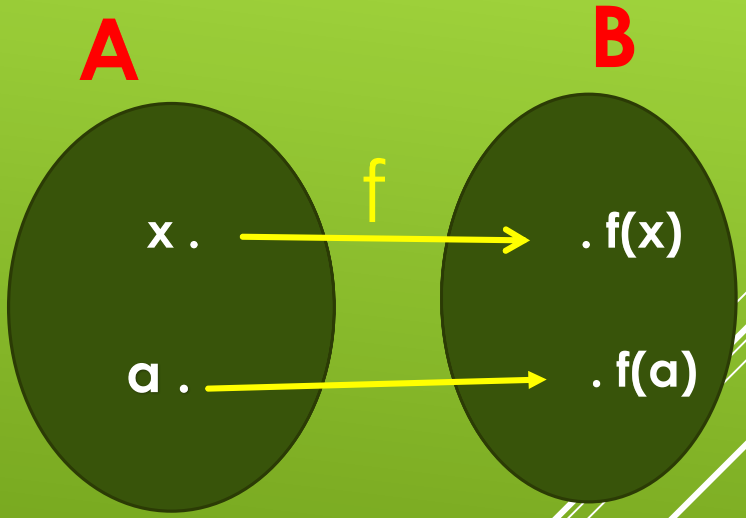
FUNCIONES

DEFINICIÓN DE FUNCIÓN

f es una función de A *en* B sí y sólo sí f es una correspondencia entre dos conjuntos A (dominio) y B (conjunto de llegada) tal que todo elemento de A tiene un único elemento correspondiente en B.



decimos que y es la imagen de x por f, y lo escribimos:

$$y = f(x)$$

Para indicar que f es una función de $A\ \ en\ B$, escribimos:

$$\boldsymbol{f: A \to B}$$

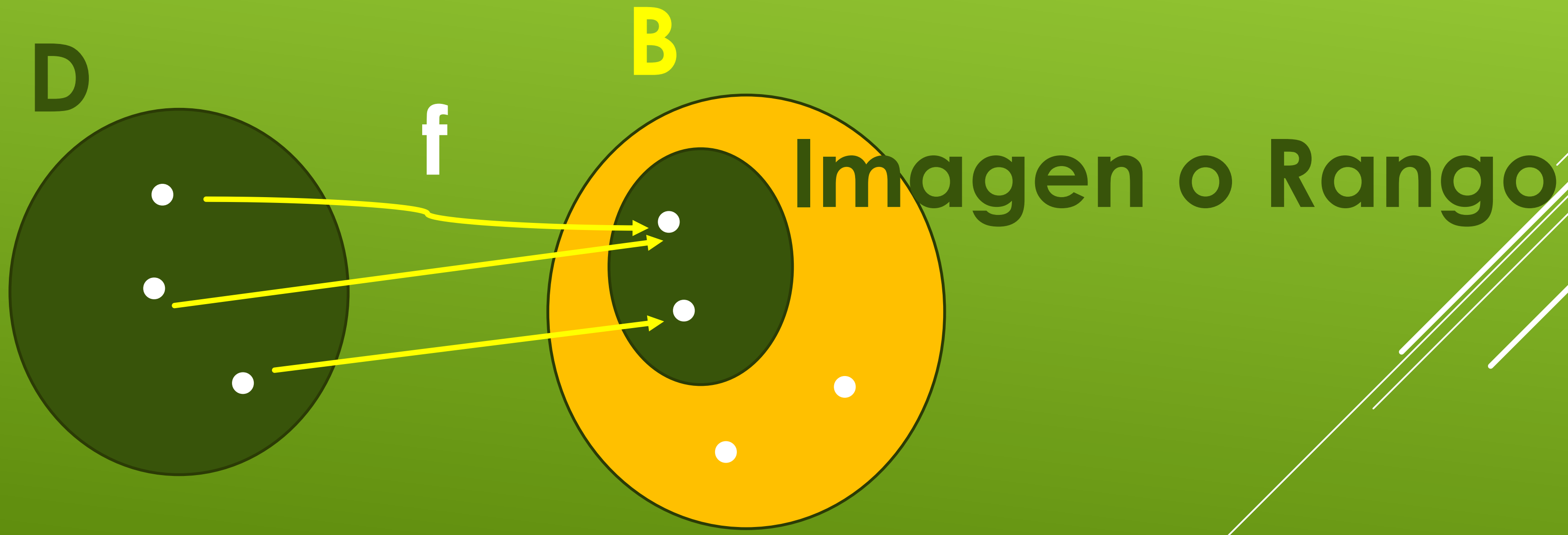
Una función queda definida cuando se dan:

- El dominio
- El conjunto de llegada
- Una ley de correspondencia que satisface las condiciones de existencia y unicidad.

Dominio:

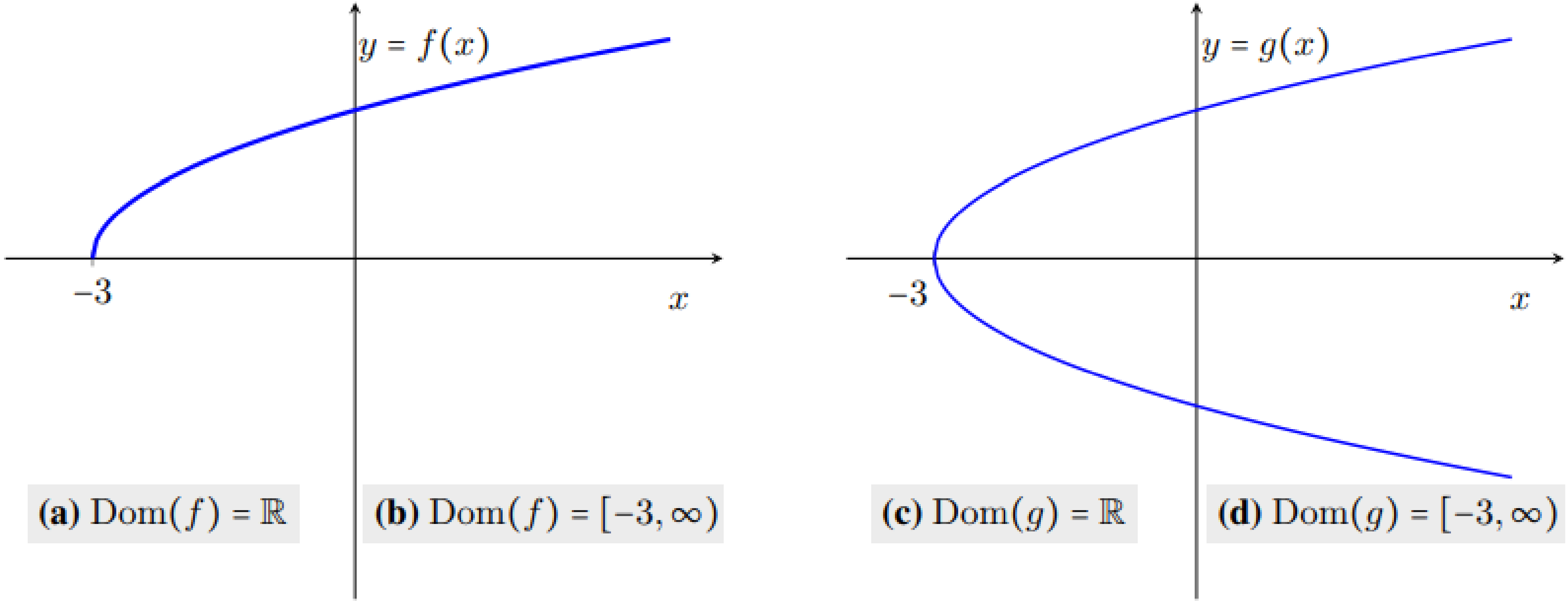
el dominio de una función está formado por todos los valores posibles de la variable independiente (la x), es decir, el dominio está formado por todos los valores que puede tomar ésta (la x) para los cuales la función existe y es un número real.

El **conjunto imagen** de la función está formado por todos los valores del conjunto de llegada que verifican la función.

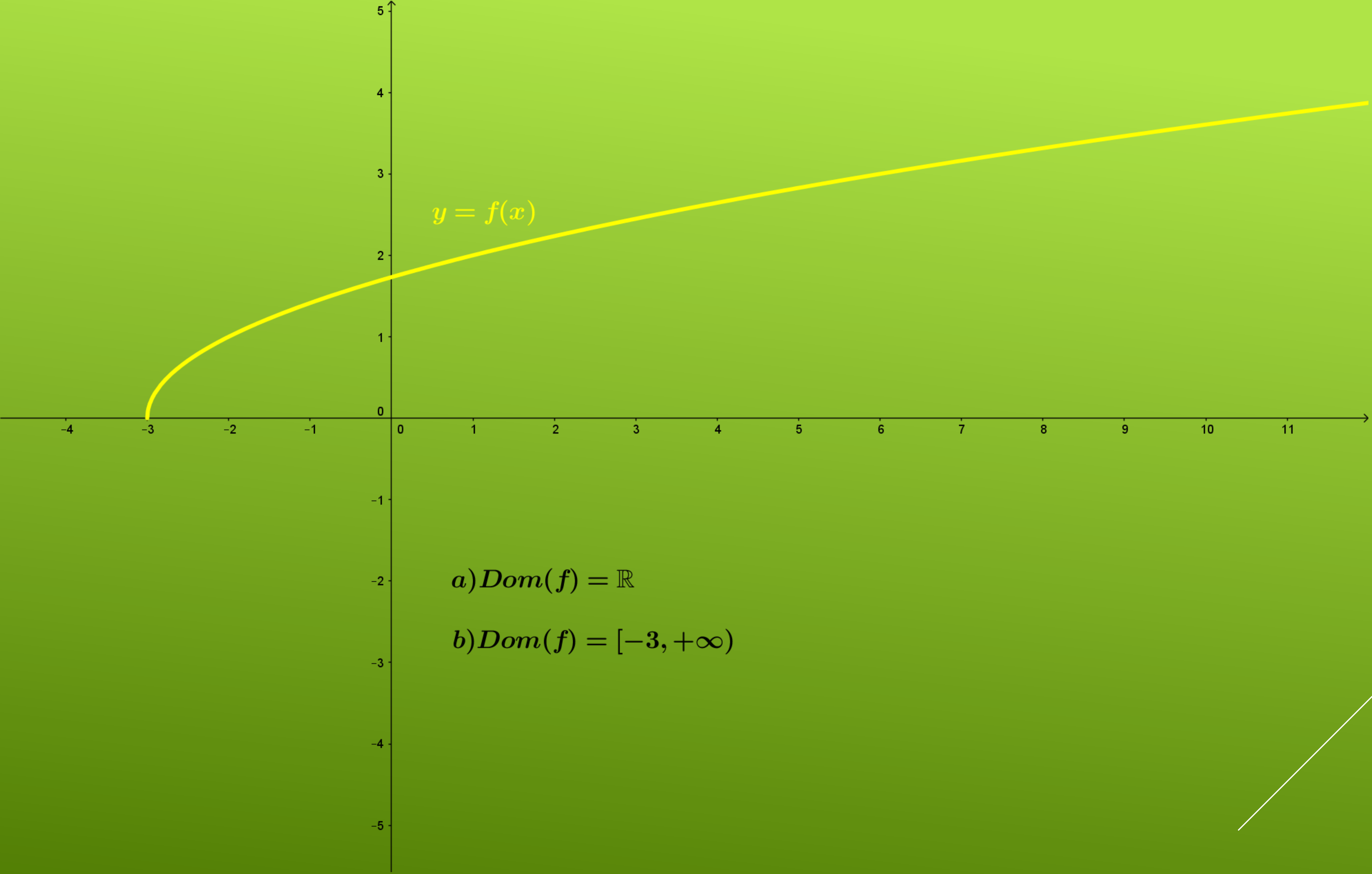


Determinando gráficamente si es función

Determinar si los siguientes gráficos corresponden a funciones en cada uno de los dominios dados.

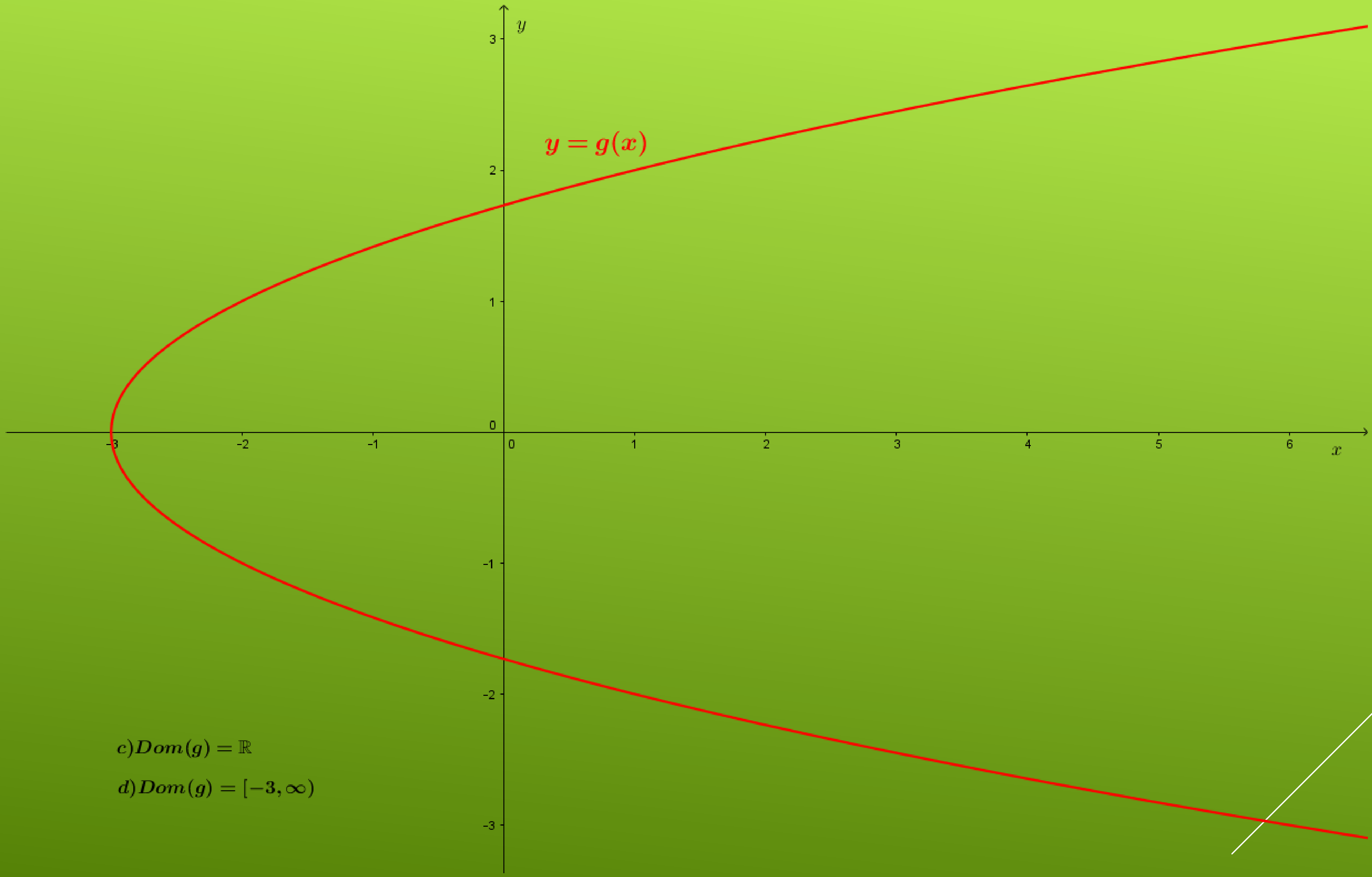


(a) $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R}$ **(b)** $\mathrm{Dom}(f) = [-3, \infty)$ **(c)** $\mathrm{Dom}(g) = \mathbb{R}$ **(d)** $\mathrm{Dom}(g) = [-3, \infty)$



$a) Dom(f) = \mathbb{R}$

$b) Dom(f) = [-3, +\infty)$

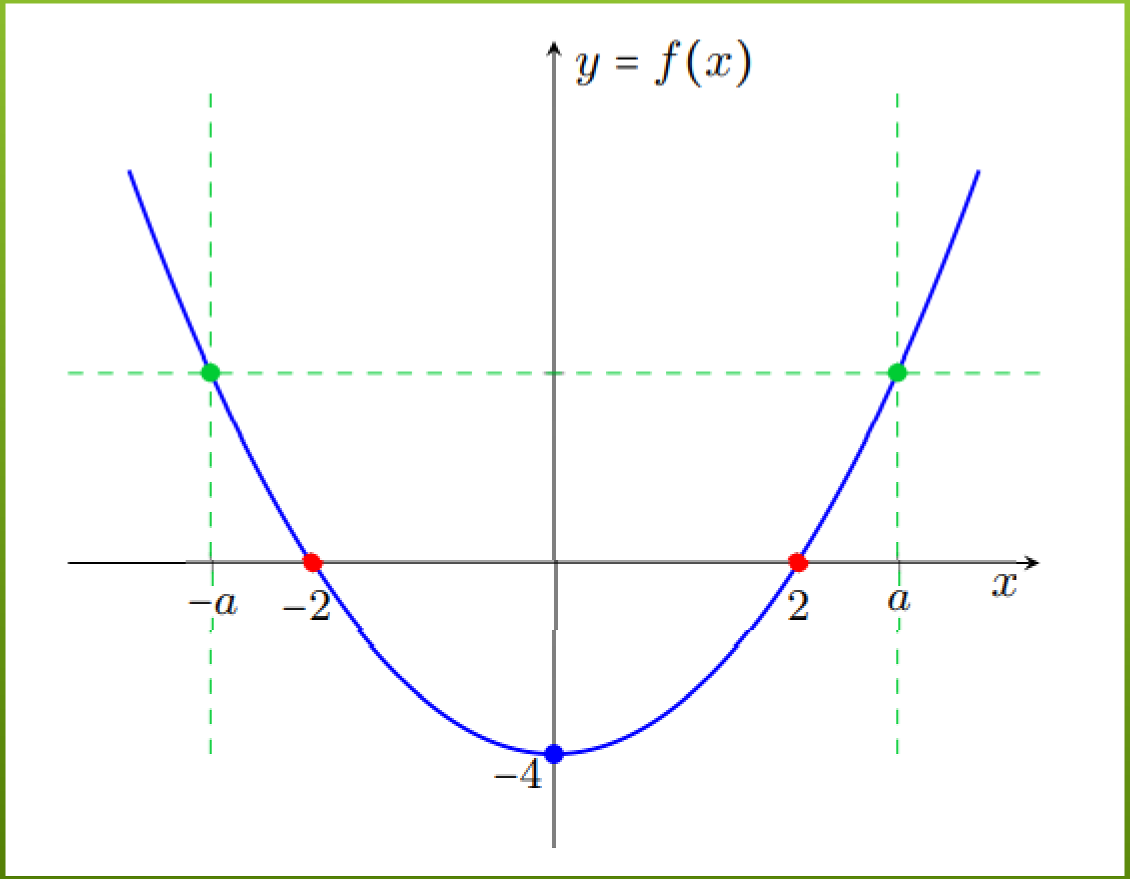


$c) Dom(g) = \mathbb{R}$

$d) Dom(g) = [-3, \infty)$

Determinando gráficamente la imagen.

Determinar la imagen de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$→cuyo grafico se muestra a continuación:



Función afín

En esta sección nos ocuparemos de estudiar el comportamiento de la denominada **función afín***, que es una de la forma

$$f(x) = ax + b,$$

siendo a y b números reales. Si $a \neq 0$ entonces es una función polinómica de grado 1, y si además se tiene $b = 0$, la función $f(x) = ax$ es conocida como **lineal**. Cuando $a = 0$, la función $y = b$ es llamada también **función constante**.

Vimos en la sección anterior que el dominio de cualquier función polinómica es el conjunto de todos los números reales. En particular, lo mismo vale para las funciones afines. Luego, si no se indica lo contrario, la convención sobre dominios indica que $\mathbb{R}$ es el dominio de las mismas.

Esbozando el grafico de funciones afines.

Analizaremos las gráficas de las funciones dadas por :
$y = 2x - 1\,, y = 2\,, y = -x + 1.$
Haremos tablas de valores para detectar la "forma" de las mismas.

x	$y = 2x - 1$
-2	$2 \cdot (-2) - 1 = -5$
-1	$2 \cdot (-1) - 1 = -3$
0	$2 \cdot 0 - 1 = -1$
1	$2 \cdot 1 - 1 = 1$
2	$2 \cdot 2 - 1 = 3$

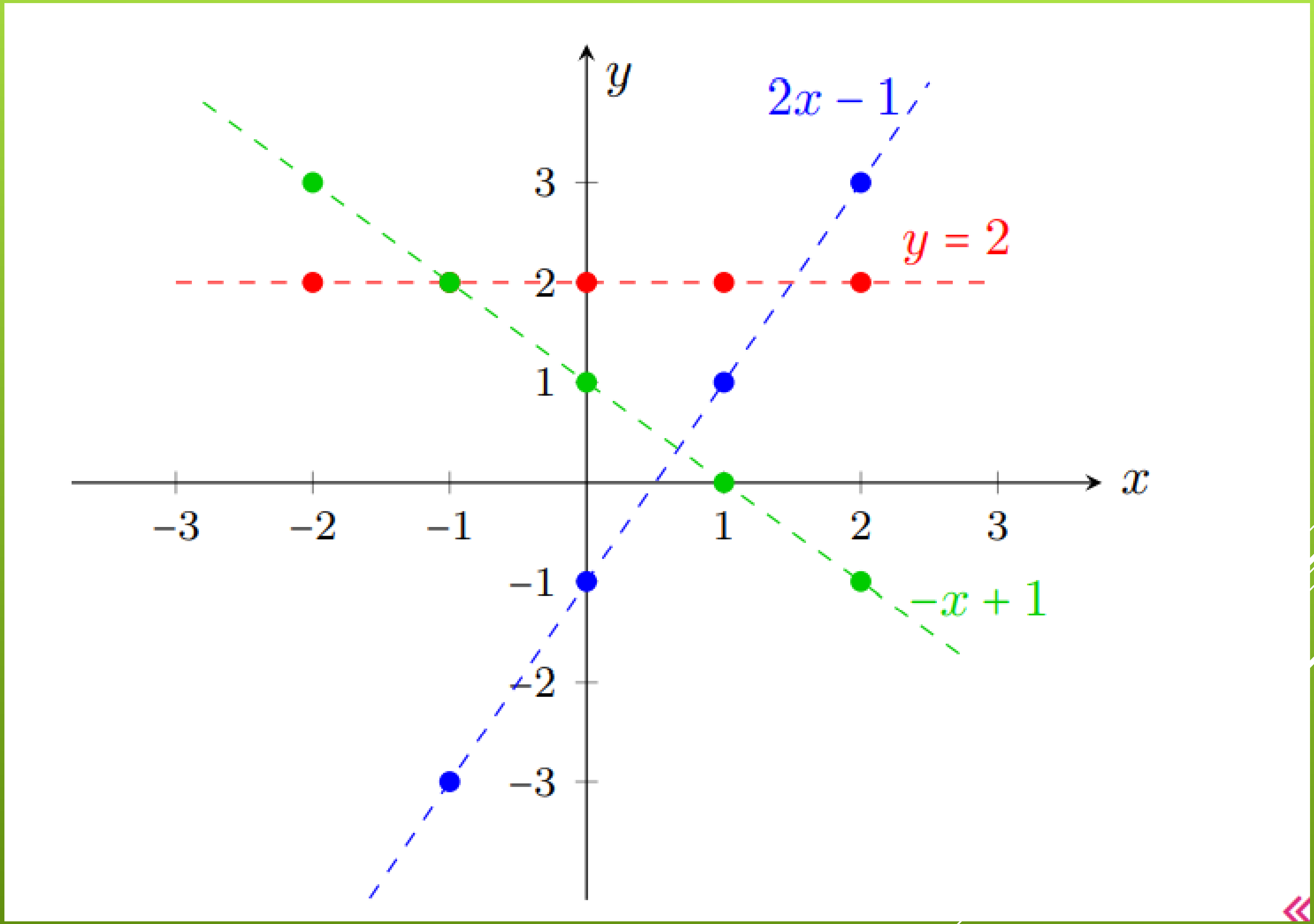
x	$y = 2$
-2	2
-1	2
0	2
1	2
2	2

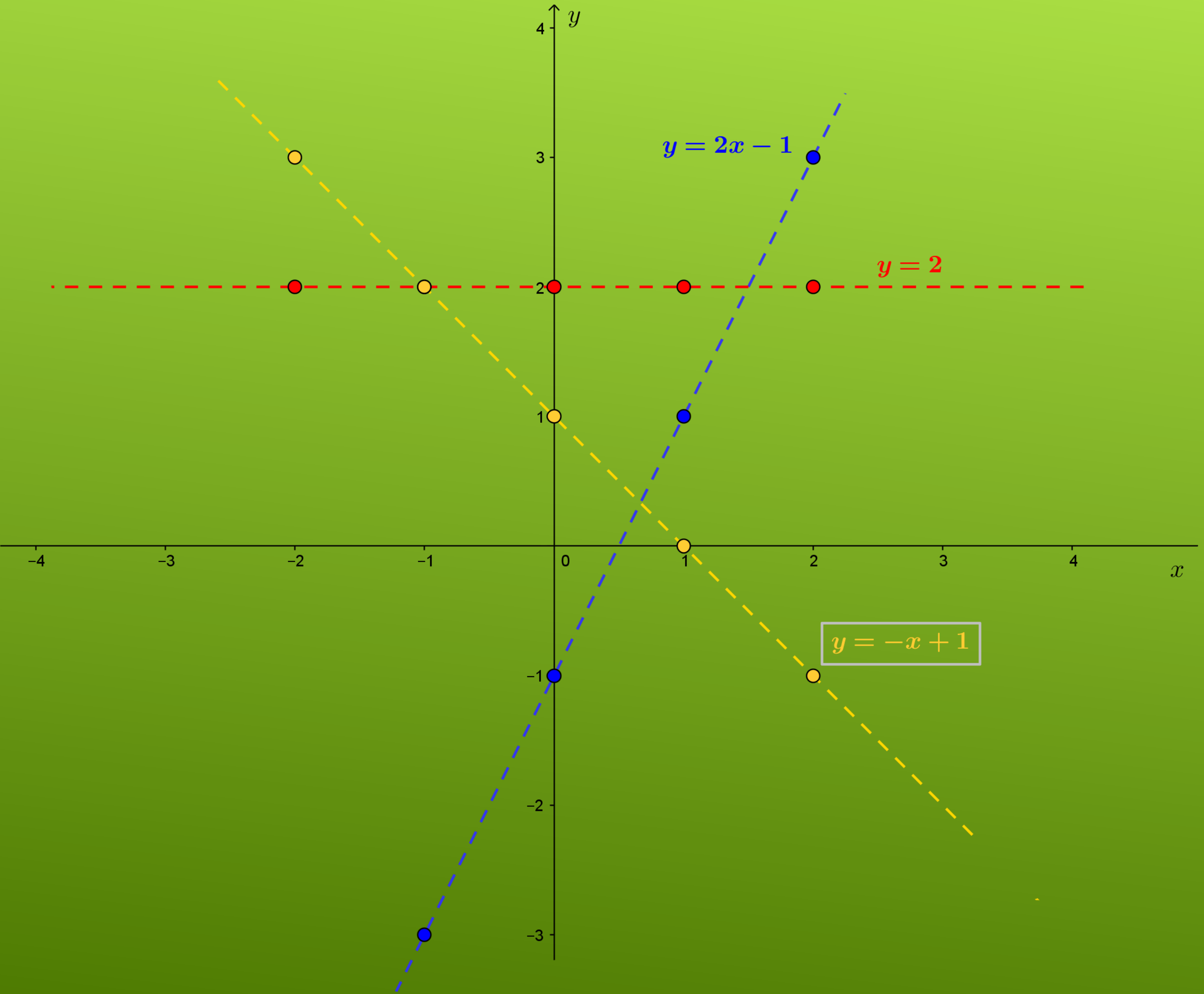
x	$y = -x + 1$
-2	$-(-2) + 1 = 3$
-1	$-(-1) + 1 = 2$
0	$-0 + 1 = 1$
1	$-1 + 1 = 0$
2	$-2 + 1 = -1$

x	$y=2x-1$
-2	-5
-1	-3
0	-1
1	1
2	3

x	$y=2$
-2	2
-1	2
0	2
1	2
2	2

x	$y=-x+1$
-2	3
-1	2
0	1
1	0
2	-1





x	y=2x-1
-2	-5
-1	-3
0	-1
1	1
2	3

x	y=2
-2	2
-1	2
0	2
1	2
2	2

x	y=-x+1
-2	3
-1	2
0	1
1	0
2	-1

Graficando una función afín

Ejemplo: representar gráficamente la recta de ecuación

$y = -2x + 1$

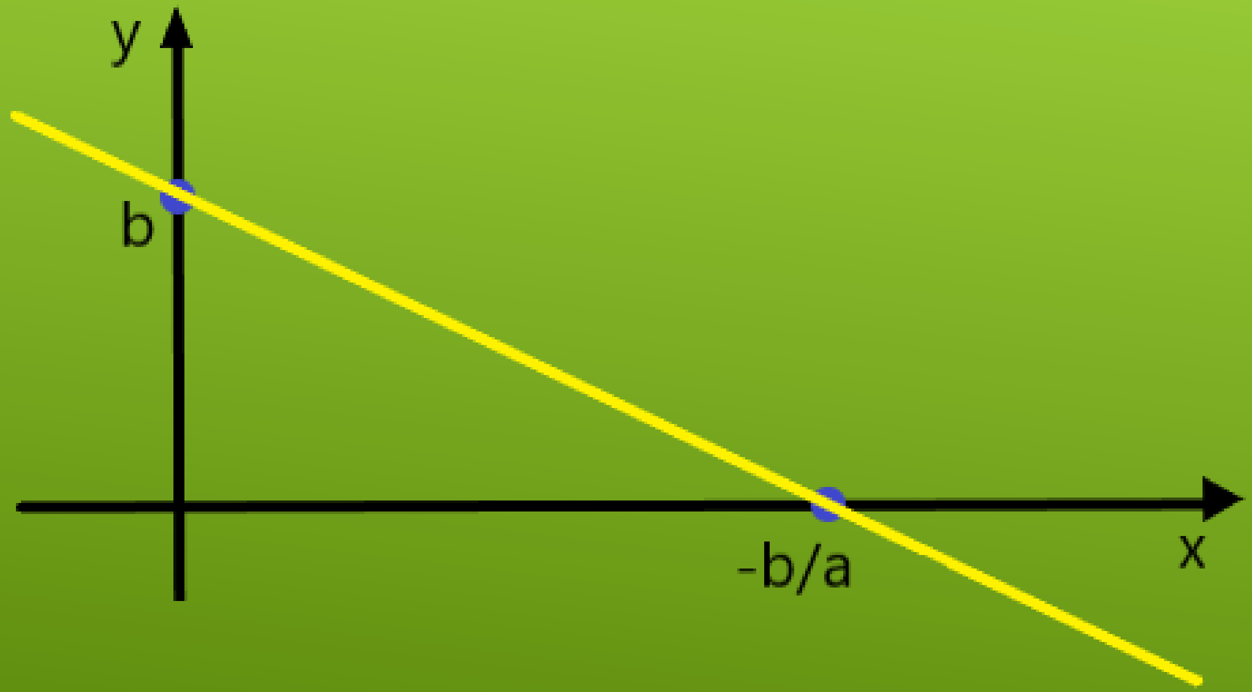
Determinando si un punto pertenece o no a la recta.

Determinar si los puntos $P = (2\,,4)$ y $Q = (1\,,5)$ pertenecen o no al gráfico de: $y = 3x - 2$

Solución: Para determinar si un punto pertenece a la recta, debemos ver si sus coordenadas x e y satisfacen la relación $y = 3x - 2$

$P = (2\,.\,4)$ es decir $x = 2\,, y = 4$

Función polinomial de primer grado (Función afín)



$$f(x) = ax + b$$

Ubicar puntos de una recta no es la única forma de conocer el aspecto de la misma.

También podemos esbozar su gráfica según los valores que tomen a y b.

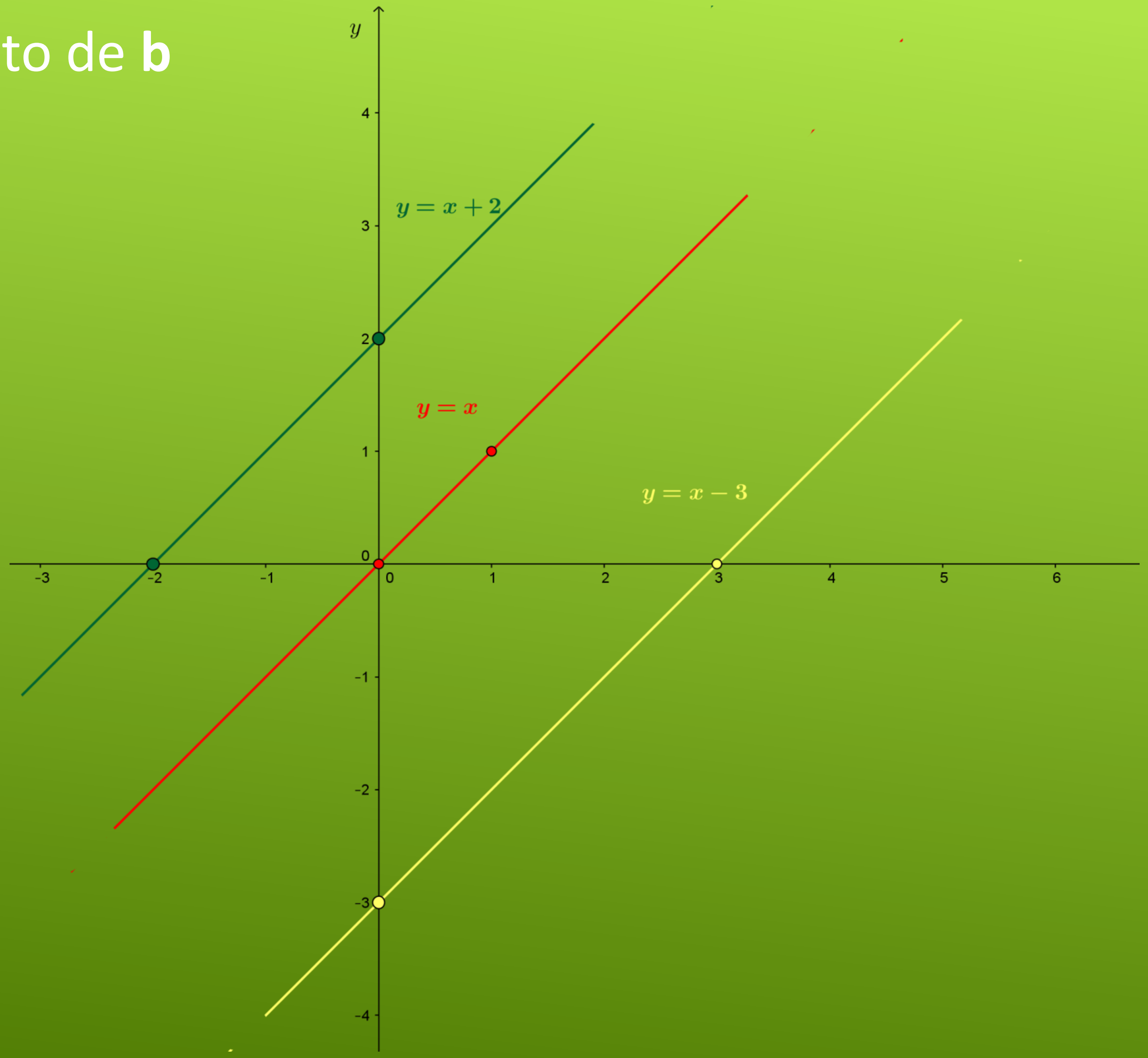
Como vimos antes, el valor de **b** corresponde a la "altura" a la que la recta atraviesa al eje y.

$b > 0$	**$b = 0$**	$b < 0$
↓	↓	↓
Pasa por encima del origen	**Pasa por el origen**	Pasa por debajo del origen

El efecto de b

Graficar las funciones afines: $y = x$, $y = x + 2$, $y = x - 3$

El efecto de **b**

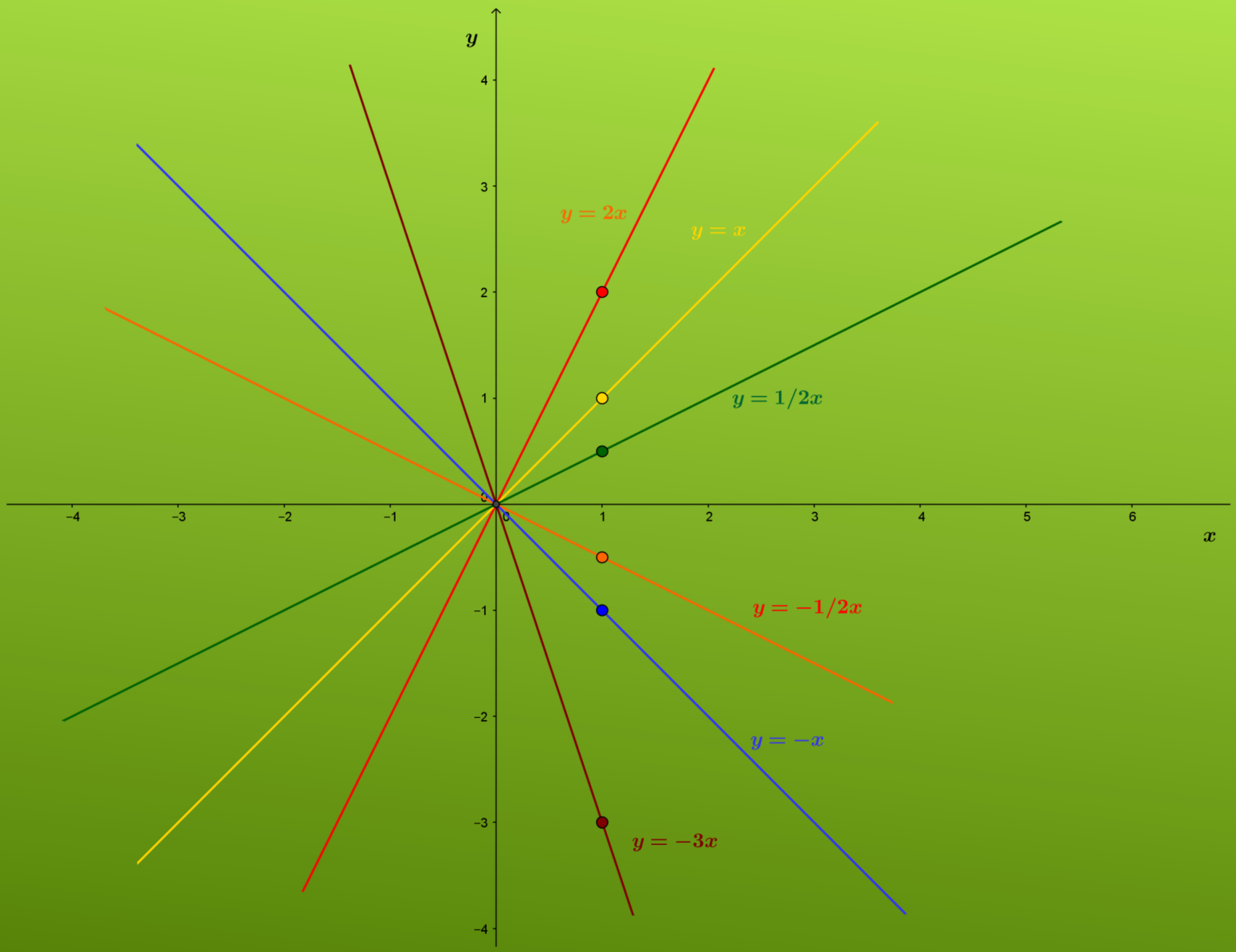


El efecto de $\boldsymbol{a}$

Para analizar el efecto de a,graficamos, en un mismo sistema de ejes coordenados, rectas de la forma $y = a.x$ para distintos valores de a

Ejemplo: graficamos las funciones lineales:

$$y = -\frac{1}{2}x \,;\, y = -3x \,;\, y = -x \,;\, y = z \,;\, y = 2x \,;\, y = \frac{1}{2}x$$


y
x
y = 2x
y = x
y = 1/2x
y = −1/2x
y = −x
y = −3x

Proporcionalidad directa

Las relaciones de proporcionalidad aparecen con mucha frecuencia en nuestra vida cotidiana. Para que dos magnitudes mantengan una relación de **proporcionalidad directa**, tienen que estar relacionadas de tal forma que si aumentamos la cantidad de una, la otra tiene que aumentar también proporcionalmente, y lo mismo ocurre si reducimos una de ellas.

Esto se traduce matemáticamente como:

dos magnitudes x e y son directamente proporcionales si existe una constante a, llamada constante de proporcionalidad, tal que:

$$y = a.x$$

Para resolver un problema de proporcionalidad directa se puede utilizar:

La constante de proporcionalidad.

Una regla de tres simple.

Ejemplo: Sabiendo que 16 entradas para el cine costaron \$3840, determinar el precio de 29 entradas (estamos suponiendo que no hay ningún tipo de promoción).

Solución 1: hallando la constante de proporcionalidad. Puesto que la cantidad de entradas a adquirir (x) es directamente proporcional al dinero a abonar (y), sabemos que existe una constante $\boldsymbol{a}$ tal que $\boldsymbol{y = a.x}$

Solución 2: usando regla de tres simple.

La regla de tres simple es una operación que tiene por objetivo hallar el cuarto termino de una proporción, cuando se conocen tres.