

## EKSAMENSOPGAVE

Uddannelse og niveau	HA, 5. semester, valgfag						
Termin	V22-23o						
Kursusnavn og eksamenskode(r)	Modellering inden for prescriptive analytics					460181E018	
Eksamensform og varighed	Skriftlig eksamen, WOAI					3 timer	
Dato og tidspunkt	11. januar 2023					Kl. 15:00 – 18:00	
Hjælpemidler	Alle	X	Anviste		Ingen		
Det er tilladt at aflevere håndskrevet materiale	Ja		Nej	X			
Det er tilladt at uploade bilag i WISEflow	Ja	X	Nej				
Anonym eksamen	Ja	X	Nej		Undlad venligst at anføre navn og studienummer i besvarelsen. Brug i stedet flow-løbenr., som du finder på dit omslag.		
Anden relevant information	<b>Undgå mistanke om eksamenssnyd!</b> Husk kildehenvisninger og citationstegn, hvis du kopierer andres tekster eller hvis du genbruger dele af en tidligere afleveret opgave (plagiering og selvplagiering). Eksamensbesvarelsen skal udarbejdes <b>individuel</b> t. Der udføres plagieringskontrol på alle eksamensopgaver, så snyd og samarbejde mellem studerende vil kunne spores. <i>Der er vedlagt en datafil i json-format samt en Python til indlæsning af data</i>						
Antal sider (inkl. forside)	4 sider						

### Øvrige instruktioner:

Det er ikke tilladt at samarbejde med andre under udarbejdelsen af besvarelsen til denne eksamensopgave. Det er tilladt at benytte information fundet på internettet, hvis denne information er lagt op, *før* eksamenen er startet.

Al viden, som man benytter sig af og har tilegnet sig fra kilder (undervisningsmateriale, internettet, kode, artikler og så videre) skal anerkendes med referencer. Det er ikke nødvendigt at forholde sig til en specifik style guide, når der refereres. Det skal blot være tydeligt, hvor man har sin information fra.

Al information, der skal bruges for at besvare opgaverne, er tilgængelig i teksten og i den vedlagte datafil. I tilfælde af at man mener, at dette ikke er tilfældet, anbefales det, at man gør sig de nødvendige antagelser for at kunne besvare opgaverne. Hvis man gør sig yderligere antagelser, skal dette klart fremgå af besvarelsen.

De angivne vægte på opgaverne er vejledende og angiver blot den relative vægtning mellem opgaverne.

## Del 1 – Denne del udgør cirka 33% af denne eksamens omfang

Betragt et uncapacitated facility location problem (UFLP) med  $n$  potentielle lokationer og  $m$  kunder. Et UFLP kan formuleres som følgende heltalsproblem:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^n f_i y_i \quad (1)$$

$$\text{s. t.: } \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall j = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad \forall i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m. \quad (3)$$

$$x_{ij}, y_i \in \{0,1\}, \quad \forall i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m \quad (4)$$

hvor  $c_{ij}$  er omkostningen ved at servicere kunde  $j$  fra en facilitet på lokation  $i$ , og  $f_i$  er en fast omkostning ved at etablere en facilitet på lokation  $i$ .

### Opgave 1.1

Giv en verbal beskrivelse af delementerne (variabler, objektfunktion og begrænsninger) i modellen beskrevet i (1)-(4).

### Opgave 1.2

Antag, at  $s_i$  er kapaciteten på lokation  $i$ , hvis den etableres, og at  $d_j$  er efterspørgslen hos kunde  $j$ . Giv en verbal fortolkning af uligheden:

$$\sum_{i=1}^n s_i y_i \geq \sum_{j=1}^m d_j \quad (5)$$

### Opgave 1.3

Er uligheden (5) brugbar for et capacitated facility location problem (CFLP)? Det vil sige, vil det ændre løsningen til et CFLP, hvis uligheden (5) tilføjes modellen (argumenter for dit svar)?

### Opgave 1.4

Betrakt igen UFLP-modellen (1)-(4). Antag, at omkostningerne for at servicere kunderne alle er lig med nul. Det vil sige  $c_{ij} = 0$  for alle  $i = 1, \dots, n$  og  $j = 1, \dots, m$ . Er det sandt, at der vil være mindst én optimal løsning, som kun har én facilitet åben, uanset hvilke værdier  $f_i$ -parametrene antager (argumenter for dit svar)? Giv en kort beskrivelse af, hvordan et UFLP med  $c_{ij} = 0$  for alle  $i = 1, \dots, n$  og  $j = 1, \dots, m$  kan løses uden brug af en model/solver.

### Opgave 1.5

Hvis  $n = 10$  og  $m = 15$ , hvor mange begrænsninger og hvor mange variabler er der så i UFLP-formuleringen angivet i (1)-(4)? Gør rede for din optælling.

### Del 2 – Denne del udgør cirka 67% af denne eksamens omfang

En pålægsfabrik producerer en række produkter. Indtil nu er produktionsplanerne blevet lavet i hånden af en garvet medarbejder. Man ønsker dog at få et overblik over, om man kan optimere produktionsplanerne ved hjælp af modellering og optimering.

For at illustrere anvendeligheden af metoderne har man udvalgt ét produkt, som skal undersøges: spegepølse.

På fabrikken arbejdes der i tre skift á otte timer (00.00-08.00, 08.00-16.00 og 16.00-00.00), hvorfor dagen er opdelt i tre perioder. En brugbar produktionsplan skal angive helt ned på skifte-niveau, om der skal produceres, hvor meget der skal produceres, og hvor meget der skal føres på lager. Hver morgen klokken 07.59 bliver den korrekte mængde af spegepølse kørt afsted mod detailbutikkerne.

Efterspørgslen på spegepølse over de næste fem dage er givet ved:

Dag:	Mandag	Tirsdag	Onsdag	Torsdag	Fredag
Mængde i 100 kg:	50	100	300	250	100

Produktionsplanen, der skal lægges, starter mandag klokken 00.00 og slutter fredag klokken 23.59. Omkostninger for produktion, lagerførelse og opstart af produktion er givet i den vedlagte datafil. I datafilen er efterspørgslen for perioderne, der skal planlægges, ligeledes vedlagt. Ydermere er der en øvre grænse på produktionen i perioderne (190 kg), en nedre grænse på lagerets størrelse i hver periode (20 kg) samt et startlager (20 kg), som skal tages med i betragtning i planlægningen.

### Opgave 2.1

Betragt den vedlagte datafil (json-format). Forklar, hvorfor efterspørgslerne ser ud, som de gør. Hvorfor er der så mange perioder, og hvorfor er der så mange perioder med en efterspørgsel på 0?

Målet for virksomheden er at minimere de samlede omkostninger ved produktionen over de fem dage (produktions-, opstarts- og lageromkostninger) på en sådan måde, at al efterspørgsel kan imødekommes til rette tid.

**Opgave 2.2**

Identificer virksomhedens problem som et af problemerne studeret i kurset. Argumenter for dit valg (det vil sige, hvorfor passer virksomhedens problem på netop det valg og ikke på andre lignende problemtyper?).

**Opgave 2.3**

Formuler en matematisk model, der løser virksomhedens problemstilling. Vær stringent med definition af variabler og parametre i modellen, og giv en verbal beskrivelse af modellens elementer (objektfunktion og begrænsninger).

**Opgave 2.4**

Implementer modellen fra *Opgave 2.3* i Python og Pyomo, og løs virksomhedens problem for det udleverede data. Beskriv løsningen, og dokumenter din kode.

Det viser sig, at løsningen ikke er helt, som virksomheden ønskede sig det. De synes, der er for mange perioder, hvor der produceres spegepølse.

**Opgave 2.5**

Formuler en begrænsning matematisk, der håndhæver, at der maksimalt kan produceres i 7 af de 15 perioder. Tilføj den nye begrænsning til din implementering, og genlæs problemet. Ændrer de totale omkostninger sig i forhold til *Opgave 2.4* (hvis ja, forklar hvordan/hvis nej, forklar hvorfor)?

**Opgave 2.6**

Beregn alle rationelle (Pareto) kompromisser mellem de totale omkostninger og antal perioder, der produceres spegepølse. Det vil sige, løs bi-kriterieproblemet, hvor den ene objektfunktion består af de totale omkostninger, og den anden består af antallet af perioder, der produceres i.