

Beate Stenstrøm skal købe 15 julegaver og grundet corona-epidemien, vil hun ordne det hele over nettet. Beate er et relativt nært menneske, og det er derfor vigtigt, at hun får de 15 julegaver som hun har udset sig så billigt som muligt. Men hun må sande, at det ikke er helt trivielt at finde den billigste måde at købe gaverne på, da der er forsendelsesgebyrer ved de fleste forhandlere og priserne varierer også en del på tværs af online butikkerne.

Priser på de 15 julegaver samt forsendelsesgebyrerne hos de seks forhandlere, hun har udset sig er givet i det vedlagte Excel-ark.

Beates plan er at bestille alle de gaver, som hun har planlagt at købe ved en given forhandler på én gang for på den måde at få så meget ud af forsendelsesgebyret som muligt. Det vil sige, at du kan antage, at hvis Beate vælger at købe mere end en gave ved en forhandler, skal forsendelsesgebyret kun betales én gang.

Der er desværre nogle forhandlere som ikke forhandler alle de gaver hun skal bruge. I Excel-arket er prisen for at købe en gave ved en forhandler som ikke har denne til salg sat til 100.000 kroner for at indikere, at dette ikke er en mulighed.

Opgave 1:

Antag, at Beate bruger følgende grådige heuristik til at vælge hvor hun skal købe julegaverne: For hver gave vælger hun at købe den hos den forhandler, som har den laveste pris uden at skele til forsendelsesgebyret. Hvis flere forhandlere har den samme laveste pris, da vælger hun forhandleren med det lavest indeks. Hvad bliver omkostningerne for Beate ved at benytte denne strategi?

Givet din baggrund inden for prescriptive analytics ved du, at der ikke er nogen garanti for, at Beate har fundet en optimal løsning, da hun blot har brugt en heuristik til at finde én løsning. Derfor skal du i det følgende formulere en lineær heltalsmodel, som minimerer Beates samlede omkostninger ved at købe de 15 julegaver.

Du kan i det følgende vælge at bruge variablerne w_{fg} , som er defineret som følger

$$w_{fg} = \begin{cases} 1, & \text{hvis gave } g = 1, \dots, 15 \text{ købes ved forhandler } f = 1, \dots, 6 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$$

Desuden kan du anvende variablerne z_f , som antager værdien 1 hvis en gave købes hos forhandler f og ellers er $z_f = 0$.

Opgave 2:

Formuler en objektfunktion, som minimerer de samlede omkostninger ved at købe gaver og ved at betale for forsendelsesgebyrerne.

Opgave 3:

Formuler begrænsninger, som sørger for, at alle Beates 15 gaver bliver indkøbt.

Opgave 4:

Formuler en mængde af lineære begrænsninger, som beskriver den logiske implikation

$$w_{fg} = 1 \Rightarrow z_f = 1, \quad \forall f = 1, \dots, 6 \text{ og } g = 1, \dots, 15$$

Formuler et lineært heltalsprogram ved at kombinere objektfunktionen fra opgave 2, begrænsningerne fra opgave 3, samt begrænsningerne fra denne opgave.

Opgave 5:

Sammenlign modellen fra Opgave 4 med modeller gennemgået i løbet af kurset. Har Beates "indkøbsmodel" nogen ligheder med modeller behandlet i kurset.

Opgave 6:

Implementer modellen fra Opgave 4 i OPL og løs den ved hjælp af CPLEX. Dokumentér din implementering for eksempel ved hjælp af screenshots, kommentér på løsningen og sammenlign den med løsningen fundet i Opgave 1.

Det går nu op for Beate, at der ved alle de online forretninger hun har udvalgt sig er en regel der siger, at der er "fri fragt", hvis man køber for 500 kroner eller mere.

Opgave 7

Formuler, med udgangspunkt i modellen fra Opgave 4, en ny model, som tager højde for, at Beate opnår "fri fragt" hvis hun køber for 500 kroner eller mere ved en forretning.

Opgave 8:

Implementer modellen fra Opgave 7 i OPL og løs den ved hjælp af CPLEX. Dokumentér din implementering for eksempel ved hjælp af screenshots, kommentér på løsningen og sammenlign den med løsningen fundet i Opgave 6.