

EKSAMENSOPGAVE

Uddannelse og niveau	HA, 5. semester + valgfag						
Termin	V19-20r						
Kursusnavn og eksamenskode	Modellering inden for præsriptiv analyse					460141E214	
Eksamensform og varighed	WOAI					3 timer	
Dato og tidspunkt	22. februar 2020					09.00 – 12.00	
Hjælpemidler	Alle	X – Men ingen internet	Anviste		Nej		
Anden relevant information	Denne eksamen er anonym. Anfør venligst ikke dit navn eller studienr. nogen steder. Anfør kun WISEflow løbenummer.						
Håndskrevne bilag tilladt	Ja	X	Nej				
Antal sider (inkl. forside)	5						

Del 1: Multiple choice

Antag at der i det følgende er fire binære variabler x_1, x_2, x_3 og x_4 .

1. Betragt følgende begrænsning $x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \geq 0$. Hvilket af følgende udsagn er rigtigt (vælg én svarmulighed)?
 - a. Begrænsningen siger, at alle de binære variabler skal være lig 0
 - b. Begrænsningen siger, at hvis $x_4 = 1$ så skal mindst en af x_1, x_2 og x_3 være lig 1
 - c. Begrænsningen siger, at maksimalt en af de binære variabler kan antage værdien 1
 - d. Begrænsningen siger, at hvis $x_4 = 0$ så skal x_1, x_2 og x_3 også være lig 0
2. Hvilken af de følgende mængder af begrænsninger sørger for, at $x_4 = 1$ hvis $(x_1 = 1 \text{ og } x_2 = 1)$ og at $x_4 = 0$ i alle andre tilfælde (vælg én svarmulighed)?
 - a.

$$x_1 \leq x_4$$

$$x_2 \leq x_4$$

b.

$$x_4 \leq x_1$$

$$x_4 \leq x_2$$

$$x_1 + x_2 - 1 = x_4$$

c.

$$x_4 \leq x_1$$

$$x_4 \leq x_2$$

$$x_1 + x_2 - 1 \leq x_4$$

d.

$$x_1 + x_2 - 1 \leq x_4$$

$$x_1 + x_2 - 1 \geq x_4$$

Betragt bikriterie-problemet givet ved:

$$\begin{aligned} &\min 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 \\ &\min 5x_1 + x_2 + 2x_3 + 9x_4 \\ &s. t.: x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 2 \\ &x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

3. Er løsningen givet ved $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0$ en Pareto optimal løsning til det ovenstående bikriterie-problem (vælg én svarmulighed)?
 - a. Ja. Begrund dit svar
 - b. Nej. Begrund dit svar

4. Er løsningen givet ved $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=0$, $x_4=0$ en Pareto optimal løsning til det ovenstående bikriterie-problem (vælg én svarmulighed)?

- a. Ja. Begrund dit svar.
- b. Nej. Begrund dit svar

5. Hvilken af de følgende svarmuligheder angiver alle Pareto optimale løsninger til ovenstående bikriterie-problem (vælg én svarmulighed)?

a.

Løsning nr.	x_1 værdi	x_2 værdi	x_3 værdi	x_4 værdi
1	1	0	0	1
2	0	1	0	1
3	1	1	0	0
4	1	0	1	0

b.

Løsning nr.	x_1 værdi	x_2 værdi	x_3 værdi	x_4 værdi
1	1	0	0	1
2	0	1	0	1
3	1	1	0	0
4	0	1	1	0
5	1	1	1	0

c.

Løsning nr.	x_1 værdi	x_2 værdi	x_3 værdi	x_4 værdi
1	1	0	0	1
2	0	1	0	1
3	1	1	0	0
4	0	1	1	0

d.

Løsning nr.	x_1 værdi	x_2 værdi	x_3 værdi	x_4 værdi
1	1	0	0	1
2	0	1	0	1
3	1	1	0	0

Del 2: Modellering

Et vandforsyningsfirma i den vestlige del af Jylland står med et større renoveringsprojekt. Som det er nu, har de to vandboringer som forsyner syv småbyer i området. Fra hver af de to vandboringer er der lagt vandrør ud til småbyerne, men disse er på grund af jordsænkninger i området flere steder blevet utætte. Endvidere er de nu så gamle, at man har vurderet, at man bliver nødt til at grave de nuværende rørledninger fri for at reparere dem flere steder, hvis de skal forblive i brug. Faktisk regner man med, at dette renoveringsarbejde strækker sig løbende over de næste 10 år.

Vandforsyningsens bestyrelse har overvejet, om man kunne åbne en til flere nye vandboringer i området, enten som erstatning for en eller begge nuværende forsyninger eller som supplement til de eksisterende boringer. Bestyrelsen har fået foretaget en undersøgelse, der har udpeget tre mulige placeringer for nye vandboringer. Hvis en eller flere af disse boringer etableres, kan der principielt lægges vandrør fra en ny boring til hvilken som helst af småbyerne. Det vurderes, at disse rør har en vedligeholdelsesfri periode på 10 år, hvorfor omkostningen de første 10 år begrænser sig til etablering af boring og vandrørsnetværk.

De estimerede omkostninger forbundet med vedligeholdelse af det nuværende vandnetværk for de næste 10 år er givet i den vedlagte Excel-fil. Her er angivet en forventet omkostning for vedligeholdelse af de nuværende vandledninger samt de forventede omkostninger forbundet med vedligeholdelse af selve boringerne. Det eksisterende netværk er illustreret på kortet i Excel-filen.

1. Hvad er omkostningerne over de næste 10 år ved at beholde de to nuværende brønde? Det vil sige, hvad er den totale omkostning til renovering af det nuværende netværk?

Bestyrelsen i vandværket ønsker nu en vurdering af omkostningerne ved at lukke de gamle boringer for i stedet at åbne nye boringer på nogle af de foreslåede lokationer. Det er en streng antagelse, at hver by skal serviceres fra en *og kun en* boring (*single sourcing*). Samtidig skal boringernes kapaciteter overholdes. De estimerede omkostninger forbundet med etablering af nye boringer og nyt vandrørsnetværk er tilgængeligt i den vedlagte Excel-fil.

2. Opstil en model som minimerer de totale omkostninger ved at etablere nye boringer under antagelse af, at de gamle boringer begge lukkes.
3. Implementer modellen fra Opgave 2, Del 2, i OPL og løs den vha. CPLEX. Illustrer og fortolk løsningen.

Bestyrelsen ønsker nu en vurdering af, om det kan betale sig at holde nogle af de eksisterende boringer i drift, mens man samtidig introducerer muligheden for at etablere nye boringer. Grundet udvikling i teknologien er det ikke muligt at tilslutte nye vandledninger til de eksisterende boringer, men det er muligt at afkoble nogle af de eksisterende. Med andre ord kan der ikke tilkobles en by til en eksisterende boring, som ikke er tilkoblet på nuværende tidspunkt, men man kan frakoble byer fra eksisterende boringer for at flytte dem over på en ny boring.

4. Opstil nu en model som minimerer de samlede omkostninger ved at beslutte hvilke af de eksisterende boringer, der skal lukkes, hvilke af de nye der skal etableres og fra hvilken boring hver by skal serviceres. Antagelsen om *single-sourcing* af hver by er stadig gældende.
5. Implementer modellen i OPL og løs den vha. CPLEX. Illustrer og fortolk løsningen.
6. Sammenlign de tre alternativer fra Opgave 1, Opgave 3 og Opgave 5. Hvilken løsning bør anbefales vandværket?