FUNCIÓN

Definiciones

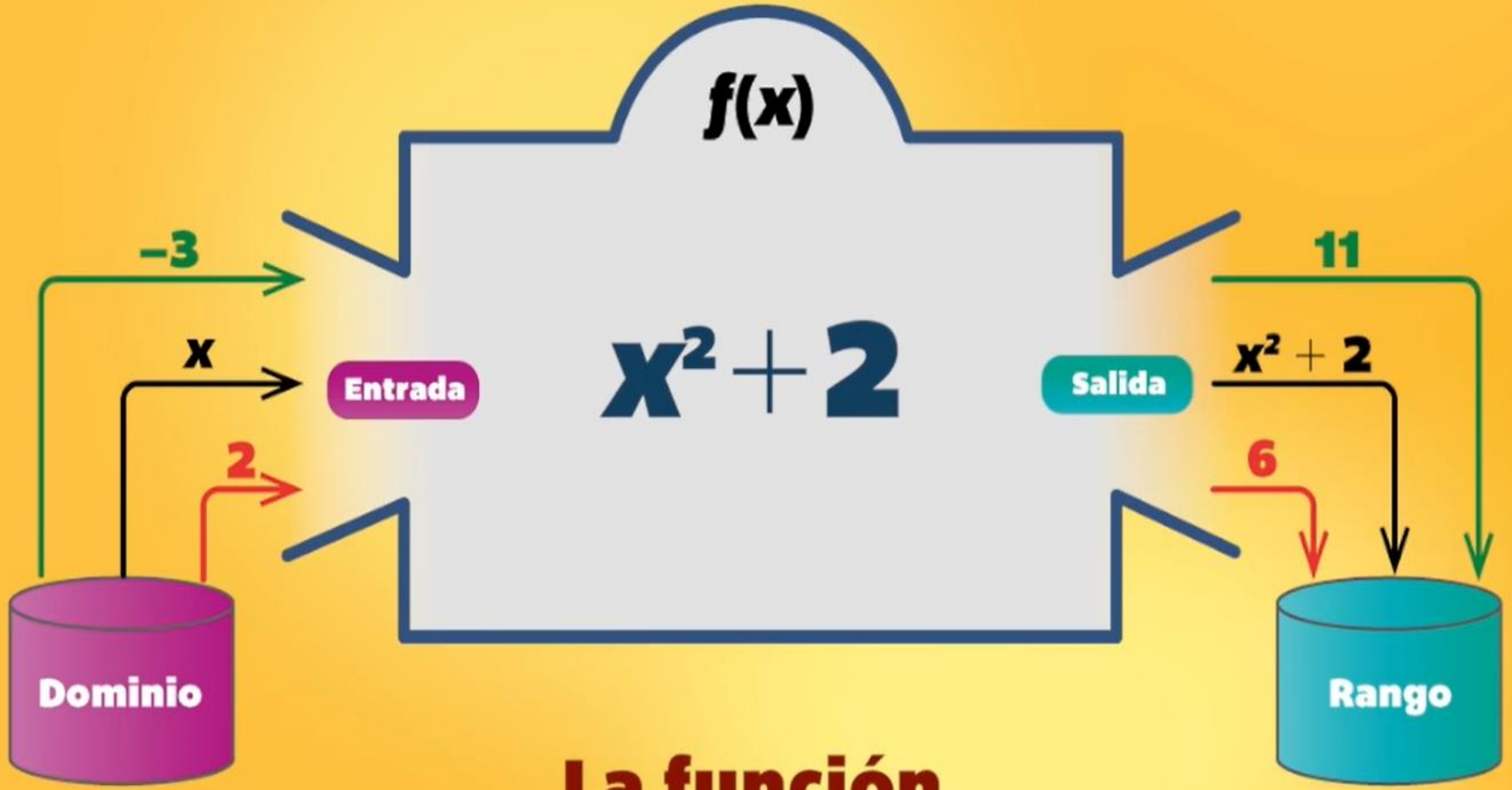
- El costo de un pasaje varía según la cantidad de km recorridos

- El costo de una encomienda varía de acuerdo al peso de la misma

- El aumento de peso de un animal depende de la ración de comida consumida.

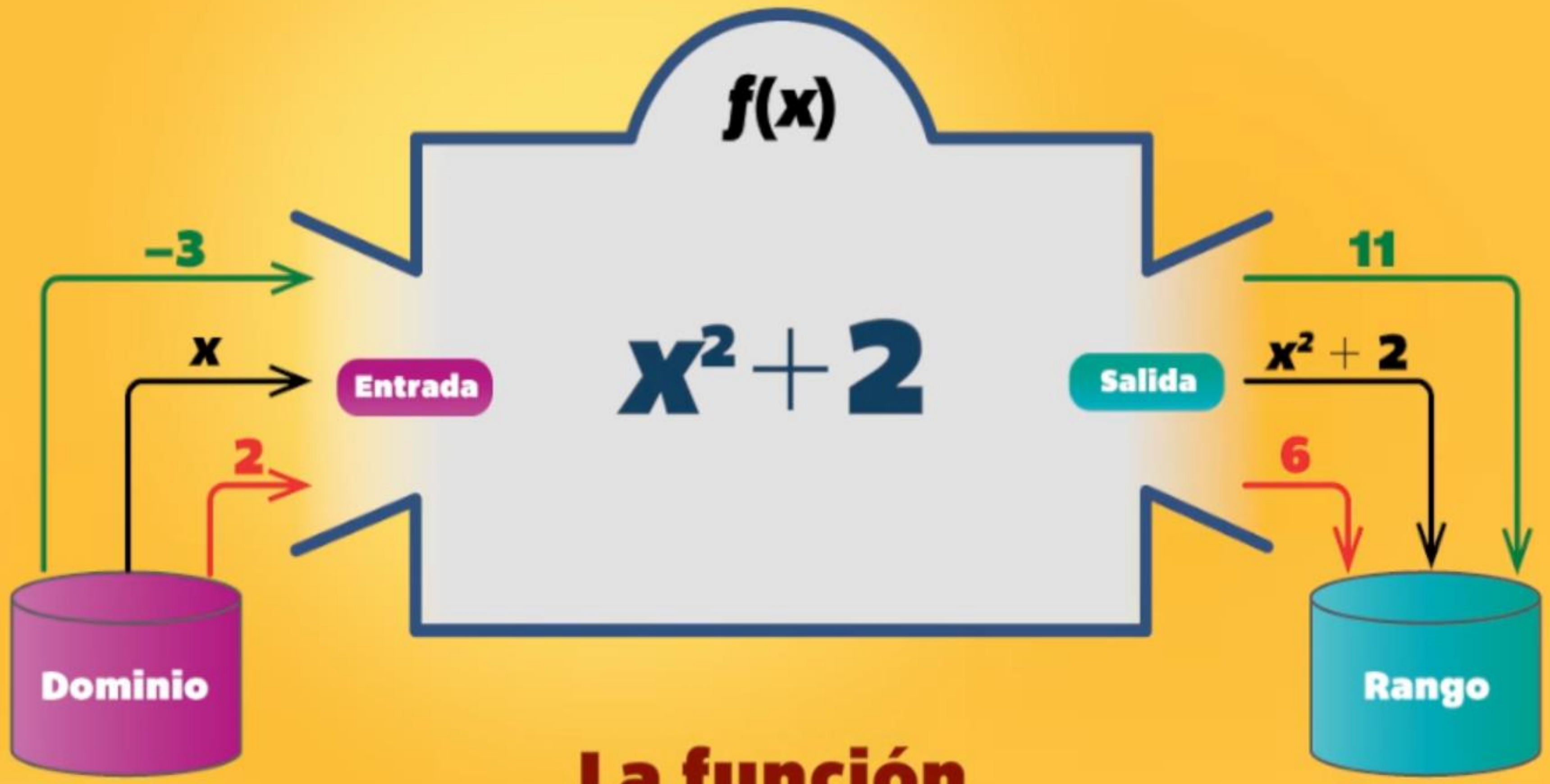
Frecuentemente las funciones se utilizan para “modelizar” problemas del mundo real.


f(x)
Regla de la función
x
Entrada
Salida
f(x)
Dominio
Rango



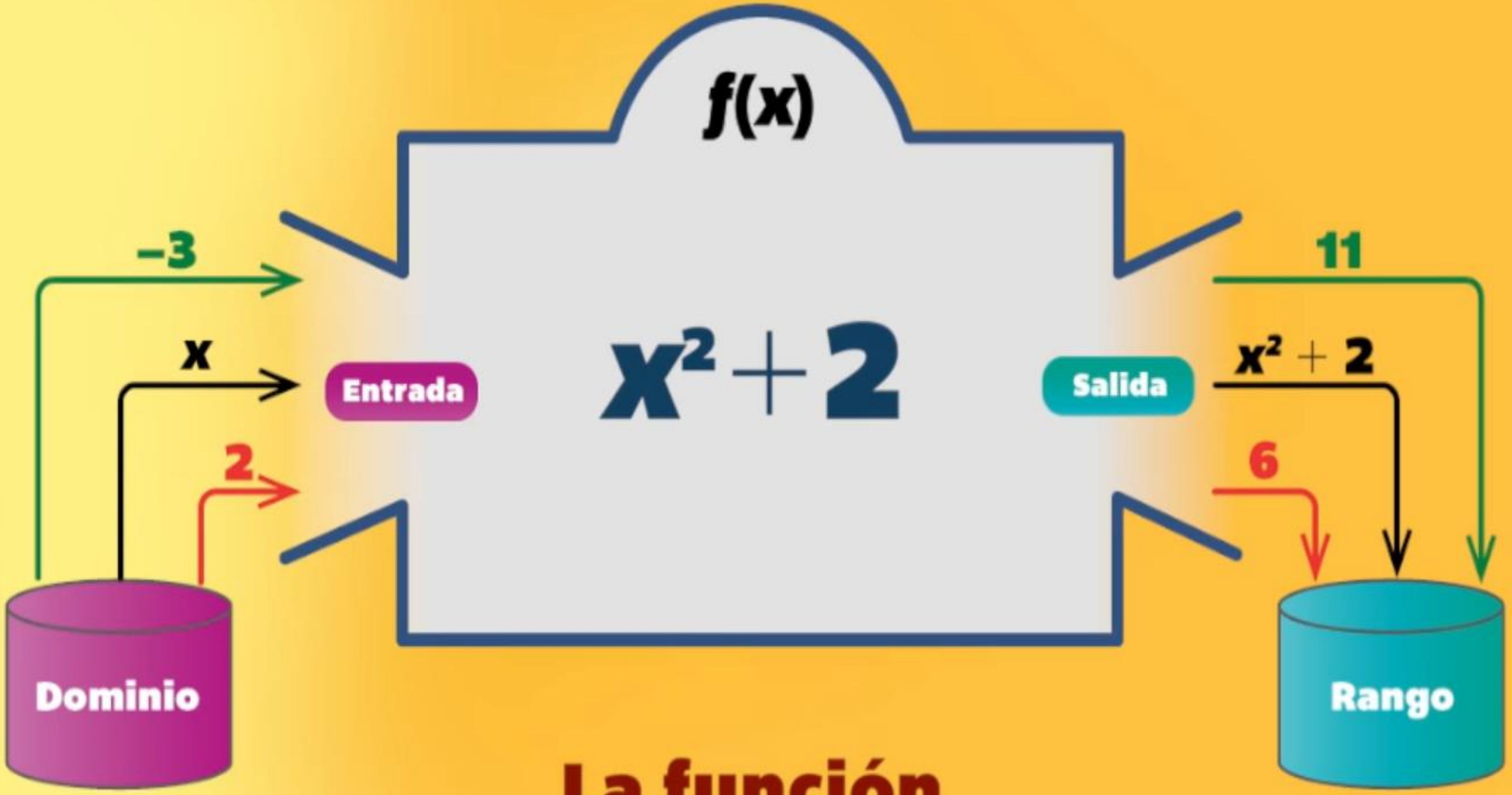
La función

$$f(x) = x^2 + 2$$



La función
$f(x) = x^2 + 2$

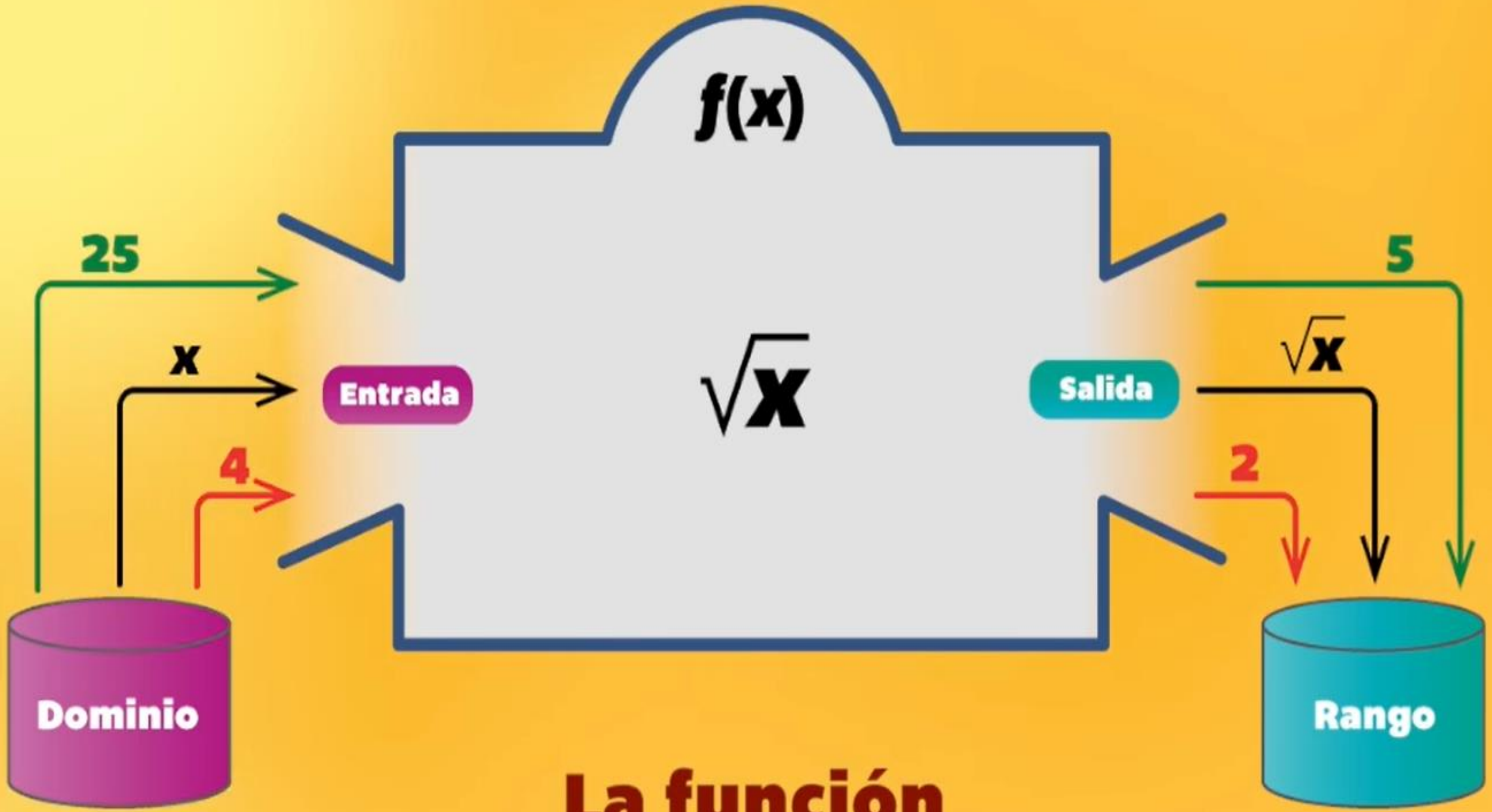
El **dominio**, todos los números reales R.



La función
$f(x) = x^2 + 2$

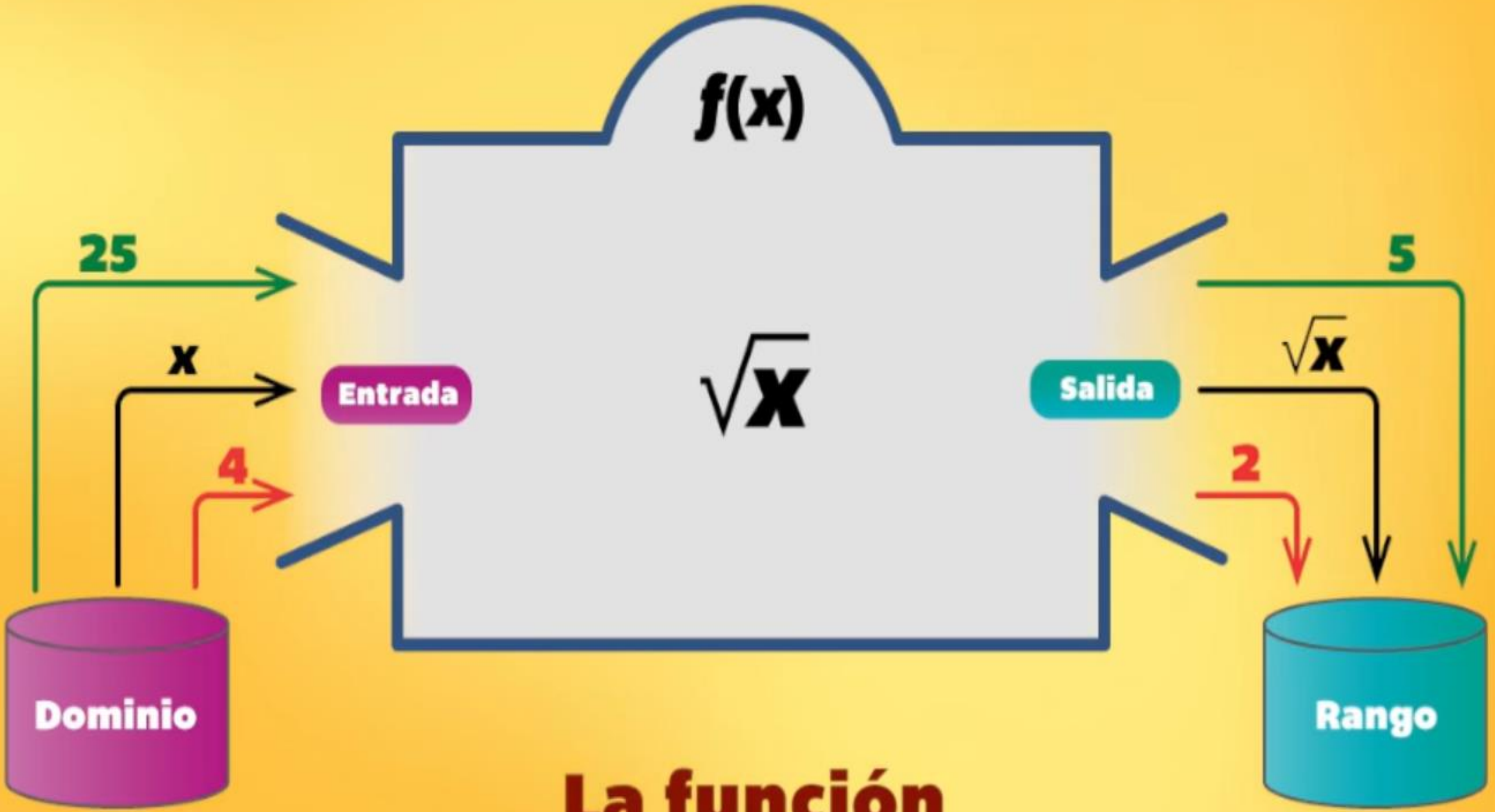
El **dominio**, todos los números reales R.

El **rango**, únicamente los números del intervalo [2, ∞).



La función

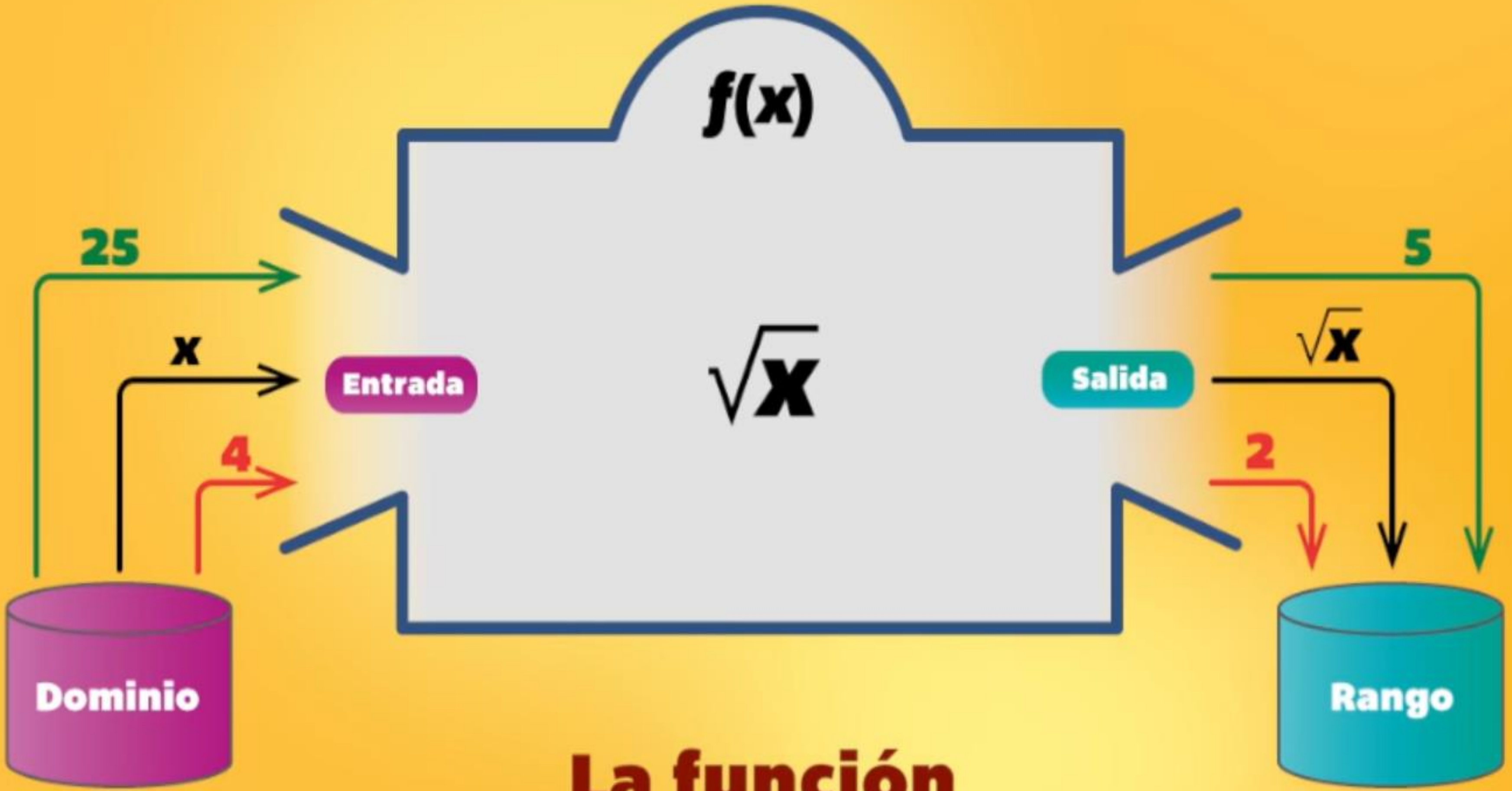
$$f(x) = \sqrt{x}$$



La función

$$f(x) = \sqrt{x}$$

El **dominio**, son todos los números mayores o iguales a cero porque los números negativos "no pueden entrar" para sacarles la raíz cuadrada, es decir el intervalo $[0, \infty)$.



La función

$$f(x) = \sqrt{x}$$

El **dominio**, son todos los números mayores o iguales a cero porque los números negativos "no pueden entrar" para sacarles la raíz cuadrada, es decir el intervalo $[0, \infty)$.

El **rango**, también corresponde a los números del intervalo $[0, \infty)$.

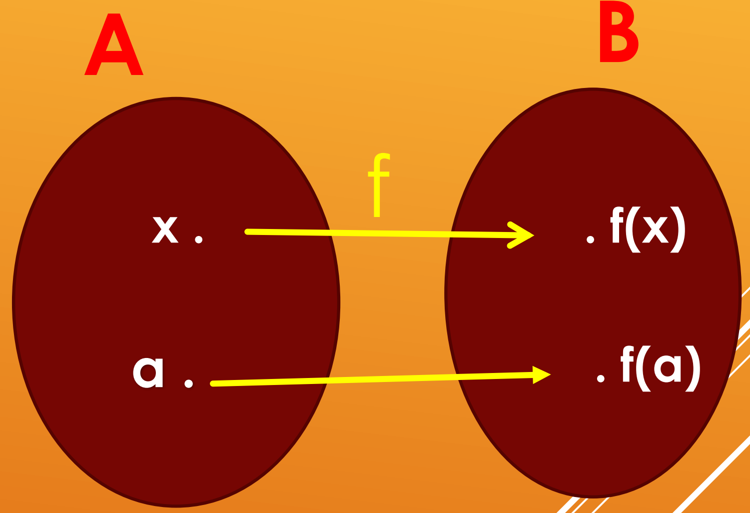
Teniendo en cuenta esto, podemos definir:

Dominio: conjunto de todos los valores de entrada.

Conjunto de imágenes: conjunto de todos los valores de salida.

DEFINICIÓN DE FUNCIÓN

f es una función de A en B sí y sólo sí f es una correspondencia entre dos conjuntos A (dominio) y B (conjunto de llegada) tal que todo elemento de A tiene un único elemento correspondiente en B.



decimos que y es la imagen de x por f, y lo escribimos:

$$y = f(x)$$

Notación:

$$f\ ,\ g\ ,\ h\ .$$

Para indicar que f es una función de $A \ \ en \ B$, escribimos:

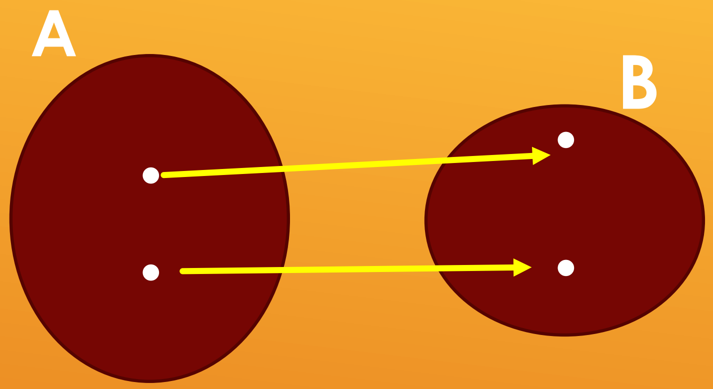
$$\boldsymbol{f: A \rightarrow B}$$

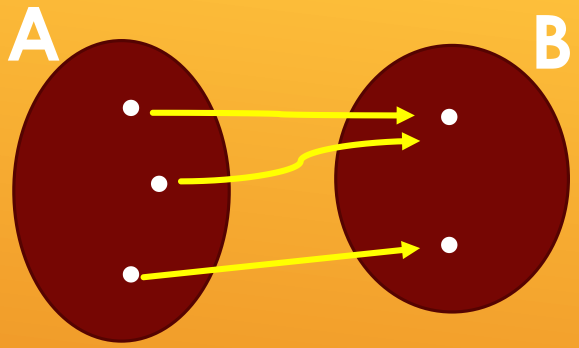
Definición 2

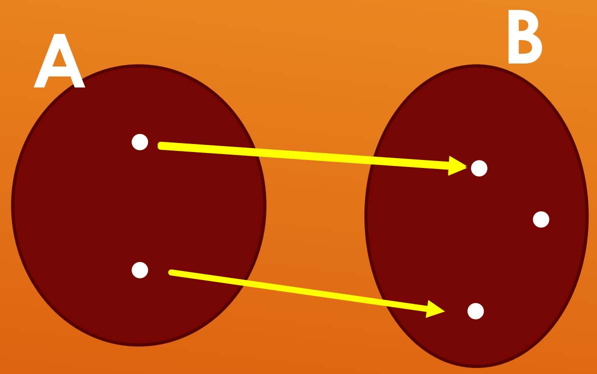
f es una función de A en B sí y sólo sí la ley de correspondencia que relaciona los elementos de A con los de B, satisface las siguientes condiciones:

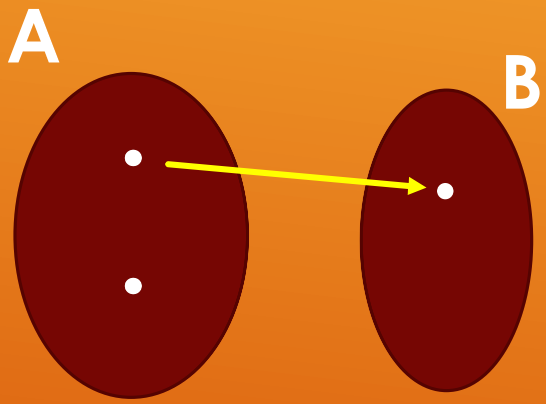
Existencia: $\forall x \in A, \exists\, y \in B / y = f(x)$

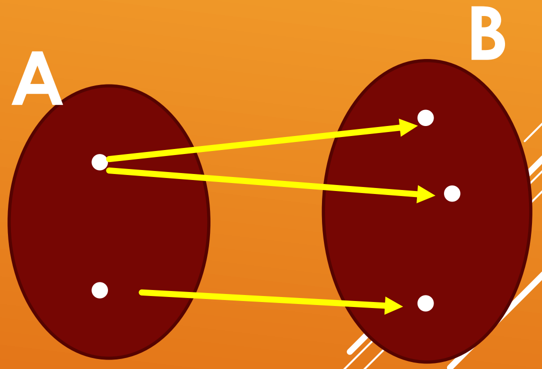
Unicidad: $y = f(x) \wedge z = f(x) \Longrightarrow y = z$


A
B


A
B


A
B


A
B


A
B

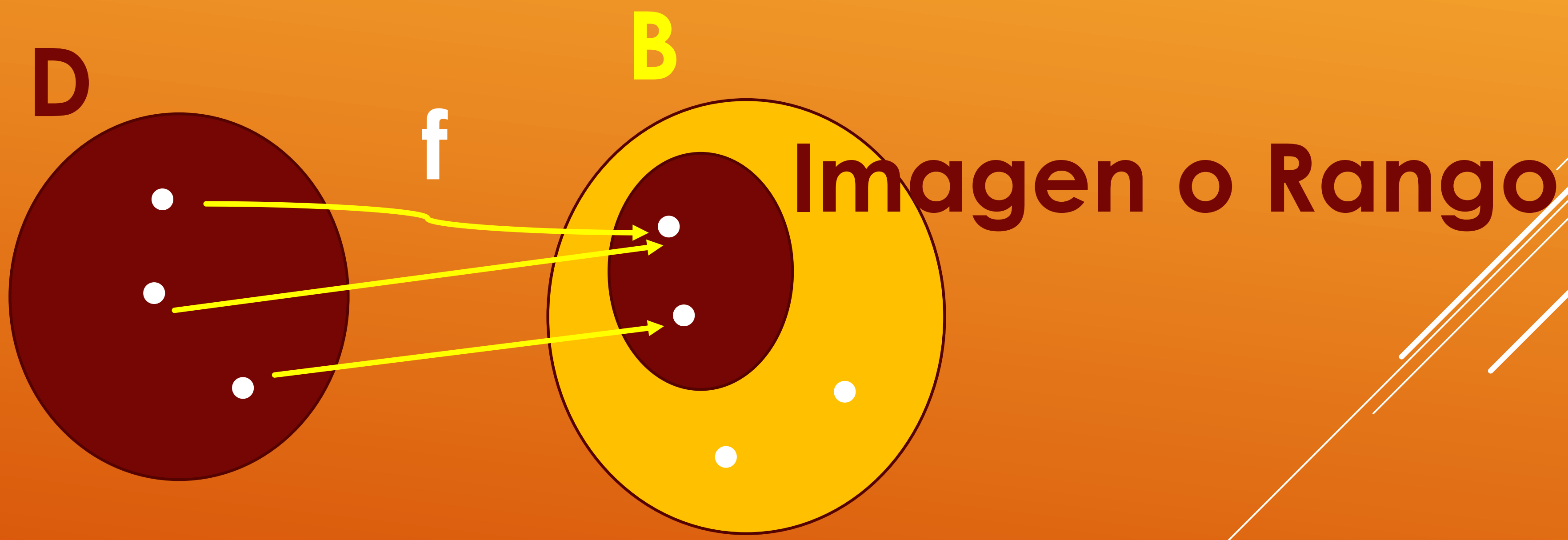
Una función queda definida cuando se dan:

- El dominio
- El conjunto de llegada
- Una ley de correspondencia que satisface las condiciones de existencia y unicidad.

Dominio:

el dominio de una función está formado por todos los valores posibles de la variable independiente (la x), es decir, el dominio está formado por todos los valores que puede tomar ésta (la x) para los cuales la función existe y es un número real.

El **conjunto imagen** de la función está formado por todos los valores del conjunto de llegada que verifican la función.



¿Cómo podemos expresar una función?

- Coloquial
- Numérica
- Visual o gráfica
- Algebraica

Ejemplo :

El área de un círculo depende del valor de su radio y se calcula a través de la fórmula: $\boldsymbol{a = \pi . r^2}$.

Para cada número positivo $\boldsymbol{r}$ encontramos un valor de $\boldsymbol{a}$ asociado. Decimos entonces que $\boldsymbol{a}$ es función de $\boldsymbol{r}$ y se indica: $\boldsymbol{a = f(r)}$.

Exprese la función según las cuatro formas descriptas.

Solución:

Coloquial:

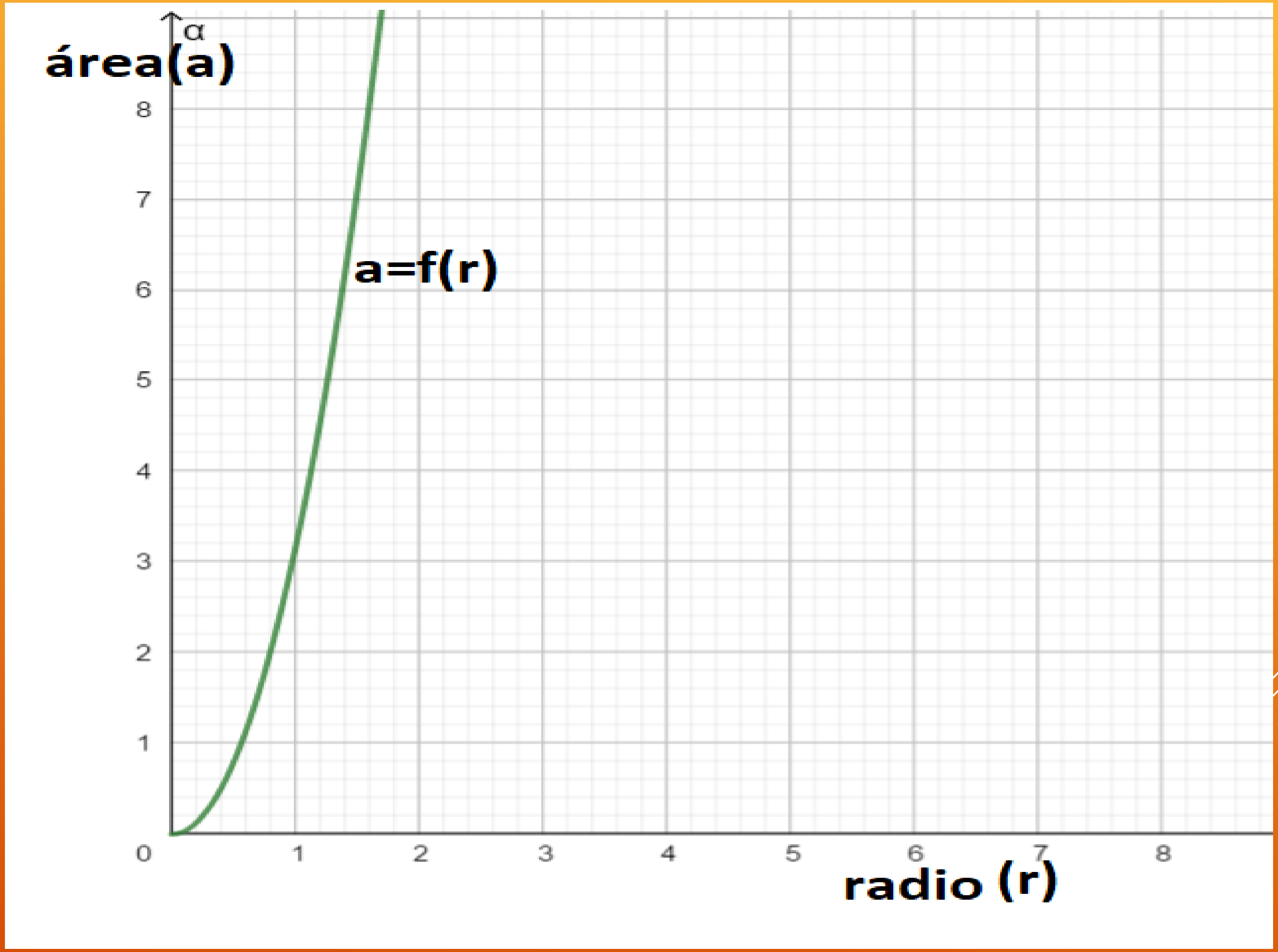
“el **área** de un círculo es **función** del **radio** y se obtiene multiplicando π por el valor del **radio** elevado al cuadrado”.

Numérica:

El radio, r, puede tomar cualquier valor real positivo

r	área
1	π
2.5	6.25π
3	9π
4	16π

Visual o gráfica:

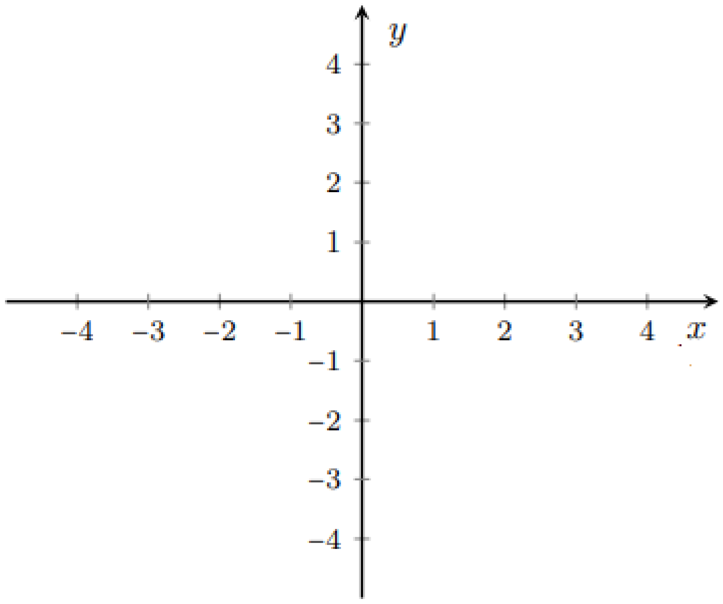


Algebraica:

$$f(r):\mathbb{R}^{+}\rightarrow\mathbb{R}/f(r)=\pi r^{2}$$

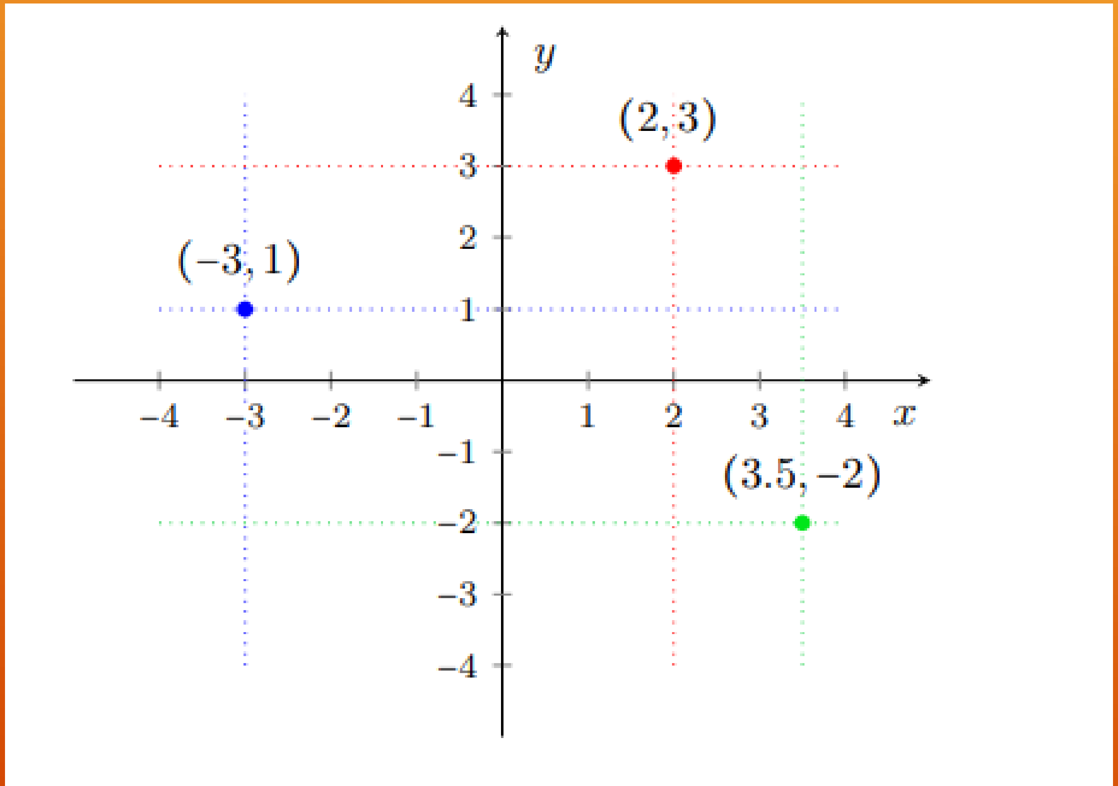
Para representar una función mediante su gráfica necesitamos primero el concepto de ejes cartesianos o coordenados, que son simplemente un par de rectas numéricas perpendiculares que nos permitirán ubicar puntos en el plano:

La recta horizontal se llama eje x o eje de las abscisas, mientras que la recta vertical recibe el nombre de eje y o eje de las ordenadas. Llamaremos origen de coordenadas al punto donde se cruzan las dos rectas, que corresponde al cero en ambas direcciones. A la izquierda del origen, en el eje de las abscisas, se encuentran los valores negativos, y a la derecha los positivos. En el eje de las ordenadas, hacia arriba del origen se encuentran los valores positivos y hacia abajo, los negativos.



Ejes cartesianos.

Un punto en el plano se localiza con un par ordenado de valores (x, y) llamados coordenadas, siendo el numero ´ x la abscisa del punto, y el numero ´ y su ordenada. Luego, la primera componente del par se localiza en el eje de las abscisas, y la segunda en el eje de las ordenadas. Al trazar las paralelas a cada uno de los ejes desde esos puntos, las líneas resultantes se intersecan en un punto que es el lugar buscado.



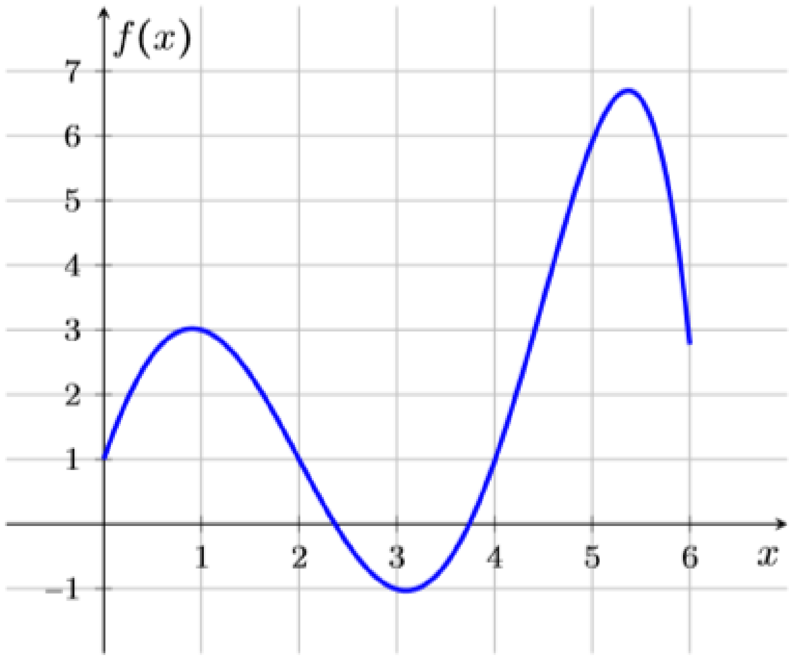
Ubicamos los puntos:

$$P = (2\,,3)$$

$$Q = (-3\,,1)$$

$$R = (3,5\,;-2)$$

11. La representación gráfica de una función $f : [0, 6] \to \mathbb{R}$ es la siguiente:



A partir de ella, resolver las siguientes consignas:

(a) ¿Cuál es la imagen de $x = 1$ a través de f?

(b) Determinar $f(5)$.

(c) Hallar un valor de x tal que $f(x) < 0$.

(d) ¿Para qué valores de x se tiene $f(x) = 1$?

(e) ¿Cuántas raíces tiene f?

(f) ¿Cuántos valores de x satisfacen $f(x) = 5$?

(g) Determinar si $y = 7$ pertenece a la imagen de f.