

## Introduction

Cette thèse souhaite explorer la question du préconditionnement pour les équations intégrales, et plus spécifiquement, ses liens possibles avec la nouvelle méthode SCSD proposée par François Alouges et Matthieu Aussal. Le sujet a été affiné, dans la mesure où nous avons cloisonné deux questions assez différentes : celle du préconditionnement, en lui-même, qui est liée à l'ordre des opérateurs utilisés et à la fréquence, et celle de la régularité du bord, qui influence la vitesse de convergence des éléments finis. Nous avons étudié ces deux questions avec plus d'efforts sur la deuxième. D'une manière générale, cette année a été consacrée principalement à un travail bibliographique et de familiarisation avec les concepts fondamentaux qui vont intervenir par la suite.

## Travail effectué

Parmi les notions explorées au cours de mon travail bibliographique, figurent en particulier

- La théorie des opérateurs pseudo-différentiels, avec comme support principal le premier chapitre du livre de Serge Alignac et Patrick Gérard, combiné à d'autres références. J'ai aussi fait de nombreuses recherches sur la question (épineuse) des opérateurs différentiels sur des surfaces non régulières.

- Une introduction aux variétés et aux formes différentielles, avec plusieurs supports dont le cours de Master de Frédéric Paulin.

- Les résultats de continuité et d'inversibilité pour les opérateurs intégraux. Un support important a été le livre de William McLean, «Strongly Elliptic systems and boundary integral equations». La question a aussi été abordée avec un point de vue historique.

- L'état de l'art des méthodes actuelles de préconditionnement pour les équations intégrales.

- La régularité des solutions aux EDP sur des domaines Lipschitzien, polygonaux, ou sur des écrans, et importance pour la convergence des approximations numériques. Un support important a été le livre de Pierre Grisvard « elliptic problems in non-smooth domains ».

- Etude plus particulière des équations intégrales en 2D sur des courbes ouvertes. Nous avons pris appui sur un papier récent (2012) d'Oscar Bruno, et sommes en train de développer l'idée de modifier la définition des opérateurs intégraux en leur intégrant un « poids » qui permet de les rendre mieux conditionnés. Nous avons notamment prouvé une relation de commutation qui permet de connaître la base des vecteurs propres de ces opérateurs à poids, et ainsi d'en faciliter l'étude.

D'autre part, suite au stage qui s'était déroulé au CMAP avant ma thèse, j'ai rédigé un article que nous allons bientôt soumettre qui généralise la méthode SCSD à la dimension 2 à travers la méthode SBD (pour Sparse Bessel Decomposition). J'ai également poursuivi le développement du code correspondant.

J'ai commencé cet été le développement d'un code Matlab qui servira de support par la suite pour discrétiser les opérateurs intégraux dans le formalisme de Galerkin. Il intègre le code SBD de manière à compresser les matrices de ces opérateurs.

Sur un plan associatif, j'ai pris part cette année à l'organisation de la « Tournée de Pi », une manifestation de diffusion scientifique nationale et de grande envergure. Ce projet a été assez prenant entre Février et Mars.

### Bilan de l'année et perspectives

L'encadrement de ma thèse par François Alouges se déroule très bien. Je suis satisfait du travail bibliographique effectué cette année. En revanche, je me suis senti un peu passif pendant certaines périodes et ai éprouvé quelques difficultés à fournir un travail régulier. Pour y remédier, nous avons fixé un rendez-vous hebdomadaire qui nous permet d'assurer un avancement et un suivi régulier de mon travail. Nous respectons très bien ce rendez-vous depuis le début de cette deuxième année.

Il est maintenant primordial pour moi de passer dans une phase plus active. Les prochaines tâches sont, à court-terme

- Terminer la programmation du code Matlab pour les équations intégrales en 2D, et y tester nombre d'idées qui ont émergé de nos recherches.
- Implémenter les opérateurs intégraux à poids.
- Implémenter les approximants de Padé qui vont intervenir dans nos futures recherches pour calculer des racines carrées d'opérateur intégraux.
- Commencer la rédaction d'un article pour les équations intégrales en 2D centré sur la question du préconditionnement.

À plus long-terme, nous avons aussi envisagé la rédaction d'une « review » sur les méthodes de pré-conditionnement pour les équations intégrales, pour mettre à profit de manière concrète le travail bibliographique que j'ai fait jusqu'ici.