

## FORMULARIO:

1. Sea el producto interno o escalar de los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta$$

2. Sea el producto vectorial de los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

3. Recordar el triple producto escalar para hallar el volumen de paralelepípedos. Sea  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  vectores, entonces:

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

4. Sea la ecuación paramétrica de la recta  $R$ :

$$R : (x_0, y_0, z_0) + t \langle a, b, c \rangle$$

donde

■  $P = (x_0, y_0, z_0)$  es un punto por donde pasa la recta  $R$ .

■  $\langle a, b, c \rangle$  es un vector paralelo a la recta.

■  $t$  es un parámetro variable

5. Sea  $C$  una curva (en el plano o en el espacio) dada por el vector posición

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j}$$

o

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

6. Vector unitario tangente y vector unitario normal principal

$$\mathbf{T}(t) = \frac{\mathbf{r}'(t)}{\|\mathbf{r}'(t)\|}; \quad \mathbf{N}(t) = \frac{\mathbf{T}'(t)}{\|\mathbf{T}'(t)\|}$$

7. Componentes de la aceleración:

$$a_{\mathbf{T}} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{T} = \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{a}}{\|\mathbf{v}\|} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

$$\begin{aligned} a_{\mathbf{N}} &= \mathbf{a} \cdot \mathbf{N} \\ &= \frac{\|\mathbf{v} \times \mathbf{a}\|}{\|\mathbf{v}\|} \\ &= \sqrt{\|\mathbf{a}\|^2 - a_{\mathbf{T}}^2} \end{aligned}$$

8. Sea la función  $f(x, y, z)$ , entonces:

■ Su diferencial total será:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

■ De lo anterior, su variación respecto de la variable  $t$  será:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

■ Su gradiente  $\nabla f$  es:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k}$$

■ Su derivada direccional en la dirección del vector unitario  $\mathbf{u}$  es

$$D_{\mathbf{u}} f = \nabla f \cdot \mathbf{u}$$

■ Valores máximos y mínimos de la derivada direccional

$$-|\nabla f(x, y, z)| < D_{\mathbf{u}} f < |\nabla f(x, y, z)|$$

9. Recordar para  $\Delta x$  y  $\Delta y$  pequeños, se cumple lo siguiente:

$$\Delta z \approx dz$$

y esto significa lo siguiente:

$$\Delta z \approx dz = \frac{\partial z}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \Delta y$$

10. Sea  $z = f(x, y)$  una función. Una curva de nivel esta dada por la ecuación  $z = f(x, y) = k$  para diferentes valores de  $k$ . Si  $w = f(x, y, z)$ , entonces  $w = f(x, y, z) = k$  define una superficie de nivel.

11. Recordar que el error propagado de una función  $z = f(x, y)$  es  $\Delta z$  y el error relativo es  $\Delta z/z$ .

12. Sea  $z = f(x, y)$ , entonces la función:  $L(x, y) = f(x_0, y_0) + f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)$  se dice que es una **linealización de  $f$  en  $(x_0, y_0)$** . Para un punto  $(x, y)$  cercano a  $(x_0, y_0)$ , la aproximación

$$f(x, y) \approx L(x, y)$$

se denomina **aproximación lineal local de  $f$  en  $(x_0, y_0)$** .