojení $\mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2$, pak se $rs \in \mathcal{D}_1$ nazývá *visící n-tice*, pokud $rs \notin \pi_{R \cup S}(\mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2)$, tedy právě, když rs není spojitelné se žádnou n-ticí z \mathcal{D}_2 .

Definice 6.3 (Úplné přirozené spojení): Pokud relace $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$ nemají vzhledem ke svému přirozenému spojení žádné visící n-tice, pak lze toto přirozené spojení označit jako *úplné*.

6.3.6.1 Speciální případy přirozeného spojení

Předpokládejme, že \mathcal{D}_1 je relace nad schématem $R \cup S$ a \mathcal{D}_2 je relace nad schématem $S \cup T$. Schémata R, S, T jsou pod dvou disjunktní.

Průnik Jedná se o speciální případ pro $R = \emptyset$ a $T = \emptyset$, pak obě relace \mathcal{D}_1 a \mathcal{D}_2 jsou situovány nad schématem S . Následně spojení:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2 &= \{rst \mid rs \in \mathcal{D}_1 \text{ a } st \in \mathcal{D}_2\} \\
 &= \{\emptyset s \emptyset \mid \emptyset \in \mathcal{D}_1 \text{ a } s \emptyset \in \mathcal{D}_2\} \\
 &= \{s \mid s \in \mathcal{D}_1 \text{ a } s \in \mathcal{D}_2\} \\
 &= \mathcal{D}_1 \cap \mathcal{D}_2
 \end{aligned}$$

Kartézský průnik Jedná se o spojení, kde společné schéma (seznam atributů) $S = \emptyset$. Následně:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2 &= \{rst \mid rs \in \mathcal{D}_1 \text{ a } st \in \mathcal{D}_2\} \\
 &= \{rt \mid r \in \mathcal{D}_1 \text{ a } t \in \mathcal{D}_2\}
 \end{aligned}$$

Tento případ spojení značíme \boxtimes . Velikost výsledku tohoto spojení, tedy $|\mathcal{D}_1 \boxtimes \mathcal{D}_2| = |\mathcal{D}_1| \cdot |\mathcal{D}_2|$.

\boxtimes tedy označuje množinu všech spojení tohoto typu. V Tutorial D nemá tato operace žádnou analogii. V SQL se používá klíčové slovo **CROSS JOIN**.

Polospojení Značí se \ltimes . Tedy $\mathcal{D}_1 \ltimes \mathcal{D}_2 = \pi_{R \cup S}(\mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2)$. Výsledkem obsahuje takové n-tice $rs \in \mathcal{D}_1 \ltimes \mathcal{D}_2$, pro které platí, že jsou spojitelné s alespoň jednou n-ticí z \mathcal{D}_2 .

Zdrojový kód 30: Polospojení (SQL)

```

1 SELECT DISTINCT table_1.* FROM table_1 NATURAL JOIN table_2
```

Zdrojový kód 31: Polospojení (Tutorial D)

```
1 relexpr1 MATCHING relexpr2
```

Pokud je $\begin{cases} T = \emptyset & \text{pak } \mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2 = \mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2 \\ R = \emptyset & \text{pak } \mathcal{D}_2 \bowtie \mathcal{D}_1 = \mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2 \end{cases}$

Restrikce (na rovnost) $\sigma_{y \approx d}(\mathcal{D}) = \mathcal{D} \bowtie \{\langle y, d \rangle\}$, kde $\langle y, d \rangle$ je n -tice nad schématem $R = \{s\}$ a $f(y) = d$.

Zdrojový kód 32: Restrikce na rovnost (Tutorial D)

```
1 relexpr1 WHERE y = d
2 /* je ekvivalentní s */
3 relexpr1 JOIN RELATION {TUPLE {y d}}
```

Kompozice binárních relací Klasické kompozice z pohledu matematických relací se definuje jako:

$$R_1 \circ R_2 = \{\langle a, b \rangle \mid \exists c \text{ tak, že } \langle a, c \rangle \in R_1 \text{ a zároveň } \langle c, b \rangle \in R_2\}$$

Naproti tomu kompozice s přihlédnutím k relacím nad určitým relačním schématem se definuje jako:

$$\mathcal{D}_1 \odot \mathcal{D}_2 = \pi_{T \cup R}(\mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2)$$

kde relační schémata pro $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$ jsou $\{x, y\}$ resp. $\{y, z\}$.

6.3.6.2 Vlastnosti přirozeného spojení

Věta 6.3 (Komutativita, asociativita, idempotence, neutralita a anihilace přirozeného spojení): Platí, že:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2 &= \mathcal{D}_2 \bowtie \mathcal{D}_1 && \text{(Komutativita)} \\ \mathcal{D}_1 \bowtie (\mathcal{D}_2 \bowtie \mathcal{D}_3) &= (\mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2) \bowtie \mathcal{D}_3 && \text{(Asociativita)} \\ \mathcal{D} \bowtie \mathcal{D} &= \mathcal{D} && \text{(Idempotence)} \\ \mathcal{D} \bowtie \{\emptyset\} &= \mathcal{D} && \text{(Neutralita vůči množině obs. } \emptyset) \\ \mathcal{D} \bowtie \emptyset &= \emptyset && \text{(Neutralita vůči prázdné množině)} \end{aligned}$$

Věta 6.4 (Další vlastnosti spojení): Platí, že:

1. $\pi_{R_j}(\bowtie_{i=1}^n \mathcal{D}_i) \subseteq \mathcal{D}_j, \quad \forall j = 1, \dots, n$
2. $\pi_{R_j}(\bowtie_{i=1}^n \mathcal{D}_i) = \mathcal{D}_j, \quad \forall j = 1, \dots, n$ právě, když lze relace $\mathcal{D}_1, \dots, \mathcal{D}_n$ úplně spojit.
3. $\pi_{R_j}(\bowtie_{k=1}^n \pi_{R_j}(\bowtie_{i=1}^n \mathcal{D}_i)) = \pi_{R_j}(\bowtie_{i=1}^n \mathcal{D}_i), \quad j = 1, \dots, n$

Mějme \mathcal{D} na schématu $R_1 \cup \dots \cup R_i$. Následně platí:

4. $\mathcal{D} \subseteq \bowtie_{i=1}^n \pi_{R_i}(\mathcal{D})$

$$5. \bowtie_{i=1}^n \pi_{R_i}(\bowtie_{i=1}^n \pi_{R_i}(\mathcal{D})) = \bowtie_{i=1}^n \pi_{R_i}(\mathcal{D})$$

Definice 6.4 (Bezztrátová dekompozice): Relace \mathcal{D} na schématu R má bezztrátovou dekompozici, pokud

$$\mathcal{D} = \bowtie_{i=1}^n \pi_{R_i}(\mathcal{D}) \text{ pro } R_1 \cup \dots \cup R_n = R$$

Poznámka 6.1 (O bezztrátové dekompozici): Relační schéma R má vždy bezztrátovou dekompozici vzhledem k R .

6.3.7 Spojení na rovnost a Théta-spojení

Spojuje data z tabulek (relací) na základě specifikovaného vztahu, který musí splňovat hodnoty atributů.

Mějme dáno $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$ a obecnou *Theta*-podmínku, jenž je dána obecně nějakou formulí. Pak výsledkem bude podmnožina

$$\mathcal{D}_1 \bowtie_{\Theta} \mathcal{D}_2 = \sigma_{\Theta}(\mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2)$$

kde σ_{Θ} je restrikcí na základě podmínky Θ .

Spojení na rovnost je speciálním případem pro Θ -spojení pro Θ ve tvaru:

$$x_1 = y_2 \wedge \dots \wedge x_n = y_n$$

6.3.7.1 Vztah mezi přirozeným spojením a spojením na rovnost

Spojení na rovnost lze vyjádřit pomocí přirozeného spojení a restrikcí následovně:

$$\mathcal{D}_1 \bowtie_{x_1=y_1 \wedge \dots \wedge x_n=y_n} \mathcal{D}_2 = \sigma_{x_1=y_1}(\sigma_{x_2=y_2}(\dots(\sigma_{x_n=y_n}(\mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2))))$$

Přirozené spojení lze vyjádřit pomocí restrikcí, přejmenování a projekcí. Mějme $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \dots, \mathcal{D}_i$ na $R \cup S$ a \mathcal{D}_3 na $S \cup T$. R, S, T jsou po dvou disjunktní pro $S = \{y_1, \dots, y_n\}$. Bereme \mathcal{D}_2 a přejmenujeme atributy. Tedy:

$$\pi_{R \cup S \cup T}(\rho_{y'_1 \leftarrow y_1, \dots, y'_n \leftarrow y_n}(\mathcal{D}_2) \bowtie_{y_1=y'_1 \wedge \dots \wedge y_n=y'_n} \mathcal{D}_1) = \mathcal{D}_1 \bowtie \mathcal{D}_2$$

Zdrojový kód 33: Vyjádření přirozeného spojení pomocí dalších operací (Tutorial D)

```
1 (relexpr1 JOIN (relexpr2 RENAME (...))) WHERE ...
```

Zdrojový kód 34: Vyjádření přirozeného spojení pomocí dalších operací (SQL)

```
1 SELECT * FROM table_1, table_2 WHERE table_1.* = table_2.*;
```


6.3.8 Relační dělení

Dělení je protípólem projekce a značí se „ \div “. Bývá odpovědí na dotazu typu: „Najdi osobu, která obsolvovala každý kurz.“ Určitá n -tice r se nachází v tabulce $r \in \pi_R(\mathcal{D})$ právě, když existuje s tak, že $rs \in \mathcal{D}$. Dělení lze interpretovat jako odpověď na univerzální dotazy.

Uvažujme relace:

1. \mathcal{D}_1 na schématu R , které říkáme *dělenec*.
2. \mathcal{D}_2 na schématu S , které říkáme *dělitel*.
3. \mathcal{D}_3 na schématu T , které říkáme *prostředník*.

Výsledkem dělení $\mathcal{D}_1 \div_{\mathcal{D}_3} \mathcal{D}_2$, tedy tzv. podílem je relace nad schématem $R \cap T$. Matematicky:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_1 \div_{\mathcal{D}_3} \mathcal{D}_2 &= \{r(R \cap T) \mid r \in \mathcal{D}_1 \text{ tak, že } \forall s \in \mathcal{D}_2 \text{ takové, že } r(R \cap S \cap T) \\ &= s(R \cap S \cap T) \text{ platí, že } (rs)((R \cup S) \cap T) \in \pi_{(R \cup S) \cap T}(\mathcal{D}_3)\} \end{aligned}$$

Pokud $R \cap S = \emptyset$, pak platí, že:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_1 \div_{\mathcal{D}_3} \mathcal{D}_2 &= \{r(R \cap T) \mid r \in \mathcal{D}_1 \text{ tak, že pro } \forall s \in \mathcal{D}_2 \text{ platí, že} \\ &(rs)((R \cup S) \cap T) \in \pi_{(R \cup S) \cap T}(\mathcal{D}_3)\} \end{aligned}$$

Dělení trošku jinak:

$$\mathcal{D}_1 \div_{\mathcal{D}_3} \mathcal{D}_2 = \{r \mid r \in \mathcal{D}_1 \text{ tak, že pro } \forall s \in \mathcal{D}_2 \text{ platí, že } rs \in \mathcal{D}_3\}$$

Nebo také:

$$\mathcal{D}_1 \div_{\mathcal{D}_3} \mathcal{D}_2 = \pi_{R \cap T}(\mathcal{D}_1) \setminus \pi_{R \cap T}((\pi_{R \cap T}(\mathcal{D}_1) \bowtie \pi_{S \cap T}(\mathcal{D}_2)) \setminus \pi_{(R \cup S) \cap T}(\mathcal{D}_3))$$

Zdrojový kód 35: Relační dělení (Tutorial D)

```
1 relexpr1 DIVIDE BY relexpr2 PER relexpr3;
```

6.3.9 Vnitřní a vnější spojení

Doposud probrané spojení bylo v podstatě vnitřní spojení (klíčové slovo **INNER JOIN** v SQL). Abychom mohl uvažovat vnější spojení, je třeba uvažovat koncept *chybějící* hodnoty, to jest porušit první normální formu. V SQL by se tedy místo **NATURAL (INNER) JOIN** použilo **FULL OUTER JOIN**, **LEFT OUTER JOIN** nebo **RIGHT OUTER JOIN**.

Zdrojový kód 36: Vnější spojení (SQL)

```
1 SELECT * FROM table_1 FULL OUTER JOIN ON table_1.x < table_2.x
```

Při levém vnějším spojení se do výsledku přidávají i visící n -tice z první tabulky.

Tabulka 3: Logické funkce

(a) Logický součin

\wedge	0	N	1
0	0	0	0
N	0	N	N
1	0	N	1

(b) Logická implikace

\rightarrow	0	N	1
0	1	1	1
N	N	N	1
1	0	N	1

Tabulka 4: Příklad relace s NULL hodnotou

(a) Tabulka n1

x	yn
45	London

(b) Tabulka n2

y	zn
33	-

7 Neznámé hodnoty

Drtivá většina „moderních“ **DBMS** podporuje tzv. tříhodnotovou logiku, kde vstupuje do popředí, kromě *pravdy* a *nepravdy*, také hodnota *NULL*, která říká, že daná hodnota je nedefinovaná nebo neznámá, což se bude jevit každému myslícímu člověku jako absolutní nesmysl. Těmto hodnotám je dobré se vyhnout, protože činí logické operace (potažmo funkce) nepřehlednými, jak ukazuje tabulka 3.

Příklad 7.1 (Datův příklad k NULLovým hodnotám): Mějme vstupní data (tabulka 4) a nad těmito daty proved’me dotaz:

Zdrojový kód 37: Dotaz pracující s NULL hodnotami (SQL)

```

1 SELECT x, y
2 FROM   n1, n2
3 WHERE  yn <> zn OR zn <> "Paris";

```

Logicky bychom očekávali jako výsledek operace n-tici $\langle 45, 33 \rangle$, avšak v SQL tomu tak není, protože dané porovnání v dotazu nevrací nepravdu nebo pravdu, ale hodnotu NULL.

“You can never trust the answer you get from database with nulls.”

C. J. Date

8 Integritní omezení

Jedná se o jednu z komponent Coddova relačního modelu. Účel integritních omezení je ten, že je v databázi třeba udržet určitou efektivitu operací a hlavně uchovat data v konzistentním stavu z hlediska jejich smyslu.

Tabulka 5: Cizí klíče v relacích

(a) Pracovníci				(b) Vlastníci aut	
id	jméno	příjmení	laboratoř	id	auto
01	Vilík	Devil	666	04	Trabant
02	James	Bond	007	02	Porsche 911
03	Kryštof	Kolumbus	1492	01	Nimbus 3000
04	Jiří	Dikobraz	1111	04	Autobus

8.1 Výrazy relační algebry

Relační algebra (RA) obsahuje atomické výrazy, tedy proměnné. Jedná se například o celá čísla nebo konstantní relace (TABLE DEE, TABLE DUM). Dále jsou obsaženy také složené výrazy, které jsou ustaveny rekurzivně, tedy:

1. Pokud jsou R_1 a R_2 relační výrazy.
2. Pak je i $R_1 \bowtie R_2$ relační výraz.
3. A taktéž i $R_1 \cap R_2$ je relační výraz.

8.2 Omezení z pohledu relační algebry

1. Pro výraz R definujeme omezení tvaru $R = \emptyset$, tedy nesmí existovat n -tice, které by jej splňovala.
2. Pro výrazy R, S definujeme omezení tvaru $R \subseteq S$, tedy každá n -tice z R musí splňovat S .

Pro 1 a 2 existuje vzájemná převoditelnost:

$$\begin{aligned} \text{„}\Rightarrow\text{“, } R = \emptyset \text{ lze chápat jako } R \subseteq \emptyset \\ \text{„}\Leftarrow\text{“, } R \subseteq S \text{ lze chápat jako } R \setminus S = \emptyset \end{aligned}$$

8.3 Referenční integritní omezení

Výchozí myšlenkou je, že pokud máme systém tabulek, tak hodnoty v určitých sloupcích, které popisují vlastnost určité entity, se musí shodovat s hodnotami ve sloupcích (popisujících stejnou vlastnost) pro stejnou entitu v ostatních tabulkách v tomto systému tabulek.

Tuto vlastnost nazýváme *cizí klíč*.

Příklad 8.1 (Cizí klíče v relacích): Představme si dvojici tabulek (systém tabulek 5), která popisuje vlastnictví aut jednotlivými akademickými pracovníky. Dle tabulky vidíme, že číslo každého vlastníka auta v tabulce 5b odpovídá osobě z tabulky 5a.

Zároveň neexistuje takový majitel auta, který by neměl v první tabulce záznam. Auto zkrátka nemůže být v tomto idealizovaném systému bez majitele.

Tento vztah lze zapsat matematicky. Pojmenujme první tabulku \mathcal{D}_1 a druhou \mathcal{D}_2 , pak lze napsat následující tvrzení:

$$\rho_{id} \leftarrow \text{pracovnik}(id(\pi_{\{id\}}(\mathcal{D}_2))) \subseteq \pi_{\{id\}}(\mathcal{D}_1)$$

V SQL lze modelovat cizí klíče pomocí klíčového slova **FOREIGN KEY**.

8.3.1 Chování při použití cizího klíče

Konkrétní tvrzení z příkladu 8.1 lze pochopitelně zobecnit:

$$\rho_y \leftarrow z(\pi_x(R_1)) \subseteq \pi_y(R_2)$$

1. Nastane chyba, pokud se pokusíme do R_1 vložit n -tici, jejíž hodnota pro atribut x se nenachází v žádné n -tici z R_2 v atributu y .
2. Pokus o aktualizaci cizího klíče, kde mohou nastat v zásadě dvě možné situace:
 - (a) Pokus smazat záznam z R_2 , jehož hodnota pro y se nachází v R_1 . Tedy v analogii k předchozímu příkladu 8.1 bychom se snažili smazat pracovníka, který ale vlastní nějaké auto.
 - (b) Pokus změnit záznam z R_2 tak, že nová hodnota pro y se nenachází v R_1 . Tedy v analogii k předchozímu příkladu 8.1 bychom se snažili změnit vlastníka nějakého auta na pracovníka, který neexistuje.

DBMS může určitým způsobem reagovat na předchozí situace:

1. Databázový systém nemusí vykonat nic. Tohle chování je vlastní systémům pracujícím s SQL.
2. Může být použito *kaskádování*, kde se provedená změna propaguje do ostatních tabulek, ve kterých je změněná hodnota referována jako cizí klíč.
3. Databázový systém může rovněž nastavit výskyt cizího klíče buď na NULL nebo na výchozí hodnotu (viz. klíčové slovo **DEFAULT** v SQL).

9 Tranzitivní uzávěr relace

Definice 9.1 (Tranzitivní uzávěr relace (v matematickém smyslu)): Mějme $R \subseteq A \times A$. Pak tranzitivní uzávěr $R^\infty \subseteq A \times A$ je definován jako:

$$R^\infty = \bigcup_{n=1}^{\infty} R^n = \bigcup_{n=1}^{\infty} \underbrace{R \circ \dots \circ R}_{n\text{-krát}}$$

Pokud je A konečná, pak existuje index m tak, že $R_\infty = \bigcup_{n=1}^m R^n$. Je-li navíc R reflexivní, pak $R^\infty = R^m$.

Nyní aplikujme tranzitivní uzávěr na databáze.

Tabulka 6: Tranzitivní uzávěr tabulky

(a) Výchozí tabulka		(b) Tranzitivně uzavřená tabulka	
podmiňující př.	podmíněný př.	podmiňující př.	podmíněný př.
PP1	PP2	PP1	PP2
VT	PP2	PP1	PP3
PP2	PP3	PP2	PP3
		VT	PP2
		VT	PP3

Příklad 9.1 (Tranzitivní uzávěr tabulky): Mějme tabulku (tabulka 6a) podmiňujících a podmíněných předmětů se dvěma sloupci. Výsledkem tranzitivního uzávěru je úplná informace o podmiňujících attributech. Tabulky zobrazují podmiňující a podmíněné předměty. Například vidíme, že pro splnění předmětu PP3 je třeba mít přímo splněný předmět PP2, avšak ke splnění předmětu PP2 je třeba mít splněn VT i PP1. Tyto informace jdou z tabulky číst relativně obtížně a pro gigantické tabulky se nepřímé čtení těchto vztahů stává problémové.

Pokud je \mathcal{D} relace nad schématem $\{x, y\}$, která je protějškem $R \subseteq A \times A$, pak

$$\mathcal{D} = \{\{\langle x, a \rangle, \langle x, b \rangle\} \mid \langle a, b \rangle \in R\}$$

a vyjádříme protějšek R^∞ jako

$$\mathcal{D}^\infty = \bigcup_{n=1}^m \pi_{\{x, y\}} (\bowtie_{i=1}^n \rho x'_{i,n} \leftarrow x, y'_{i,n} \leftarrow y(\mathcal{D}))$$

kde

$$\begin{aligned} x'_{1,n} &= x && \text{pro každé } n \\ y'_{m,n} &= y && \text{pro každé } n \\ x'_{i,n} &= y'_{i-2,n} && \text{pro každé } 2 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Tranzitivní uzávěr je definovatelný, ale definice závisí na m .

Zdrojový kód 38: Tranzitivní uzávěr (Tutorial D)

```
1 TCLOSE relexpr
```

Zdrojový kód 39: Kostra rekurzivního dotazu (SQL)

```
1 WITH RECURSIVE jmeno(sloupce) AS (
2     /* nerekurzivní výraz
3     SELECT *
4     FROM   foo
5     UNION  DISTINCT
6     /* rekurzivní výraz */
7     SELECT *
8     FROM   bar;
9 )
10 SELECT *
11 FROM     jmeno_sloupce;
```

Zdrojový kód 40: Tranzitivní uzávěr (SQL)

```
1 WITH RECURSIVE tr(x, y) AS (  
2     SELECT *  
3     FROM r  
4     UNION DISTINCT  
5     SELECT x, y tr.y FROM r, tr  
6     WHERE r.y = tr.x  
7 )  
8 SELECT * FROM tr;
```

Vyhodnocení dotazu z kódu 39 probíhá následovně:

1. Vyhodnotí se nerekurzivní dotaz a jeho výsledky se uloží do dočasných tabulek RESULT a WORK.
2. Dokud je WORK neprázdná, tak se opakuje následující:
 - (a) Vyhodnotí se rekurzivní dotaz, v němž je self reference nahrazena tabulkou WORK. Výsledek si označme R_1 .
 - (b) Pokud je použit `UNION DISTINCT`, pak se z R_1 odstraní duplicity a vše, co už je v RESULT.
 - (c) Obsah R_1 se přidá do RESULT.
 - (d) WORK se nastaví na R_1 .

10 Transakční zpracování dat

V dnešních DBMS je třeba, aby k databázi mohlo přistupovat několik uživatelů (aplikací) současně.

Příklad 10.1 (Souběžný přístup dvou uživatelů k databázi): Představme si tabulku vytvořenou příkazem `CREATE TABLE table_1 (x INTEGER NOT NULL PRIMARY KEY)`. Do tabulky se vloží hodnota 100. Následně se s touto hodnotou snaží pracovat dva uživatelé:

Zdrojový kód 41: Úprava hodnoty v tabulce dvěma uživateli (uživatel 1)

```
1 UPDATE table_1 SET x = 100;  
2 /* nyní se nic neděje */  
3 SELECT * FROM table_1 WHERE x = 100;
```

Zdrojový kód 42: Úprava hodnoty v tabulce dvěma uživateli (uživatel 2)

```
1 /* nyní se nic neděje */  
2 UPDATE table_1 SET x = 20;  
3 /* nyní se nic neděje */
```

Vidíme, že v prvním časovém okamžiku uživatel 1 upravil hodnotu x na 100 a uživatel 2 nedělal nic. V druhém časovém okamžiku naopak uživatel 1 nic nedělal a

uživatel 2 mění hodnotu x na 20. Ve třetím časovém okamžiku uživatel 1 pokládá dotaz na zobrazení všech záznamů z tabulky, kde $x = 100$, tedy hodnotě, na kterou předtím x nastavil.

V předchozí situaci může nastat několik problémů. Vidíme, že uživatelé pracují víceméně ve stejný čas se stejným atributem z tabulky. Databázový systém by se tedy mohl zachovat tak, že některému uživateli práci zakáže. Co si myslíte, že vrátí finální dotaz uživatele 1? Dostane uživatel 1 zpět své x s hodnotou 100? Nebo se u něj projeví změna, kterou provedl uživatel 2? Jak se **DBMS** zachová?

Předpokládejme, že uživatel 1 potřebuje provést oba své dotazy nebo ani jeden z nich. Pokud by provedl jen jeden, tak to pro něj může znamenat ještě horší stav, než když neprovede žádný. To, co uživatel 1 potřebuje, je tzv. *transakce*. Transace je posloupnost operací nad databází, která se (podle okolností) provede kompletně celá nebo se neprovede vůbec, tedy změny se do databáze perzistentně neuloží.

Začátek transakce se v SQL označuje klíčovým slovem **BEGIN TRANSACTION**. Po aktuálním provedení všech dotazů lze transakci buďto potvrdit klíčovým slovem **COMMIT** nebo vrátit změny provedené v transakci zpět pomocí **ROLLBACK**.

10.1 Sériové provedení DB operací

V tomto přístupu jsou operace prováděny jedna po druhé. Přístup více uživatelů nehraje žádnou zásadní roli.

10.2 Serializovatelné provedení DB operací

Operace mohou být prováděny souběžně (paralelně), ale tak, aby výsledky odpovídaly tomu, jako by operace běžely sériově.

Transakci lze označit jako read-only pomocí klíčového slova **SET TRANSACTION READ ONLY** či jako read-write pomocí **SET TRANSACTION READ WRITE**.

10.3 Atributy transakcí

Transakcím lze nastavovat různé chování v kritických situacích pomocí atributu:

READ UNCOMMITTED Transakci je umožněno číst špinavá data, tedy data změněná jinou probíhající transakcí.

READ COMMITTED Transakci je umožněno číst pouze čistá data, tedy data, která byla upravena jinou dokončenou transakcí.

REPEATED READ Zaručuje, že po sobě jdoucí provedení stejného dotazu vrací stejný výsledek, i když mezitím jiná transakce provede commit.

SERIALIZABLE Serializovatelné provedení operace, viz kapitola 10.2. Toto chování je u většiny **DBMS** obvykle nastaveno jako implicitní.

10.4 Body uložení

Body uložení (anglicky „save points“) jsou prostředkem, jak lze uvnitř transakce tuto transakci rozdělit na podtransakci. Poté lze po dokončení celé transakce vrátet změny k tomu bodu uložení. Toto je možné například v PostgreSQL.

11 Funkční závislosti

Uvažujme fixní relační schéma $R \subseteq \mathcal{T}$.

Definice 11.1 (Funkční závislost): Funkční závislost nad schématem R je funkční závislost $A \rightarrow B$, kde $A, B \subseteq R$. Říkáme, že: „ B funkčně závisí na A .“ $A \rightarrow B$ právě, když pro libovolné dvě n -tice t_1, t_2 každého přípustného stavu určité relace (například relace \mathcal{D} nad schématem R platí, že je-li a_1 resp. b_1 (tedy hodnota atributu A resp. B) v n -tici t_1 a a_2 resp. b_2 (opět hodnota atributu A resp. B) v n -tici t_2 a $a_1 = a_2$, pak i $b_1 = b_2$.

Tedy každé dvě závislé n -tice jsou si rovny i na attributech z B , pokud jsou si rovny na attributech z A . Pokud máme n -tice

$$t_1(A), t_2(A), \text{ což jsou } n\text{-tice z } A \text{ a } t_{1,2} \in \pi_{y \in R} \dim(y), A \subseteq R$$

pak, když

$$t_1(A) = t_2(A), \text{ pak } t_1(B) = t_2(B), \forall t_{1,2} \in \mathcal{D}$$

a v takovýchto případech můžeme říkať, že „funkční závislost je pravdivá.“

Příklad 11.1 (Funkční závislosti): Mějme relační schéma $R = \{w, v, x, y, z\}$. Pak funkčními závislostmi nad tímto schématem jsou mj.:

$$\begin{aligned} \{x\} &\rightarrow \{y\} \\ \{w, x\} &\rightarrow \{z, y\} \\ \emptyset &\rightarrow \{\dots\} \\ \{\dots\} &\rightarrow \emptyset \\ &\vdots \rightarrow \vdots \end{aligned}$$

Příklad 11.2 (Vybrané funkční závislosti): Mějme závislost:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_1 &\models \{w, y\} \rightarrow \{y\} \\ \mathcal{D}_2 &\models \{w, y\} \rightarrow \{y\} \\ \mathcal{D}_3 &\not\models \{w, y\} \rightarrow \{y\} \end{aligned}$$

Zdrojové tabulky $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \mathcal{D}_3$ zobrazuje systém tabulek 7.

Věta 11.1 (Pravdivá tvrzení k funkčním závislostem): Platí následující tvrzení:

1. Pokud $A \subseteq B$, pak z $t_1(B) = t_2(A)$ plyne, že $t_1(A) = t_2(B)$.

Tabulka 7: Tabulky k příkladu 11.2

(a) Tabulka \mathcal{D}_1	(b) Tabulka \mathcal{D}_2	(c) Tabulka \mathcal{D}_3
w x y z	w x y z	w x y z
a b 1 5	a b 1 2	a b 7 8
a c 0 0	b a 15 7	a a 48 8
d d 1 5	a b 1 48	a b 8 8

2. $t_1(\emptyset) = t_1(\emptyset), \forall t_1, t_2$
3. Pokud $B \subseteq A$, pak $\mathcal{D} \models A \rightarrow B, \forall \mathcal{D}$.
4. Pokud $\mathcal{D} \models A \rightarrow B$, pak $\mathcal{D} \models A \rightarrow B \cap C$.
5. Pokud $\mathcal{D} \models A \rightarrow B$, pak $\mathcal{D} \models A \cup C \rightarrow B$.
6. Speciálně platí, že cokoliv $\rightarrow \emptyset$.

11.1 Funkční závislosti versus (nad)líče

Mějme relační schéma R a nad ním relaci \mathcal{D} . Pak $K \subseteq R$ je nadklíč právě, když $\mathcal{D} \models K \rightarrow R$. Důsledek předchozího tvrzení je, že pokud $t(K) = t'(K)$ právě, když $t = t'$ (tedy $t(R) = t'(R)$), pak je K nadklíč.

K je klíč pro \mathcal{D} právě, když $\mathcal{D} \models K \rightarrow R$ a pro $\forall K' \subset K$ platí, že $\mathcal{D} \not\models K' \rightarrow R$.

Věta 11.2 (Existence výrazu relační algebry pro funkční závislost): Pro každou $A \rightarrow B$ existuje výraz relační algebry S tak, že $\mathcal{D} \models A \rightarrow B$ právě, když integritní omezení $S = \emptyset$ je splněno v \mathcal{D} .

Důkaz 11.1 (Existence výrazu relační algebry pro funkční závislost): Předpokládejme, že $A \rightarrow B$, A a $B \subseteq R$ a dále, že

$$\begin{aligned} A &= \{y_1, \dots, y_n\} \\ B &= \{z_1, \dots, z_k\} \end{aligned}$$

Následně

$$\underbrace{\pi_{A \cup B}(\mathcal{D}) \bowtie \rho_{y'_1 \leftarrow y_1, \dots, y'_n \leftarrow y_n, z'_1 \leftarrow z_1, \dots, z'_k \leftarrow z_k}(\pi_{A \cup B}(\mathcal{D}))}_{\mathcal{D}_2}$$

$$\sigma_{y_1=y'_1 \wedge \dots \wedge y_n=y'_n \wedge (z_1=z'_1 \wedge \dots \wedge z_k=z'_k)}(\mathcal{D}_2)$$

□

Definice 11.2 (Teorie a model teorie): Mějme relační schéma R . Každá množina funkčních závislostí nad R se nazývá *teorie*. \mathcal{D} je model teorie T , pokud $\mathcal{D} \models A \rightarrow B, \forall A \rightarrow B \in T$. Závislost $A \rightarrow B$ sémanticky plyne z T , pokud $A \rightarrow B$ je podnožinou každého modelu T .

Třidu všech modelů nad T značíme $\text{Mod}(T)$. Systém relací (tedy množinu určitých tabulek) značíme \mathfrak{M} . $\mathfrak{M} \models A \rightarrow B$, pokud $\mathcal{D} \models A \rightarrow B, \forall \mathcal{D} \in \mathfrak{M}$.

Dále zjevně $\text{Mod}(T) \models A \rightarrow B$ a také $T \models A \rightarrow B$.

Věta 11.3 (Další fakta o funkčních závislostech): Platí, že:

1. Pokud $T_1 \subseteq T_2$, pak $\text{Mod}(T_2) \subseteq \text{Mod}(T_1)$.
2. $\text{Mod}(\emptyset)$ označuje všechny relace nad R .
3. $\text{Mod}(T)$ obsahuje vždy prázdnou relaci a všechny jednoprvkové relace.

Věta 11.4 (O podmnožinách teorie): Pokud $T_1 \subseteq T_2$ a $T_1 \models A \rightarrow B$, pak i $T_2 \models A \rightarrow B$. $T \models A \rightarrow B, \forall A \rightarrow B \in T$.

Položme si fundamentální otázku, a sice zda $T \models A \rightarrow B$.

12 Kanonické relace

Výchozí idea je taková, že místo jedné relace \mathcal{D} uvažujeme několik relací

$$\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \dots$$

přičemž všechny tyto dílčí relace jsou dvouprvkové, tedy obsahují 2 n-tice.

12.1 Funkční závislosti

Kanonická relace nad R je taková, že pro $M \subseteq R$ definujeme \mathcal{D}_M jako relaci nad R . Pro každý atribut $y \in R$ uvažujeme doménu $\mathcal{D}_y \subseteq \{p, q\}$, kde p, q jsou dva fixní prvky. Dále uvažujeme n-tici t_1 tak, že:

$$\begin{aligned} t_1(y) &= p, \forall y \in R \\ t_1(y) &= \begin{cases} p & \text{pokud } y \in M \\ q & \text{pokud } y \notin M \end{cases} \\ \mathcal{D}_M &= \{t_1, t_2\} \end{aligned}$$

Příklad 12.1 (Funkční závislosti v kanonické relaci): Mějme:

$$\begin{aligned} R &= \{x, y, w, v, z\} \\ M &= \{w, z\} \end{aligned}$$

Výslednou relaci popisuje tabulka 8. Takových relací existuje pro každé R celkem $2^{|R|}$.

Tabulka 8: Tabulka \mathcal{D}_M pro příklad 12.1

v	w	x	y	z
p	p	p	p	p
q	p	q	q	p

Tabulka 9: Vstupní tabulka pro příklad 12.2

x	y	z
10	30	6
10	40	7
20	50	6

Věta 12.1 (Pravdivost závislosti v kanonické relaci): V kanonické relaci je pravdivá $\mathcal{D}_M \models A \rightarrow B$ právě, když $A \subseteq M \implies B \subseteq M$.

Důkaz 12.1 (Pravdivost závislosti v kanonické relaci): Jediná netriviální dvojice n-tic z \mathcal{D}_M je nějaká t_1, t_2 . Pak $t_1(A) = t_2(A)$ právě, když $A \subseteq M$. Situace platí analogicky také pro B . \square

Věta 12.2 (Existence systému kan. relací pro jinou relaci): Pro každou relaci \mathcal{D} nad schématem R existuje systém kanonických relací \mathfrak{S} nad R tak, že pro $\forall A \rightarrow B$ platí, že $\mathcal{D} \models A \rightarrow B$ právě, když $\mathfrak{S} \models A \rightarrow B$.

Důkaz 12.2 (Existence systému kan. relací pro jinou relaci): Platí, že:

$$\mathfrak{S} = \{ \mathcal{D}_{M_{t_1, t_2}} \mid M_{t_1, t_2} \in R \text{ taková, že } y \in M_{t_1, t_2} \Leftrightarrow t_1(y) = t_2(y) \text{ a } t_1, t_2 \in \mathcal{D} \}$$

Dále je řešení (prý) jasné. \square

Příklad 12.2 (Existence systému kan. relací pro jinou relaci): Mějme tabulku 9 a necht' navíc:

$$\begin{aligned} M_{t_1, t_2} &= \{x\} \\ M_{t_2, t_3} &= \emptyset \\ M_{t_1, t_3} &= \{z\} \end{aligned}$$

Výsledky jsou obsaženy v tabulce 10.

Tabulka 10: Výsledek příkladu 12.2

(a) Tabulka pro M_{t_1, t_2}

x	y	z
p	p	p
p	q	q

(b) Tabulka pro M_{t_2, t_3}

x	y	z
p	p	p
q	q	q

(c) Tabulka pro M_{t_1, t_3}

x	y	z
p	p	p
q	q	p

Věta 12.3: Platí, že:

$$T \models A \rightarrow B \Leftrightarrow \text{Mod}(T) = \{\mathcal{D}_M \mid \mathcal{D}_M \in \text{Mod}_c(T)\}$$

Důkaz 12.3: Důkaz je triviální, vzhledem k tomu, že $\text{Mod}_c(T) \subseteq \text{Mod}(T)$. Proto pak $T \models A \rightarrow B$, tedy $\text{Mod}(T) \models A \rightarrow B$ a tedy také $\text{Mod}_c(T)$.

Pro opačný směr předpokládejme, že $\text{Mod}_c(T) \models A \rightarrow B$. Vezmeme libovolnou $\mathcal{D} \in \text{Mod}(T)$. Dle předchozí věty existuje \mathcal{S} tak, že $\mathcal{D} \models E \rightarrow F$ právě, když $\mathcal{S} \models E \rightarrow F$ pro každé $E \rightarrow F$. Jelikož $\mathcal{S} \subseteq \text{Mod}_c(T)$, tak dostáváme, že $\mathcal{D} \subseteq A \rightarrow B$. \square

Definice 12.1 (Uzávěrový systém): Platí, že:

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_T &= \{M \subseteq R \mid \mathcal{D}_M \in \text{Mod}_c(T)\} \\ \mathfrak{M}_T &= 2^R\end{aligned}$$

Věta 12.4 (Uzávěrový systém): Tvrdíme, že \mathfrak{M}_T je skutečně uzávěrovým systémem.

Důkaz 12.4 (Uzávěrový systém): Vezmeme libovolné $M_i \in \mathfrak{M}_T, i \in I$ a ověříme, že $\bigcap_{i \in I} M_i \in \mathfrak{M}_T$. Dle definice uzávěrového systému (12.1) stačí ověřit, že:

$$\mathcal{D}_{\bigcap_{i \in I} M_i} \in \text{Mod}_c(T)$$

pro libovolnou $A \rightarrow B \in T$ takovou, že $A \subseteq \bigcap_{i \in I} M_i$, pak $A \subseteq \bigcap_{i \in I} M_i$.

Avšak každá $\mathcal{D}_M \in \text{Mod}_c(T), (i \in I)$, to jest $B \subseteq M_i, (i \in I)$, tedy $B \subseteq \bigcap_{i \in I} M_i$. Tedy $\mathcal{D}_{\bigcap_{i \in I} M_i} \models A \rightarrow B$ \square

Definice 12.2 (Uzávěrový operátor): Pro všechna $M \subseteq R$ jsme tedy schopni definovat *uzávěrový operátor* příslušný k určité \mathfrak{M}_T . Konkrétně:

$$[M]_T = \bigcap \{N \in \mathfrak{M}_T \mid M \subseteq N\}$$

$[\dots]_T$ značí uzávěrový operátor. To znamená, že pro libovolnou $M \in R$ je $\mathcal{D}_{[M]_T} \in \text{Mod}_c(T)$.

Věta 12.5: Následující tvrzení jsou ekvivalentní:

$$T \models A \rightarrow B \tag{1}$$

$$\mathcal{D}_{[A]_T} \models A \rightarrow B \tag{2}$$

$$B \subseteq [A]_T \tag{3}$$

Důkaz 12.5: Budeme dokazovat implikace mezi tvrzeními z věty 12.5:

$$1. \text{ 1 } \Rightarrow \text{ 2 }$$

$$2. \text{ 2 } \Rightarrow \text{ 3 }$$

3. 1 \implies 3

1 má řešení, protože $\mathcal{D}_{[A]_T} \in \text{Mod}(T)$. 2 má řešení, protože $A \subseteq A_{[T]}$ (extenzitivita). 3 má také řešení, avšak narozdíl od předešlých není triviální.

Předpokládejme, že $B \subseteq [A]_T$, následně stačí ověřit, že $A \rightarrow B$ v každém $\mathcal{D}_M \in \text{Mod}_c(T)$. Pokud $A \subseteq M$, pak z monotonie uzávěrových operátorů plyne:

$$B \subseteq [A]_T \subseteq [M]_T = M$$

Předchozí je možné, protože \mathcal{D}_M je kanonický model. □

13 Boyce – Codova normální forma

Boyce–Codova normální forma (BCNF) je jednou z normálních forem používaných při normalizaci databáze. BCNF byla vytvořena v roce 1974 Raymondem Boycem a Edgarem Coddem, aby odstranila některé anomálie, které se vyskytují v relacích, které jsou ve 3. normální formě (13.1).

Poznámka 13.1 (Třetí normální forma): **3. normální forma (3NF)** je soubor doporučení (metodika) pro návrh datové struktury databáze. 3NF obsahuje podmožinu. Je to **2. normální forma (2NF)** a **1. normální forma (1NF)**. 3NF následující pravidla:

1. Eliminuj duplicitní sloupce v jednotlivých relacích.
2. Pro každou skupinu dat s jasně vymezeným významem vytvoř zvláštní relaci, každý záznam opatři unikátním primárním klíčem.
3. Obsahem jednotlivých sloupců relace by měla být jednoduchá, dále nedělitelná informace.
4. Podmnožinu dat se shodnou hodnotou pro určitý sloupec relace převed' do samostatné relace a spoj s původní relací cizím klíčem.
5. Odstraň z relace sloupce, které jsou přímo závislé na jiné skupině sloupců relace než pouze na primárním klíči.

Definice 13.1 (Boyce–Coddova normální forma): Relace R je v BCNF tehdy a jen tehdy, když pro každou netriviální funkční závislost $X \rightarrow Y$, kde X, Y jsou množiny atributů a zároveň $Y \not\subseteq X$, platí, že X je nadmnožinou nějakého klíče, nebo X je klíčem relace R .

Definice 13.2 (Alternativní pojetí BCNF): Relační schéma R vzhledem k teorii T je v BCNF, pokud platí, že každá netriviální $A \rightarrow B$, která $T \models A \rightarrow B$, obsahuje klíč v A . Jinak řečeno, pokud A je nadklíč.

Příklad 13.1 (Úvaha i nešikovné konstrukci relace): Uvažujme tabulku 5, konkrétně její část 5b. Vidíme, že každé *id* představuje jednoho pracovníka. Tabulka

Tabulka 11: Hranová reprezentace stromu

id	rodič
Albert	Albert (nebo NULL)
Bob	Albert
Chuck	Albert
Don	Chuck
Fred	Chuck
Eddie	Chuck

jako taková představuje vztah *vlastnit auto*, kde každý pracovník může vlastnit i několik aut.

Takto konstruovaná tabulka, která využívá cizí klíče k modelování obdobných situací, je víceméně ideálním řešením. Naivní začátečník by mohl prohlásit, že použití cizích klíčů je složité a zbytečně robustní pro jeho danou aplikaci a sloupec *id* by nahradil přímo celým jménem pracovníka. Tak by měl k dispozici konkrétní údaje o pracovníkovi pouhým dotazem nad touto tabulkou. Prostě *id* by mu přece nic neřeklo a musel by konstruovat složitější dotaz, aby jméno pracovníka (vlastníka auta) vůbec získal.

Jenže, co když se některá pracovnice vdá a její jméno se změní. Pak bude muset tento šikovný začátečník aktualizovat všechny záznamy, které obsahovaly staré jméno a bude jej muset nahradit jménem novým. To se v přístupu s cizím klíčem nestane, protože bude potřeba aktualizovat právě jeden záznam v tabulce 5a.

Věta 13.1 (O triviální funkční závislosti): Funkční závislost $A \rightarrow B$ je triviální právě, když $B \subseteq A$.

14 Reprezentace hierarchických struktur

Databáze může modelovat chování známých datových hierarchických struktur.

14.1 Reprezentace stromů

Stromy lze reprezentovat hned několika způsoby.

14.1.1 Hranová reprezentace

V této reprezentaci je třeba jen jedna tabulka, které obsahuje dva sloupce. Jeden sloupec popisuje data, které jsou nesena daným uzlem, a druhý sloupec určuje rodiče daného uzlu. Příklad stromu popisuje tabulka 11.

Vidíme, že pokud jsou hodnoty v obou sloupcích shodné nebo je hodnota ve sloupci *rodič* rovna hodnotě NULL, pak je daný uzel kořenem stromu. Již letným pohledem vidíme, že tabulka obsahuje relativně minimum dat a nedá se z ní vyčíst například, zda Chuck je levým nebo pravým potomkem Alberta. Implementace vyhledávacího stromu je tedy prakticky nemožná.

Tabulka 12: Cestová reprezentace stromu

id	cesta
Albert	/Albert
Bob	/Albert/Bob
Chuck	/Albert/Chuck
Don	/Albert/Chuck/Don
Fred	/Albert/Chuck/Fred
Eddie	/Albert/Chuck/Eddie

Tabulka 13: Reprezentace stromu vnořenými množinami

id	lt	rt
Albert	1	12
Bob	2	3
Chuck	4	11
Don	5	6
Fred	7	8
Eddie	9	10

14.1.2 Cestová reprezentace

V cestové reprezentaci je pro každý uzel popsána jeho úplná cesta napříč celým stromem. V tomto případě je nejlepší pohled na tabulku 12, která způsob reprezentace dokonale vystihuje.

Na procházení takto reprezentovaného stromu se hodí operátor `LIKE` z `SQL`.

14.1.3 Reprezentace vnořenými množinami

Speciální reprezentace, která se již neřadí mezi naivní, nýbrž pokročilé. Využívá v podstatě kombinace preorder a postorder průchodů stromem, kdy se každý uzel ohodnocuje dvojicí čísel, které popisují jeho „pořadí“ ve stromu. Více napoví tabulka 13.

Bystřé oko čtenáře vidí, jak se strom tímto způsobem „ohodnocuje“. Hodnoty atributů `lt` a `rt` odhalují vlastnosti a umístění jednotlivých uzlů ve stromu.

Příklad 14.1 (Dotazy na části množinově reprezentovaného stromu): Vidíme, že kořen má zvláštní hodnotu ve sloupci `lt`.

Zdrojový kód 43: Dotaz na kořen stromu v množinové reprezentaci

```
1 SELECT * FROM tree WHERE lt = 1;
```

Také listy mají poněkud unikátní vztah mezi oběma hodnotami.

Zdrojový kód 44: Dotaz na listy stromu v množinové reprezentaci

```
1 SELECT * FROM tree WHERE lt = rt - 1;
```

Velkou zbraní této reprezentace je určení podstromu určitého uzlu.

Zdrojový kód 45: Dotaz na podstrom stromu v množinové reprezentaci

```
1 SELECT tree_1.id AS from_node, tree_2.id AS to_node
2 FROM   tree AS tree_1, tree AS tree_2
3 WHERE  tree_2.lt BETWEEN tree_1.lt AND tree_1.rt;
```


Seznam zkratk

1NF	1. normální forma
2NF	2. normální forma
3NF	3. normální forma
BCNF	Boyce–Codova normální forma
DBMS	Database Management System
RA	Relační algebra
SQL	Structured Query Language

Seznam teorémů

3.1	Definice (Relační schéma)	11
3.1	Příklad (Kartézský součin)	12
3.2	Příklad (Kartézský součin s tečkovou indexní množinou)	12
3.3	Příklad (Kartézský součin žádné množiny)	12
3.2	Definice (Relace nad relačním schématem)	12
6.1	Věta (Užití totálního uspořádání pro zrychlení projekce)	18
6.2	Věta (O komutativitě restrikcí)	18
6.1	Definice (Přirozené spojení)	21
6.1	Příklad (Přirozené spojení)	21
6.2	Definice (Visící n-tice)	22
6.3	Definice (Úplné přirozené spojení)	22
6.3	Věta (Komutativita, asociativita, idempotence, neutralita a anihilace přirozeného spojení)	23
6.4	Věta (Další vlastnosti spojení)	23
6.4	Definice (Bezztrátová dekompozice)	24
6.1	Poznámka (O bezztrátové dekompozici)	24
7.1	Příklad (Datův příklad k NULLovým hodnotám)	26
8.1	Příklad (Cizí klíče v relacích)	27
9.1	Definice (Tranzitivní uzávěr relace (v matematickém smyslu))	28
9.1	Příklad (Tranzitivní uzávěr tabulky)	29
10.1	Příklad (Souběžný přístup dvou uživatelů k databázi)	30
11.1	Definice (Funkční závislost)	32
11.1	Příklad (Funkční závislosti)	32
11.2	Příklad (Vybrané funkční závislosti)	32
11.1	Věta (Pravdivá tvrzení k funkčním závislostem)	32
11.2	Věta (Existence výrazu relační algebry pro funkční závislost)	33
11.1	Důkaz (Existence výrazu relační algebry pro funkční závislost)	33
11.2	Definice (Teorie a model teorie)	33
11.3	Věta (Další fakta o funkčních závislostech)	34
11.4	Věta (O podmnožinách teorie)	34
12.1	Příklad (Funkční závislosti v kanonické relaci)	34
12.1	Věta (Pravdivost závislosti v kanonické relaci)	35
12.1	Důkaz (Pravdivost závislosti v kanonické relaci)	35
12.2	Věta (Existence systému kan. relací pro jinou relaci)	35
12.2	Důkaz (Existence systému kan. relací pro jinou relaci)	35
12.2	Příklad (Existence systému kan. relací pro jinou relaci)	35
12.3	Věta	36
12.3	Důkaz	36
12.1	Definice (Uzávěrový systém)	36
12.4	Věta (Uzávěrový systém)	36
12.4	Důkaz (Uzávěrový systém)	36
12.2	Definice (Uzávěrový operátor)	36
12.5	Věta	36
12.5	Důkaz	36
13.1	Poznámka (Třetí normální forma)	37

13.1	Definice (Boyce–Coddova normální forma)	37
13.2	Definice (Alternativní pojetí BCNF)	37
13.1	Příklad (Úvaha i nešikovné konstrukci relace)	37
13.1	Věta (O triviální funkční závislosti)	38
14.1	Příklad (Dotazy na části množinově reprezentovaného stromu)	39

Literatura

- [1] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, and Ronald L. Rivest. *Introduction to Algorithms*. 1st ed. Cambridge, MA: The MIT Press, June 18, 1990. ISBN: 0-262-03141-8.
- [2] Carlos Coronel, Steven Morris, and Peter Rob. *Database Systems: Design, Implementation, and Management*. 9th ed. Boston, MA: Course Technology, Nov. 23, 2009. ISBN: 0-538-74884-2.
- [3] Ramez A. Elmasri and Shamkant B. Navathe. *Fundamentals of Database Systems*. 6th ed. Boston, MA: Addison-Wesley, Apr. 9, 2010. ISBN: 0-136-08620-9.