

Preben Jensen ejer en mindre restaurant i Sønder Bråbjerg, som er ret godt besøgt. Preben har gennem en årrække oparbejdet et vist ry for at skabe store kulinariske oplevelser ud af årstidens lokale råvarer, og dette ry har gjort, at han som oftest har fulde huse både torsdag, fredag, lørdag og søndag.

Men, så ramte coronakrisen. Preben måtte holde lukket i en periode, hvor en stor del af omsætningen forsvandt. Da der igen blev åbnet op i løbet af sommeren 2020, trak Preben Jensen derfor sig selv op ved nakkehårene og bedyrede "Nu skal vi lave restaurant igen. Vi skal lave mad, vi skal have glade gæster og vi skal gøre det forsvarligt!".

Prebens restaurant i Sønder Bråbjerg er indrettet efter traditionerne fra amerikanske dinere, hvor bordene er boltet fast til gulvet, og det er derfor desværre ikke muligt, at flytte rundt på dem. For at overholde myndighedernes afstandskrav i restauranten, har Preben derfor bestemt sig for at spærre nogle af bordene af så de ikke kan bruges. Nu er Prebens problem bare, at han skal vælge hvilke borde, der skal forblive i brug og hvilke der skal spærres af, således at Preben får plads til flest muligt i restauranten, uden at folk sidder for tæt. Preben har været rundt med en tommestok og har målt afstanden mellem bordene på det sted hvor de står tættest og har på den baggrund lavet en oversigt over hvilke borde, der ikke kan være i brug på samme tid uden at bryde det såkaldte afstandskrav. Prebens indsamlede data er tilgængeligt i det vedlagte Excel-ark.

Din opgave er nu at hjælpe Preben med at etablere en plan for den første åbningsaften ved at besvare de følgende opgaver. I de følgende tre opgaver kan du benytte binære variabler y_i for hvert bord defineret ved

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{hvis bord nummer } i \text{ benyttes} \\ 0, & \text{hvis bord nummer } i \text{ spærres} \end{cases}$$

Opgave 1: (10 point)

Formuler en lineær objektfunktion, som maksimerer antallet af pladser i restauranten.

Opgave 2: (10 point)

Formuler en mængde af lineære begrænsninger, der sørger for, at der ikke benyttes borde som er for tætte på hinanden (*Hint: Hvis to borde er i konflikt, kan man ikke benytte begge to*). Formuler et lineært heltalsprogram ved at kombinere begrænsningerne med objektfunktion fra opgave 1.

Opgave 3: (20 Point)

Implementer din model fra opgave 1 og 2 i OPL og løs den ved hjælp af CPLEX. Kommenter på løsningen: hvilke borde er valgt og hvor mange pladser er bevaret i restauranten.

Ved gennemsyn af løsningen fra Opgave 3, bliver Preben i tvivl om, om det i virkeligheden er den løsning, der løser hans problem. Der er kun valgt ét tomandsbord i løsningen, og Prebens erfaring siger ham, at der ofte er en del par, som ønsker at komme ud og have en romantisk aften i Sønder Bråbjerg. Derfor vil Preben gerne have en analyse af de trade-offs der måtte være mellem antallet af pladser i restauranten og antallet af tomandsborde, som er i brug.

Opgave 4: (20 point)

Beskriv ε -constraint metoden og brug denne til at beregne alle rationelle kompromisser mellem antallet af pladser i restauranten og antallet af tomandsborde. Beskriv din fremgangsmetode og illustrer og kommenter på løsningerne.

I det følgende antages det, at Preben vælger en løsning hvor bordene 1, 3, 5, 10, 14, 15, 17 og 20 er i brug.

Hver ret, som serveres i Prebens restaurant, bliver serveret samtidig for alle gæster. Restaurantens 3 tjenere marcherer ud fra køkkenet med en bakke hver, som kan holde 12 serveringer, og så servicerer de bordene i restauranten. Det er vigtigt, at hvert bord kun serviceres af én tjener, da det giver den bedste oplevelse for gæsterne. Men, det er naturligvis vigtigt for Preben, at hans tjenere ikke bliver udsat for unødvendig smitterisiko, hvorfor tjenernes "ruter" rundt blandt bordene skal optimeres. I det vedlagte Excel-ark (Smittescore-matrix) er angivet en matrix med en smitte-score som angiver hvor høj smitterisikoen er ved at bevæge sig mellem alle par af borde. Matricens indgange inkluderer risikoen ved at servicere bordene.

Opgave 5: (20 point)

Det er nu din opgave, at formulere en matematisk optimeringsmodel, der beregner de bedst-mulige ruter for restaurantens tjenere således, at hvert bord bliver serviceret af præcis én tjener, hver tjener maksimalt bærer 12 anretninger på sin bakke og således, at alle tjenere starter og slutter deres rute i køkkenet. Med bedst muligt menes ruter, der samlet set har lavest mulig smitte-score. Beskriv din models delelementer (data, variabler, objektfunktion og begrænsninger).

Opgave 6 (20 point)

Implementer modellen fra opgave 5 ved hjælp af OPL og løs den ved hjælp af CPLEX. Illustrer og kommenter på din løsning. Argumenter for om løsningen er *fair* eller ej.