Departamento de Cs. e Ingeniería de la Computación

Universidad Nacional del Sur

Bases de Datos

Segundo Cuatrimestre de 2017

Calculo de llaves y Cubrimiento Mínimo Reducido: ejemplos

Calculo de llaves

Sea $F = \{KMS \to TN, LP \to MTS, LT \to K, LN \to S, MT \to L, S \to L, KT \to L\}$ un *conjunto mínimo reducido* definido sobre el esquema

Para encontrar todas las llaves candidatas distinguimos tres conjuntos de atributos del esquema $R(KLMNPSTU)$:

- Conjunto de atributos que *siempre* formarán parte de una llave: son aquellos atributos de R que no aparecen en ninguna d.f. de F ó aparecen solo del lado izquierdo de las d.f de F.
- Conjunto de atributos que *tal vez* formen parte de una llave: son aquellos atributos de R que aparecen tanto a izquierda como a derecha en las d.f. de F.
- Conjunto de atributos que *nunca* formarán parte de una llave: son aquellos atributos de R que aparecen solo a derecha en las d.f. de F.

En este caso los conjuntos de atributos son los siguientes:

siempre	*tal vez*	*nunca*
PU	$KLMNST$	

Para calcular la llaves comenzamos verificando si los atributos que *siempre* forman parte de la llave, constituyen una llave. Para esto verificamos si PU_F^+ incluye todos los atributos de R: como $KMLNPSTU \not\subseteq PU_F^+$=PU entonces PU no es llave

Nota: si el conjunto de atributos de la columna *siempre* constituyen una llave, entonces podemos asegurar que es la única, ya que cualquier atributo que incorporemos a este conjunto generará una superllave.

Como el conjunto de atributos de la columna *siempre* no constituyen una llave debemos agregarle atributos de la columna *talvez* hasta obtener una llave. Para esto analizaremos de todas la combinaciones posibles de manera ordenada, comenzando por los conjuntos de menos atributos. En este caso comenzaremos agregando un atributo al conjunto *siempre* (que tiene 2 atributos: PU) para generar **combinaciones de 3 atributos**:

- $PUK_F^+ = PKU \Rightarrow$ no es llave
- $PUL_F^+ = PULMTSKN \Rightarrow$ **es llave** ($KMLNPSTU \subseteq PUL_F^+ = PULMTSKN$)
- $PUM_F^+ = PUM \Rightarrow$ no es llave
- $PUN_F^+ = PUN \Rightarrow$ no es llave
- $PUS_F^+ = PUSLMTKN \Rightarrow$ **es llave**
- $PUT_F^+ = PUT \Rightarrow$ no es llave

Ahora debemos probar con conjuntos de 4 atributos. No es necesario analizar todas las combinaciones, solo aquellas combinaciones de 4 atributos que no contengan una llave de 3 atributos. Utilizando las combinaciones de 3 atributos que no son llaves (PUK, PUM, PUN, PUT), le agregamos un atributo para generar las **combinaciones de 4 atributos**:

- $PUKM_F^+$=$PUKM \Rightarrow$ no es llave
- $PUKN_F^+$=$PUKN \Rightarrow$ no es llave
- $PUKT_F^+$=$PUKTLMSTN \Rightarrow$ **es llave**
- $PUMN_F^+$=$PUMN \Rightarrow$ no es llave
- $PUMT_F^+$=$PUMTLKSN \Rightarrow$ **es llave**
- $PUNT_F^+$=$PUNT \Rightarrow$ no es llave

Luego, utilizando las combinaciones de 4 que no son llaves ($PUKM, PUKN, PUMN, PUNT$) generamos las **combinaciones de 5 atributos** que no contengan una llave de 4 atributos:

- $PUKMN_F^+$=$PUKM \Rightarrow$ no es llave
- $PUKMT, PUKNT$ y $PUMNT$ no se consideran porque contienen las llaves $PUKT$ y $PUMT$, es decir, son superllaves.

Note que no se pueden generar llaves de 6 atributos dado que hay una sola combinación de 5 atributos que no es llave y las demás combinaciones de 5 son superllaves. Luego podemos asegurar que ya se calcularon **todas las llaves candidatas**, las cuales **son**: $PUL, PUS, PUKT, PUMT$.

Calculo del Cubrimiento Mínimo Reducido

Los pasos a seguir para obtener un **Cubrimiento Mínimo Reducido** para un conjunto de dependencias funcionales son los siguientes:

1. Obtener un **Cubrimiento Mínimo**:
   - **1.1.** Obtener un **Cubrimiento Cerrado en Atributos**
   - **1.2. Eliminar dependencias funcionales redundantes**
2. Obtener el **Cubrimiento reducido**
   - **2.1. Reducir a izquierda**: eliminar atributos extraños a izquierda.
   - **2.2. Reducir a derecha**: eliminar atributos extraños a derecha.

Los pasos deben realizarse en el orden descripto para obtener un resultado correcto. Cada paso produce un nuevo conjunto de dependencias funcionales que es utilizado en el próximo paso.

Ejemplo: Considere el siguiente conjunto de dependencias funcionales definido sobre $R(ABCDE)$:

$$F = \{A \to C, D \to A, CD \to A, DAE \to B\}$$

1. Cubrimiento Mínimo

1.1. Cubrimiento Cerrado en Atributos

Reemplazar cada dependencia funcional de la forma $X \to A \in F$ por la dependencia $X \to X_F^+$.
Calculamos las clausuras de los lados derechos de todas las d.f. en F:

$$(A)_F^+ = AC \qquad (D)_F^+ = DAC \qquad (CD)_F^+ = CDA \qquad (DAE)_F^+ = DAEBC$$

Luego el **Cubrimiento Cerrado en Atributos** obtenido es:

$$M_1 = \{A \to AC, D \to ACD, CD \to ACD, DAE \to ABCDE\}$$

1.2. Eliminar dependencias funcionales redundantes

Eliminar de M_1 todas aquellas d.f. $X \to Y$ tales que $M_1 \setminus \{X \to Y\} \models \{X \to Y\}$ (*i.e.*, $Y \subseteq (X)^+_{M_1\setminus\{X\to Y\}}$)
Analizamos cada una de las d.f. de M_1 de izquierda a derecha:

- $A \to AC$ **no** es redundante en M_1 porque $AC \nsubseteq (A)^+_{M_1\setminus\{A\to AC\}} = A$
- $D \to ACD$ **no** es redundante en M_1 porque $ACD \nsubseteq (A)^+_{M_1\setminus\{D\to ACD\}} = D$
- $CD \to ACD$ **es redundante** en M_1 porque $ACD \subseteq (CD)^+_{M_1\setminus\{CD\to ACD\}} = ACD$

$$M_2 = M_1 \setminus \{CD \to ACD\} = \{A \to AC, D \to ACD, DAE \to ABCDE\}$$

- $DAE \to ABCDE$ **no** es redundante en M_2 porque $ABCDE \nsubseteq (DAE)^+_{M_2\setminus\{DAE\to ABCDE\}} = DAEC$.

Luego el **Cubrimiento mínimo** obtenido es:

$$M_2 = \{A \to AC, D \to ACD, DAE \to ABCDE\}$$

$$M_2 = \{A \to AC, D \to ACD, DAE \to ABCDE\}$$

2. Cubrimiento reducido

2.1. Reducir a izquierda

Eliminar los atributos extraños a izquierda de todas las dependencias funcionales en M_2.
Dada una d.f. de la forma $XA \to Y \in M_2$, A *es extraño a izquierda* si $M_2 \models \{X \to Y\}$ (*i.e.*, $Y \subseteq (X)^+_{M_2}$).

- $A \to AC$ y $D \to ACD$ no tienen atributos extraños a izquierda dado que tienen un solo atributo del lado izquierdo.
- Eliminamos atributos extraños a izquierda de $DAE \to ABCDE$
  - D **no** es extraño a izquierda en $DAE \to ABCDE$ porque $ABCDE \nsubseteq (AE)^+_{M_2} = AEC$.
  - A **es extraño a izquierda** en $DAE \to ABCDE$ porque $ABCDE \subseteq (DE)^+_{M_2} = DAECB$.

    $$M_3 = M_2 \setminus \{DAE \to ABCDE\} \cup \{DE \to ABCDE\} = \{A \to AC, D \to ACD, DE \to ABCDE\}$$

  - E **no** es extraño a izquierda en $DE \to ABCDE$ porque $ABCDE \nsubseteq (D)^+_{M_3} = DAC$.

Luego el **Cubrimiento mínimo reducido a izquierda** obtenido es:

$$M_3 = \{A \to AC, D \to ACD, DE \to ABCDE\}$$

2.2. Reducir a derecha

Eliminar los atributos extraños a derecha de todas las dependencias funcionales en M.
Dada una d.f. de la forma $X \to YA \in M_3$, se dice que A es extraño a derecha en si:
$M_3 \setminus \{X \to YA\} \cup \{X \to Y\} \models \{X \to YA\}$ (*i.e.*, $A \subseteq (X)^+_{M_3\setminus\{X\to YA\}\cup\{X\to Y\}}$)

- Algunos atributos son *trivialmente extraños a derecha* y pueden eliminarse directamente. Un atributo A es trivialmente extraño a derecha en una d.f. de la forma $X \to YA$, si $A \in X$. Eliminamos los atributos *trivialmente extraños a derecha*:

- $A \to C$ no tiene atributos extraños a derecha dado que tiene un solo atributo del lado derecho.
- Eliminamos atributos extraños a derecha de $D \to AC$
  - A **no** es extraño a derecha en $D \to AC$ porque $AC \not\subseteq (D)^+_{M_4 \setminus \{D \to AC\} \cup \{D \to C\}} = DC$.
  - C **es extraño a derecha** en $D \to AC$ porque $AC \subset (D)^+_{M_4 \setminus \{D \to AC\} \cup \{D \to A\}} = DAC$

$$M_5 = M_4 \setminus \{D \to AC\} \cup \{D \to A\} = \{A \to C, D \to A, DE \to ABC\}$$

- Eliminamos atributos extraños a derecha de $DE \to ABC$
  - A **es extraño a derecha** porque $ABC \subseteq (DE)^+_{M_5 \setminus \{DE \to ABC\} \cup \{DE \to BC\}} = DEACB$.

$$M_6 = M_5 \setminus \{DE \to ABC\} \cup \{DE \to BC\} = \{A \to C, D \to A, DE \to BC\}$$

  - B **no** es extraño a derecha en $DE \to BC$ porque $BC \not\subseteq (DE)^+_{M_6 \setminus \{DE \to BC\} \cup \{DE \to C\}} = DECA$.
  - C **es extraño a derecha** en $DE \to BC$ porque $BC \subseteq (DE)^+_{M_6 \setminus \{DE \to BC\} \cup \{DE \to B\}} = DEBAC$.

$$M_7 = M_6 \setminus \{DE \to BC\} \cup \{DE \to B\} = \{A \to C, D \to A, DE \to B\}$$

Luego el **Cubrimiento Mínimo Reducido** obtenido es:

$$M_7 = \{A \to C, D \to A, DE \to B\}$$