Práctico 4

M. G. Aramayo

Preámbulo

Durante este trabajo se hace mención de los parámetros a, b y c que se refieren a los parámetros de la siguiente función de p:

$$g_R(p) = \frac{a}{b + cp^h}$$

Resolución Ej. 1

Se tiene un sistema de ecuaciones diferenciales que describen la evolución en tiempo de las concentraciones de mRNA(m), una enzima intermedia e que permite producir una proteína p. El sistema viene dado por:

$$\begin{cases} \dfrac{dm}{dt} = \alpha_m g_R(p) - \beta_m m \\ \dfrac{de}{dt} = \alpha_e m - \beta_e e \\ \dfrac{dp}{dt} = \alpha_p e - \beta_p p \end{cases}$$

En la Fig. [fig:tp04/figuras/ex01-concentracion-h] se tiene la solución numérica de las Ecs. [eq:ecuaciones]. para distintos valores de h.

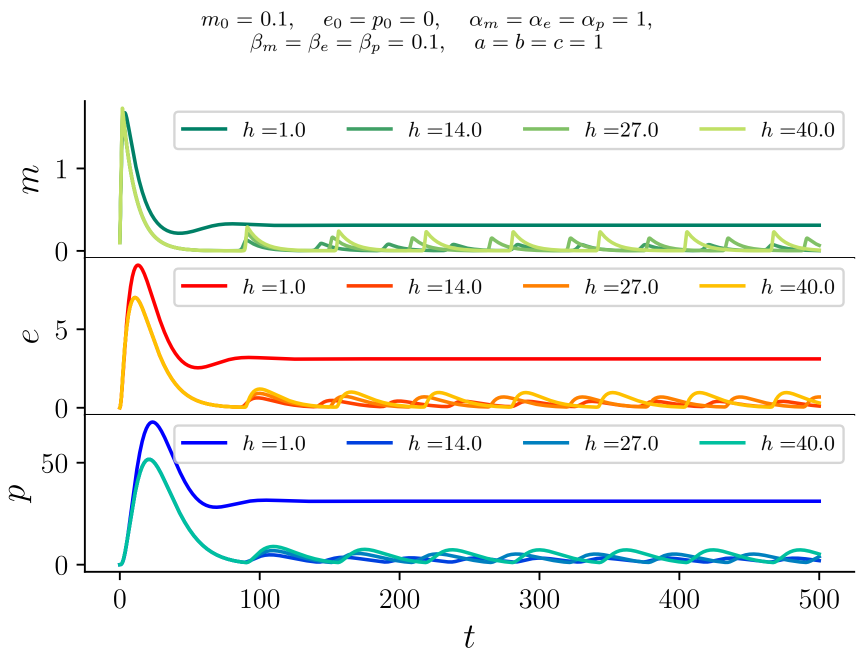
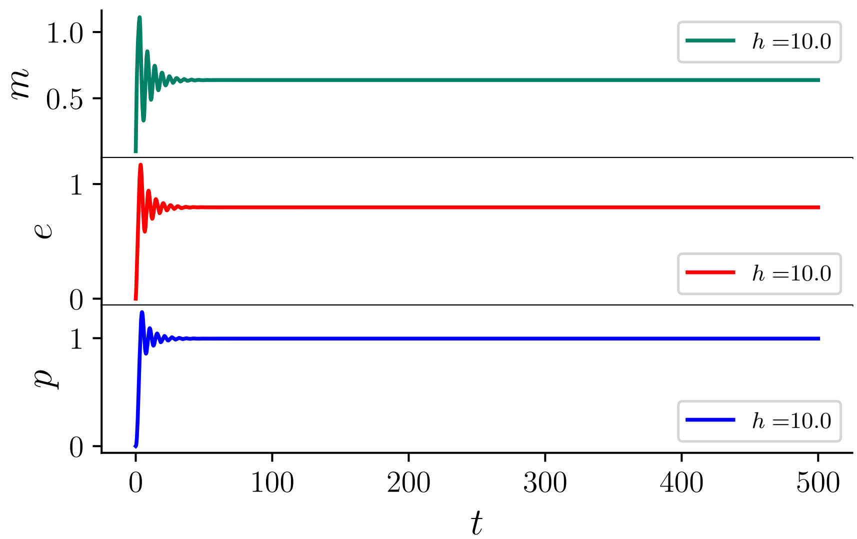


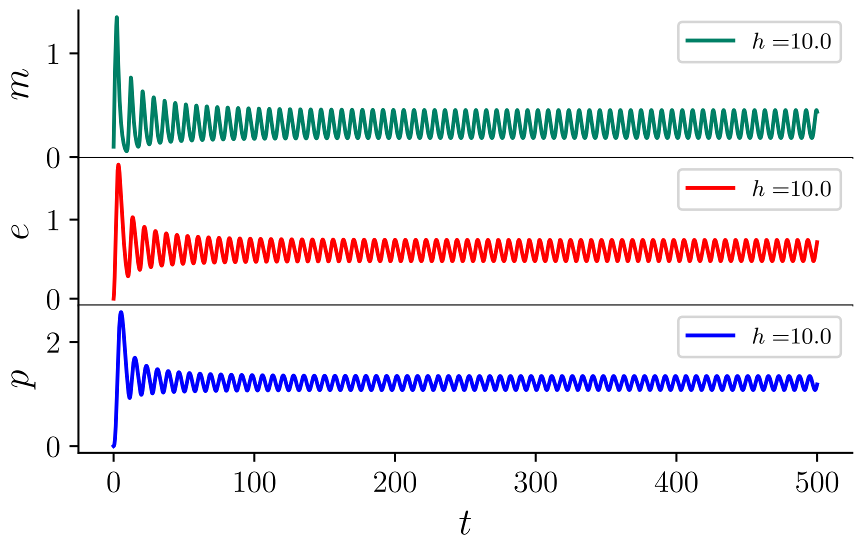
Figure 1: image

$$m_0 = 0.1, \quad e_0 = p_0 = 0, \quad \alpha_m = \alpha_e = \alpha_p = 1,$$
$$\beta_m = \beta_e = \beta_p = 0.8, \quad a = b = c = 1$$



{#fig:tp04/figuras/ex01-concentracion-h-osc-kill width="99.9%"} [[fig:tp04/figuras/ex01-concentracion-h-osc-kill]]{#fig:tp04/figuras/ex01-concentracion-h-osc-kill label="fig:tp04/figuras/ex01-concentracion-h-osc-kill"}

$$m_0 = 0.1, \quad e_0 = p_0 = 0, \quad \alpha_m = \alpha_e = \alpha_p = 1,$$
$$\beta_m = \beta_e = \beta_p = 0.5, \quad a = b = c = 1$$



{#fig:tp04/figuras/ex01-concentracion-h-osc width="99.9%"} [[fig:tp04/figuras/ex01-concentracion-h-osc]]{#fig:tp04/figuras/ex01-concentracion-h-osc label="fig:tp04/figuras/ex01-concentracion-h-osc"}

Por otro lado, en la Fig. [fig:tp04/figuras/ex01-concentracion-osc]. se tiene una comparación entre dos sistemas con el mismo exponente de Hill, pero a diferentes valores de las degradaciones β.

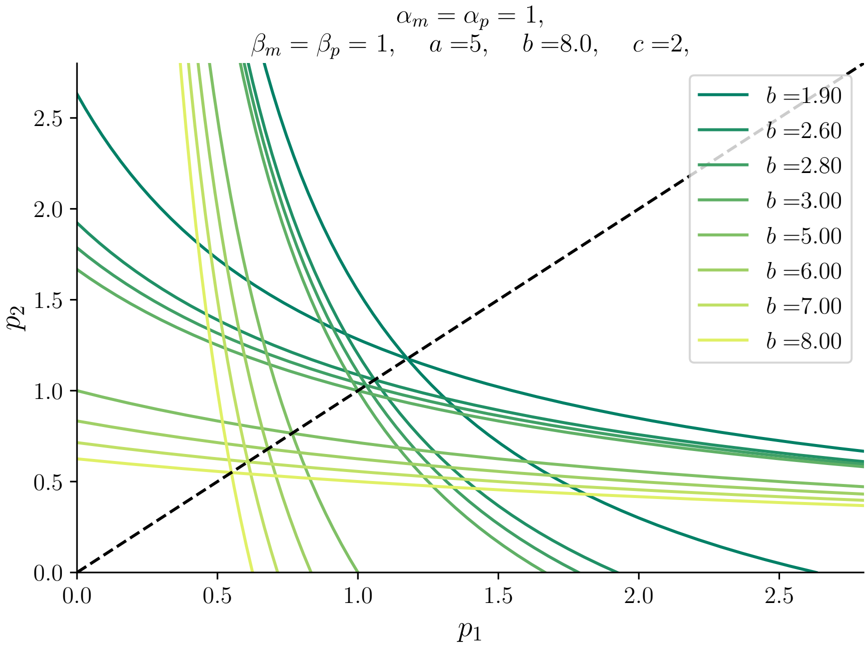
Resolución Ej. 2

Se estudia la dinámica del sistema de dos genes con represión mutua dada por:

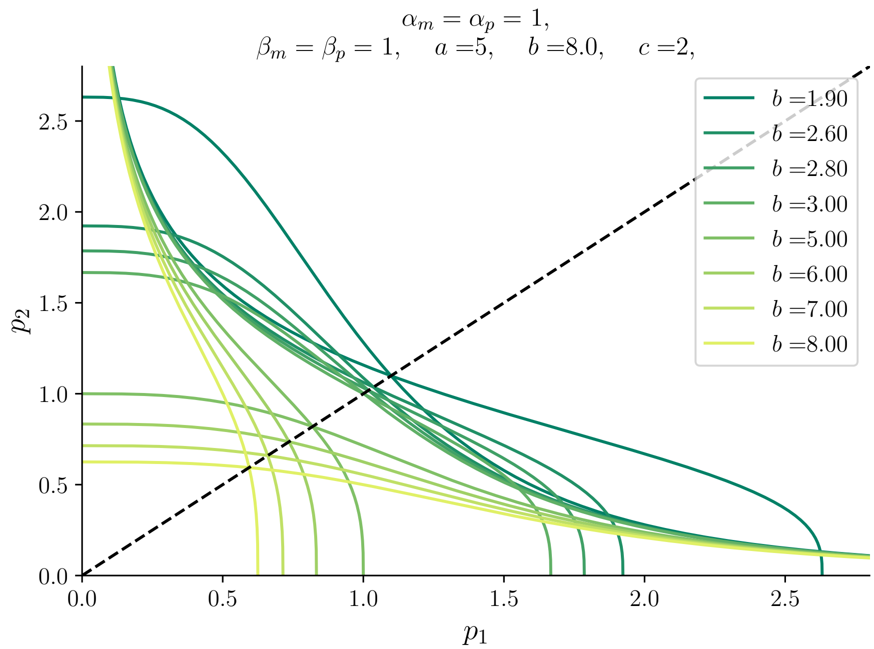
$$\begin{cases} \dfrac{dm_1}{dt} = \alpha_m g_R(p2) - \beta_m m_1 \\ \dfrac{dm_2}{dt} = \alpha_m g_R(p1) - \beta_m m_2 \\ \dfrac{dp_1}{dt} = \alpha_p m_1 - \beta_p p_1 \\ \dfrac{dp_2}{dt} = \alpha_p m_2 - \beta_p p_2 \end{cases}$$

con tasas y funciones de represión iguales para ambos genes. Reducción del sistema a dos variables si $\beta_m >> \beta_p$, entonces la dinámica está dominada por la proteína, dado que la degradación del mRNA sucede muy rápidamente. Por ello, podemos suponer que $\frac{dm_1}{dt} \approx \frac{dm_2}{dt} \approx 0$. Con esto en cuneta el sistema de ecuaciones resulta:

$$\begin{cases} m_1 = \dfrac{\alpha_m}{\beta_m} g_R\left(p_2\right) \\ m_2 = \dfrac{\alpha_m}{\beta_m} g_R\left(p_1\right) \\ \dfrac{dp_1}{dt} = \alpha_p m_1 - \beta_p p_1 \\ \dfrac{dp_2}{dt} = \alpha_p m_2 - \beta_p p_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \dfrac{\alpha_m}{\beta_m} g_R\left(p_2\right) \\ m_2 = \dfrac{\alpha_m}{\beta_m} g_R\left(p_1\right) \\ \dfrac{dp_1}{dt} = \alpha_p \dfrac{\alpha_m}{\beta_m} g_R\left(p_2\right) - \beta_p p_1 \\ \dfrac{dp_2}{dt} = \alpha_p \dfrac{\alpha_m}{\beta_m} g_R\left(p_1\right) - \beta_p p_2 \end{cases}$$



{#fig:tp04/figuras/ex02-cosa1-3 width="99.9%"}



{#fig:tp04/figuras/ex02-cosa1-2 width="99.9%"}

Un análisis de estabilidad numérico de este sistema de ecuaciones reducido puede verse en la Fig. [fig:tp04/figuras/ex02-puntos fijos]. Las intersecciones de curvas de un mismo color son los puntos fijos del sistema de ecuaciones.

En las Figs. [fig:tp04/figuras/ex02-cosa3] y [fig:tp04/figuras/ex02-cosa2] se tiene un gráfico del gradiente $(\frac{dp_1}{dt}, \frac{dp_2}{dt})$. Los gradientes de la Fig. [fig:tp04/figuras/ex02-cosa3] corresponden a los parámetros de la Fig. 3. Los gradientes de la Fig. [fig:tp04/figuras/ex02-cosa2] corresponden a los parámetros de la Fig. 4.

Los gradientes de la Fig. [fig:tp04/figuras/ex02-cosa2] indican que hay una bifurcación al alternar el parámetro b. Esta desaparece para las condiciones iniciales de la Fig. 4. Donde pasamos de un nodo estable a dos nodos estables y un punto saddle.

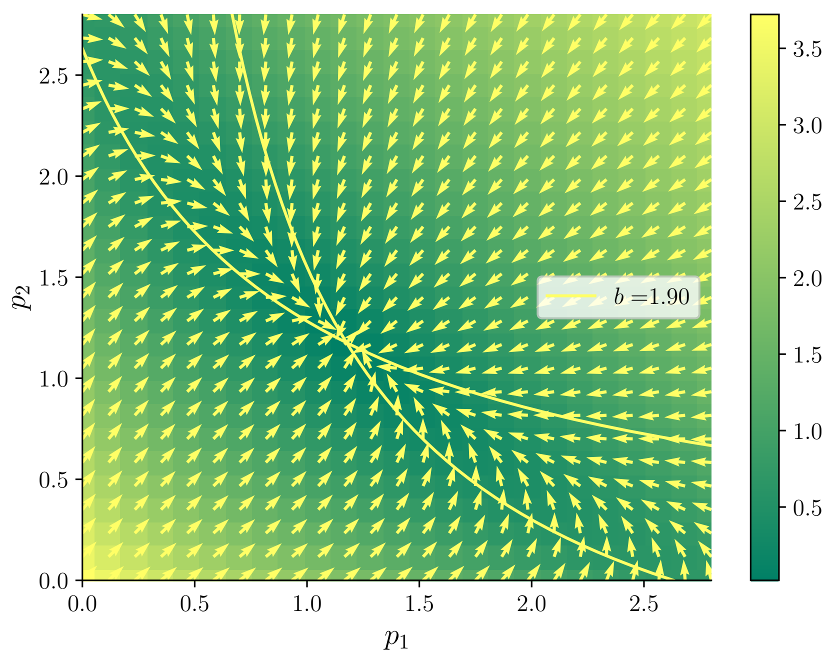


Figure 2: image

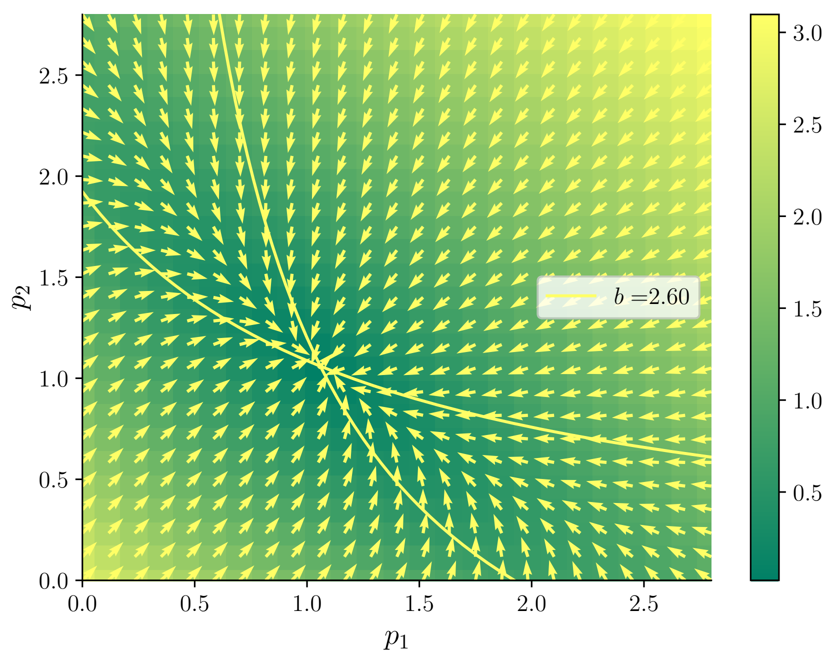


Figure 3: image

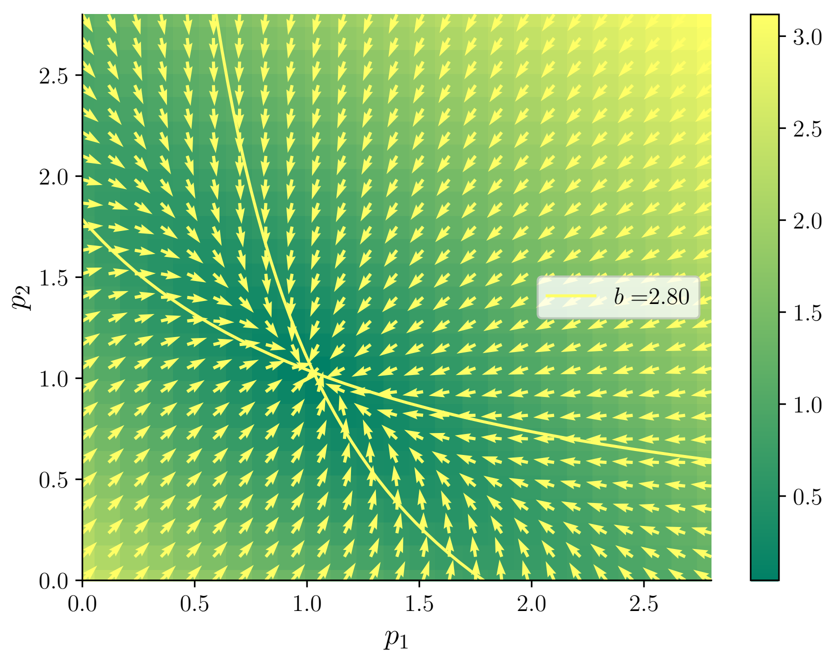


Figure 4: image

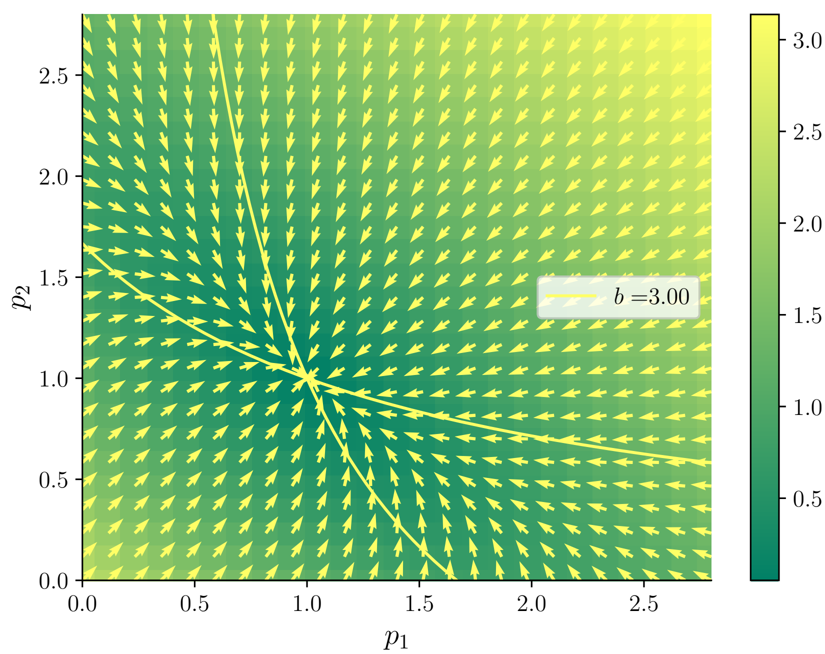


Figure 5: image

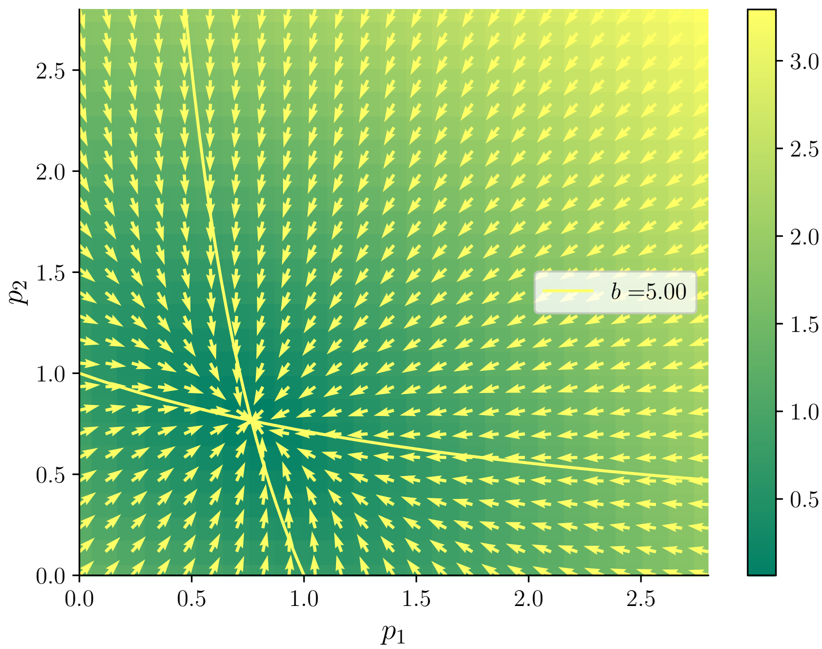


Figure 6: image

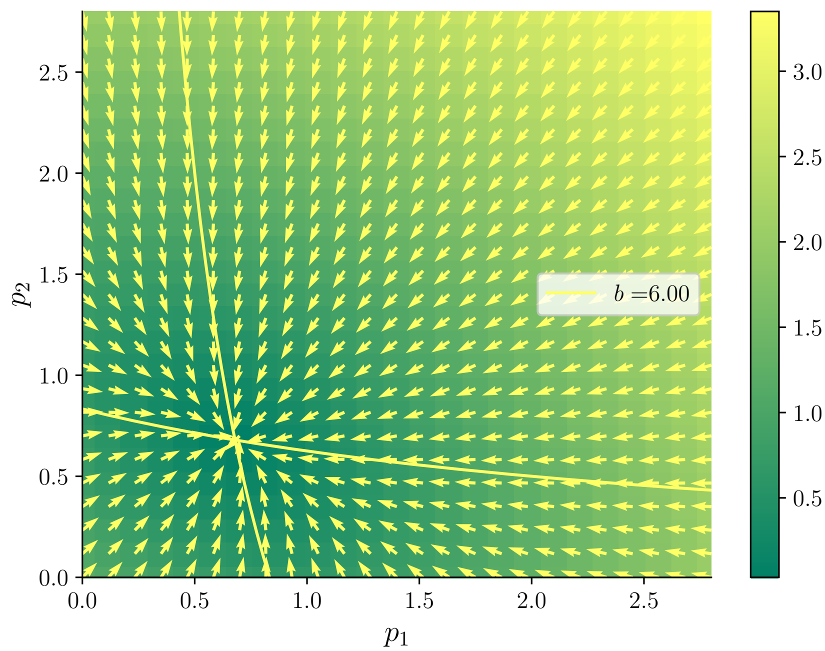


Figure 7: image

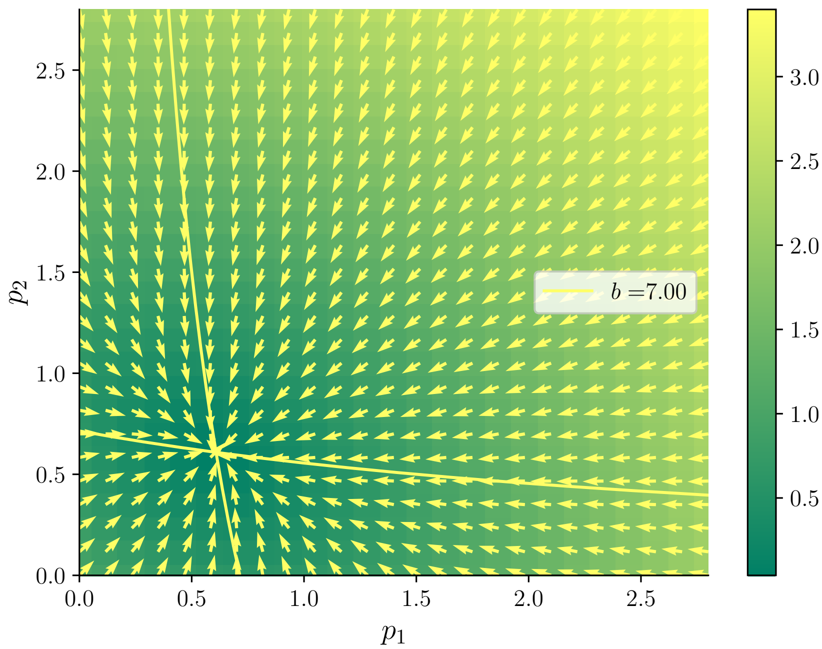


Figure 8: image

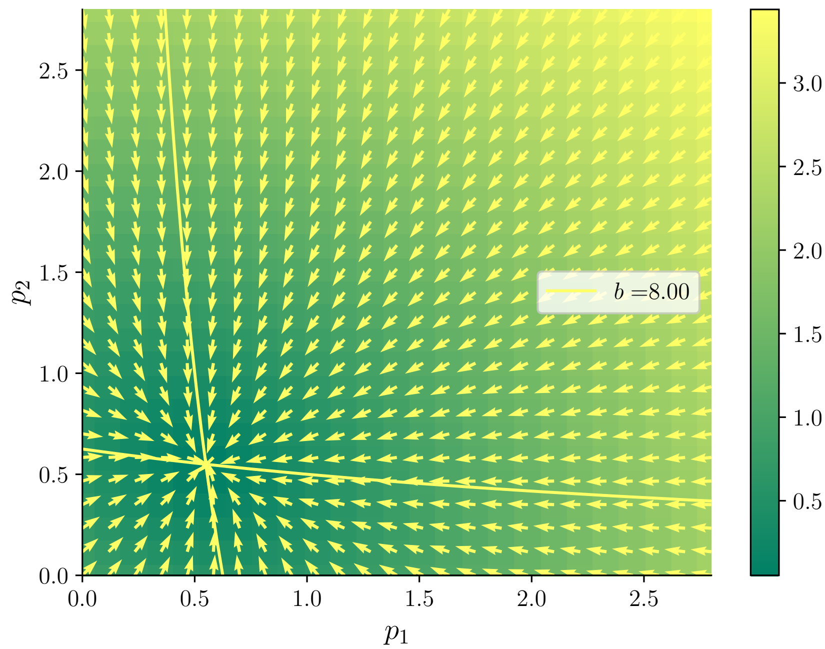


Figure 9: image

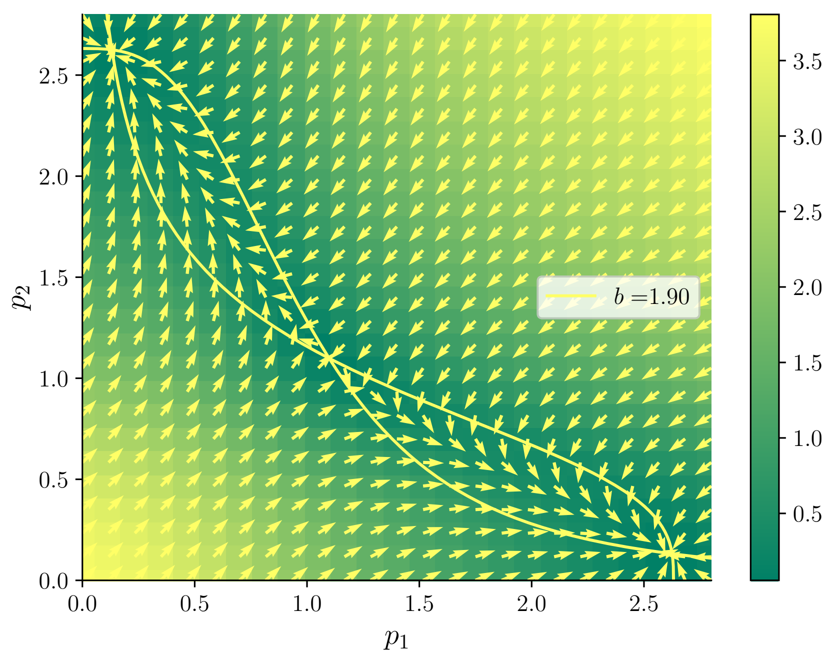


Figure 10: image

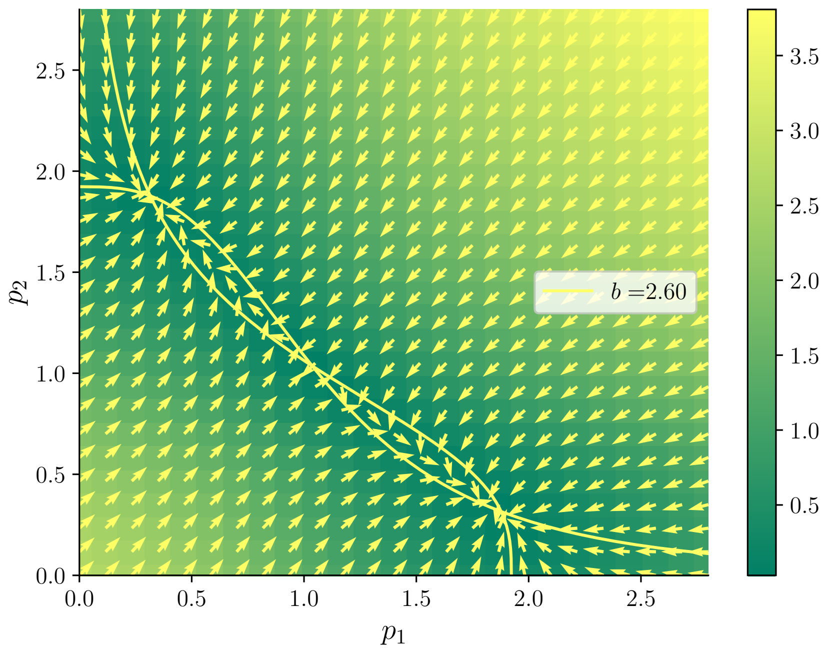


Figure 11: image

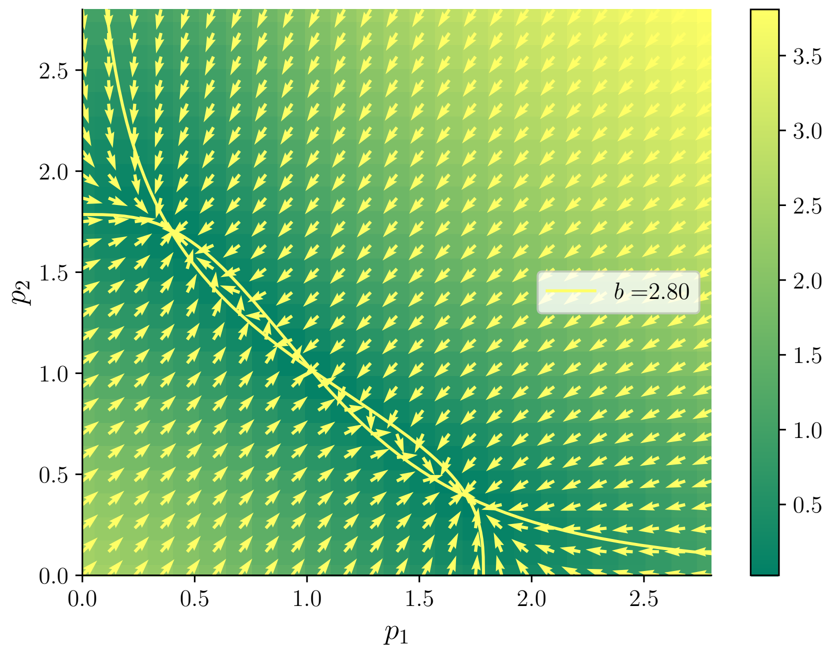


Figure 12: image

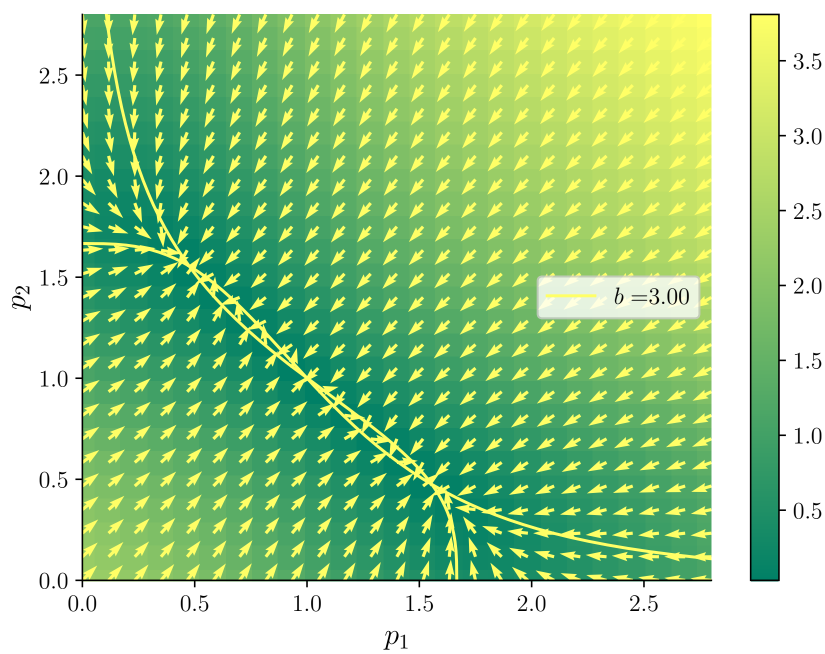


Figure 13: image

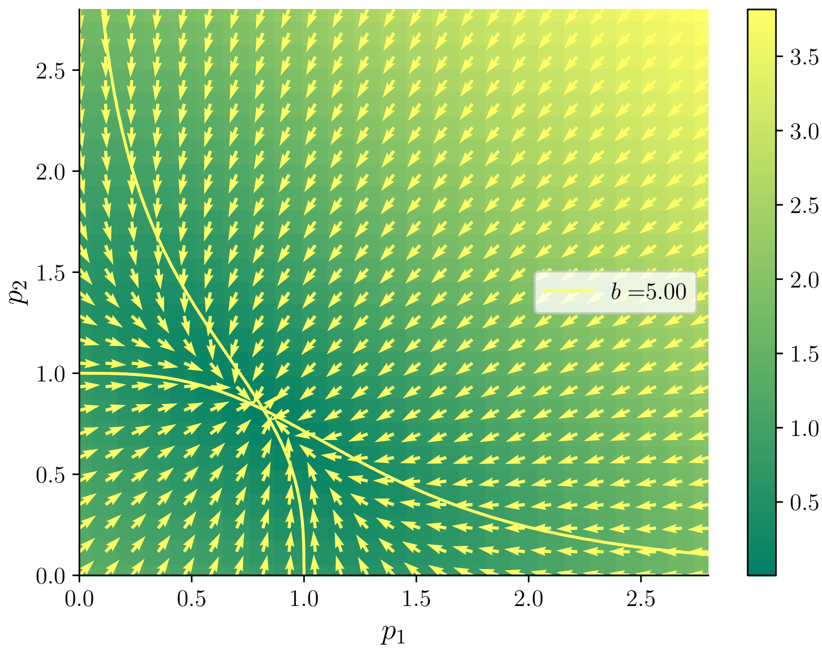


Figure 14: image

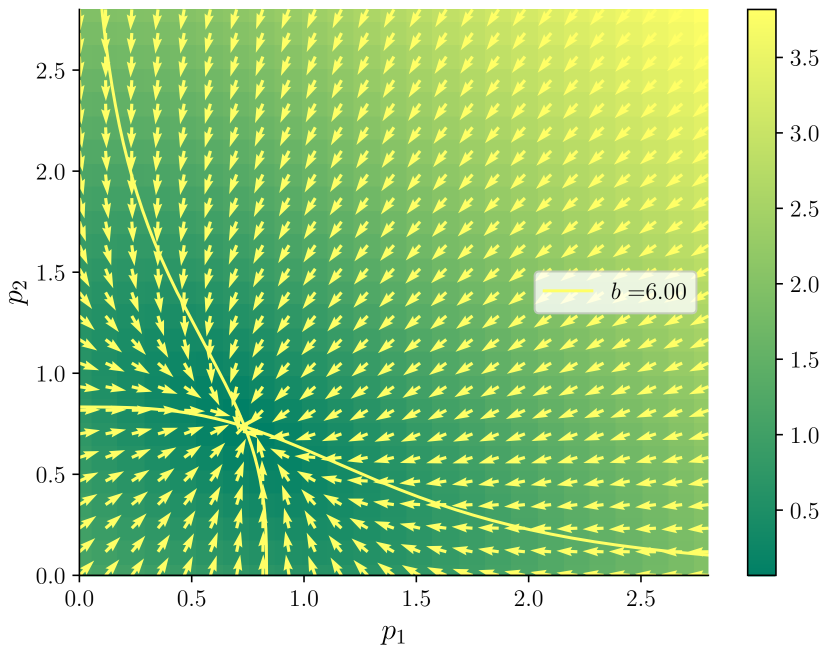


Figure 15: image

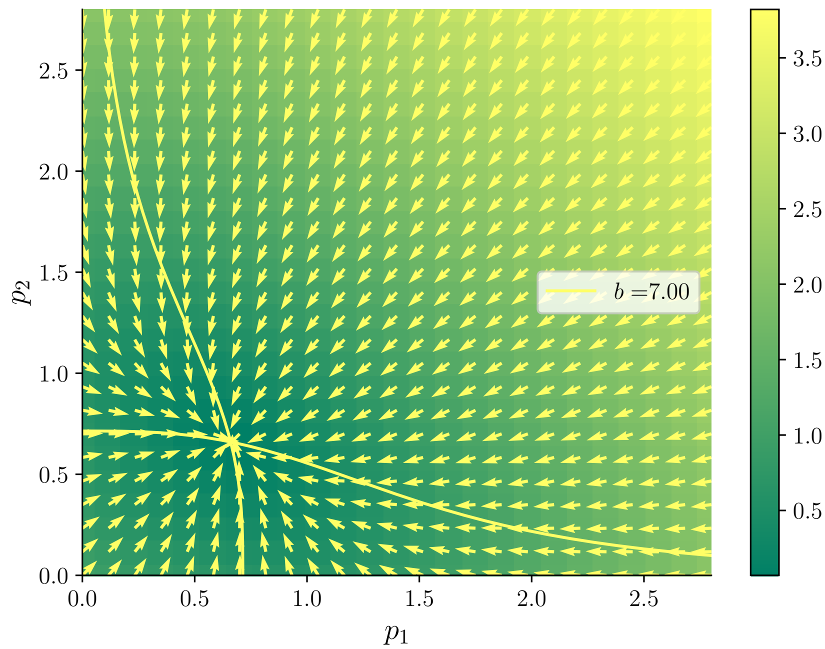


Figure 16: image

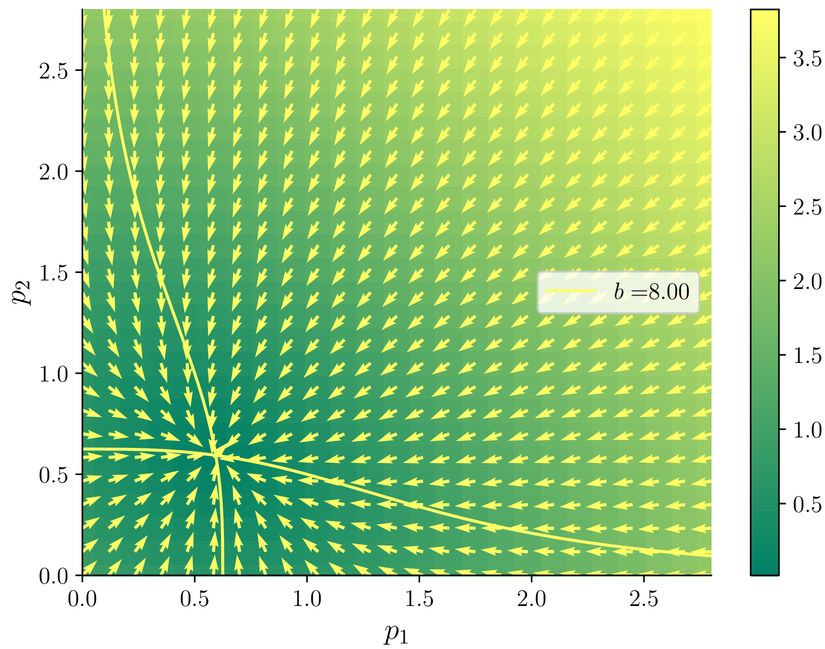


Figure 17: image