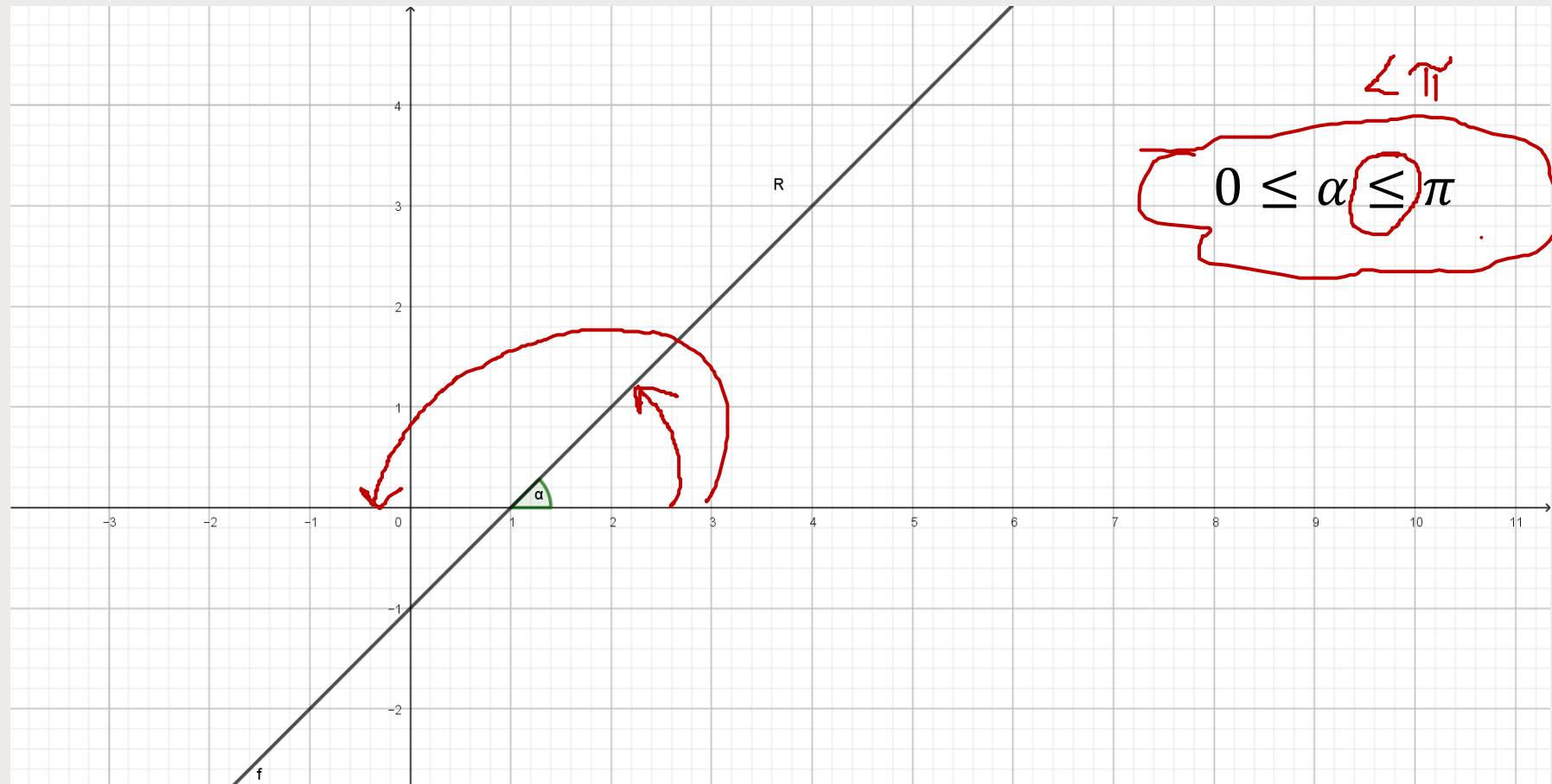


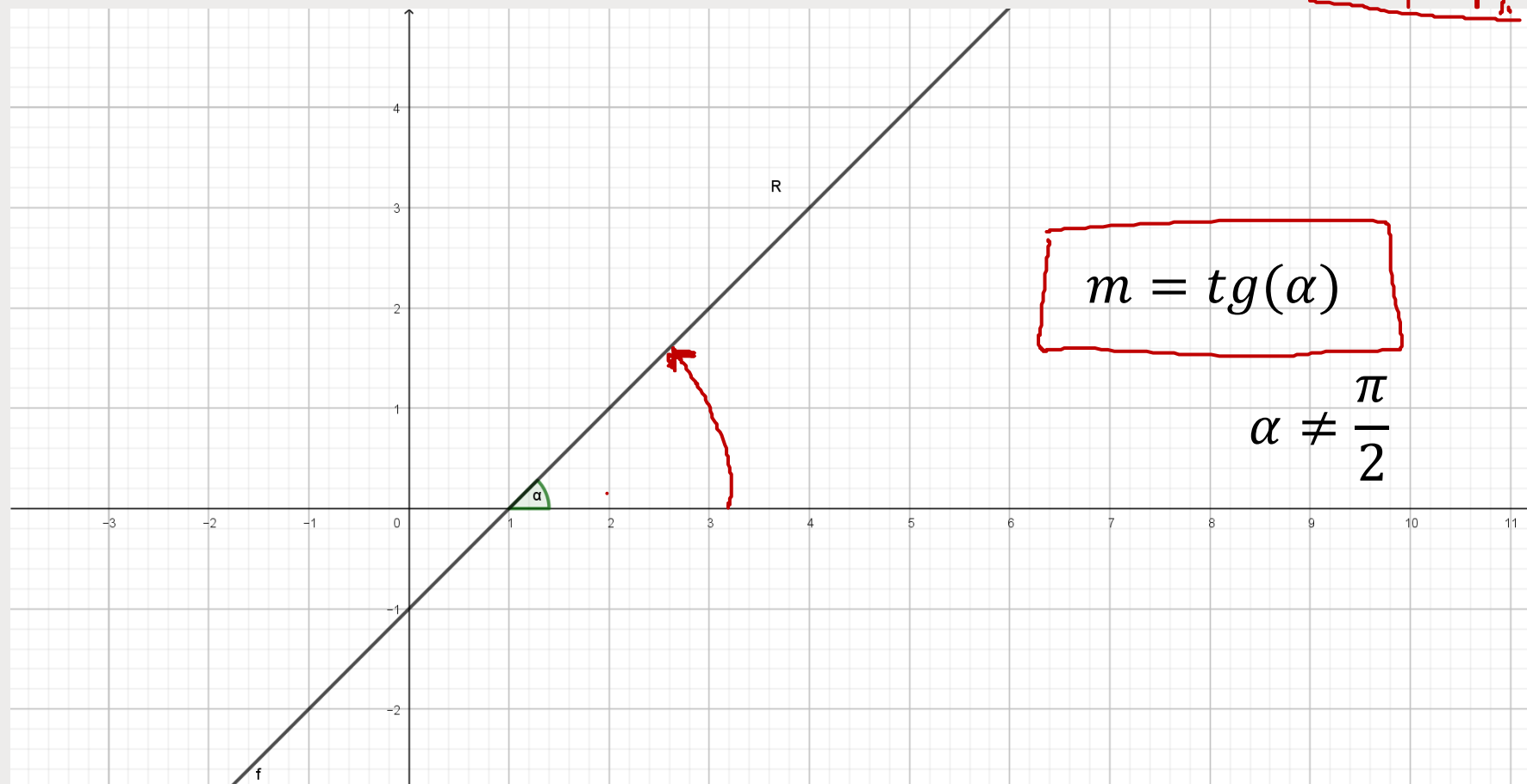
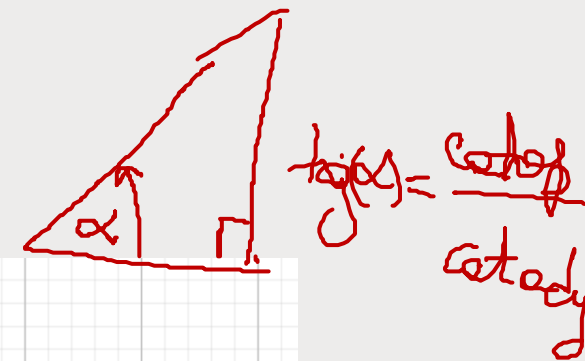
GEOMETRÍA ANALÍTICA

Ecuación de la recta

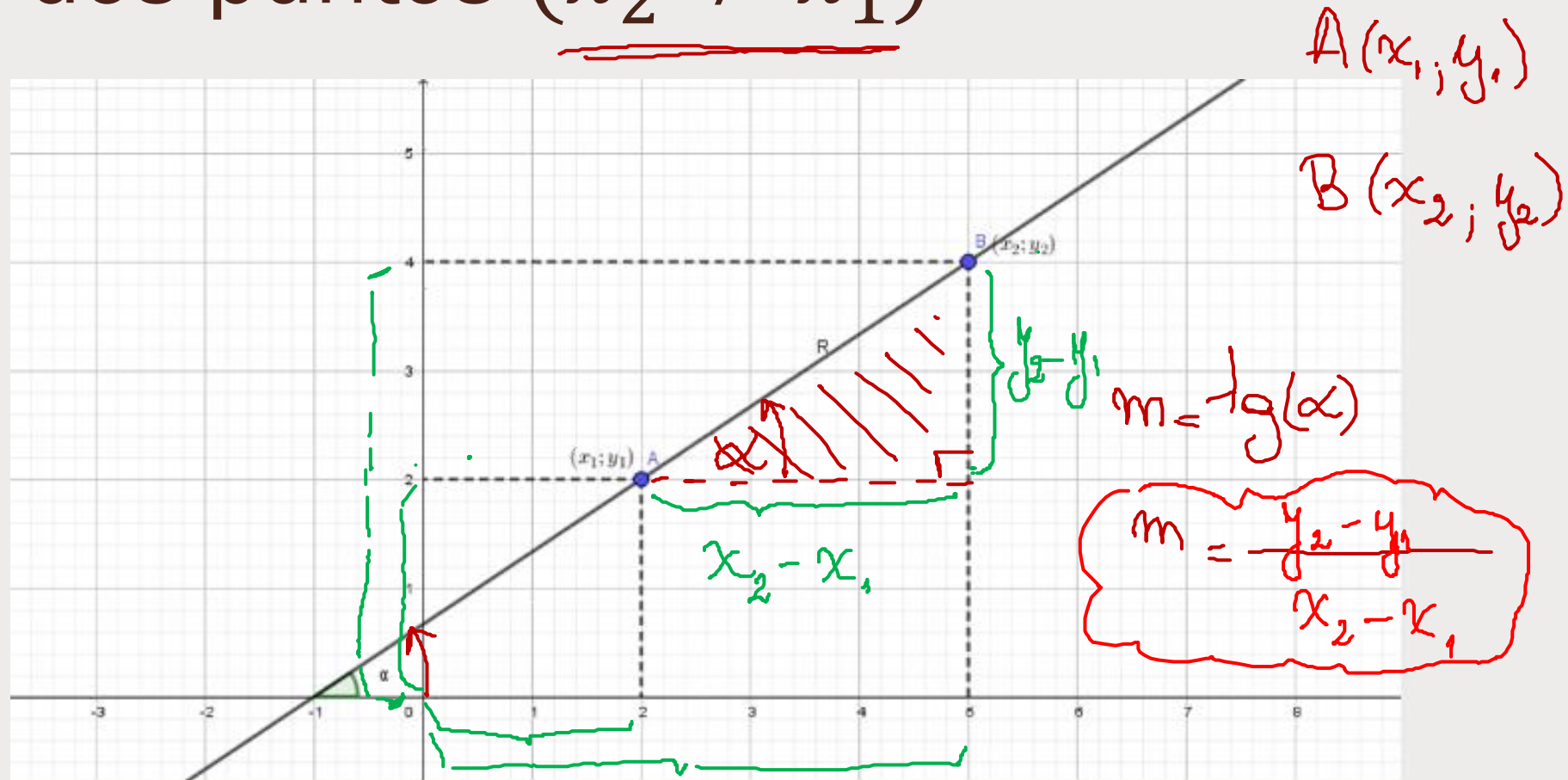
Ángulo de inclinación de una recta



Pendiente de una recta

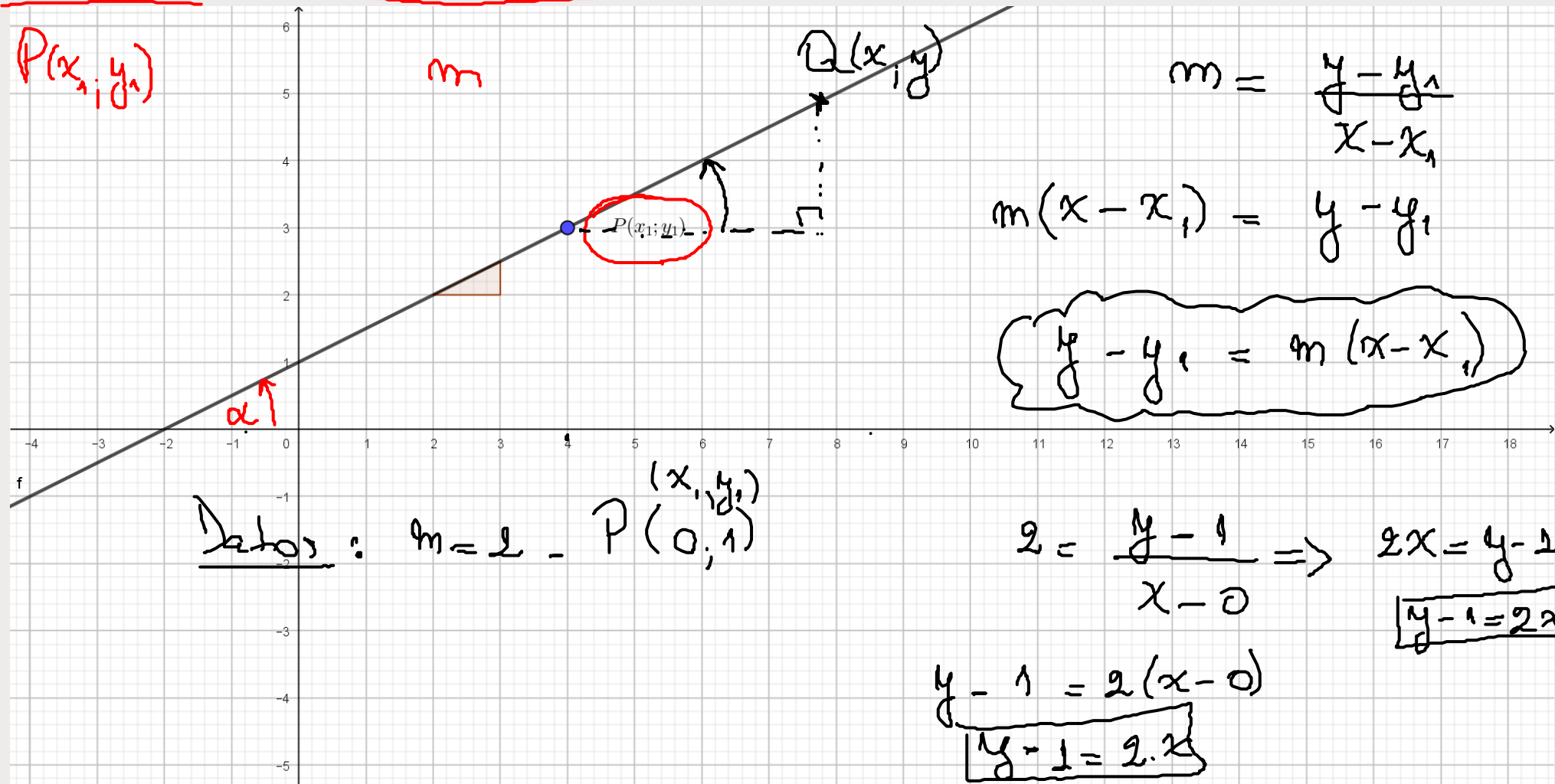


Pendiente de una recta que pasa por dos puntos ($x_2 \neq x_1$)

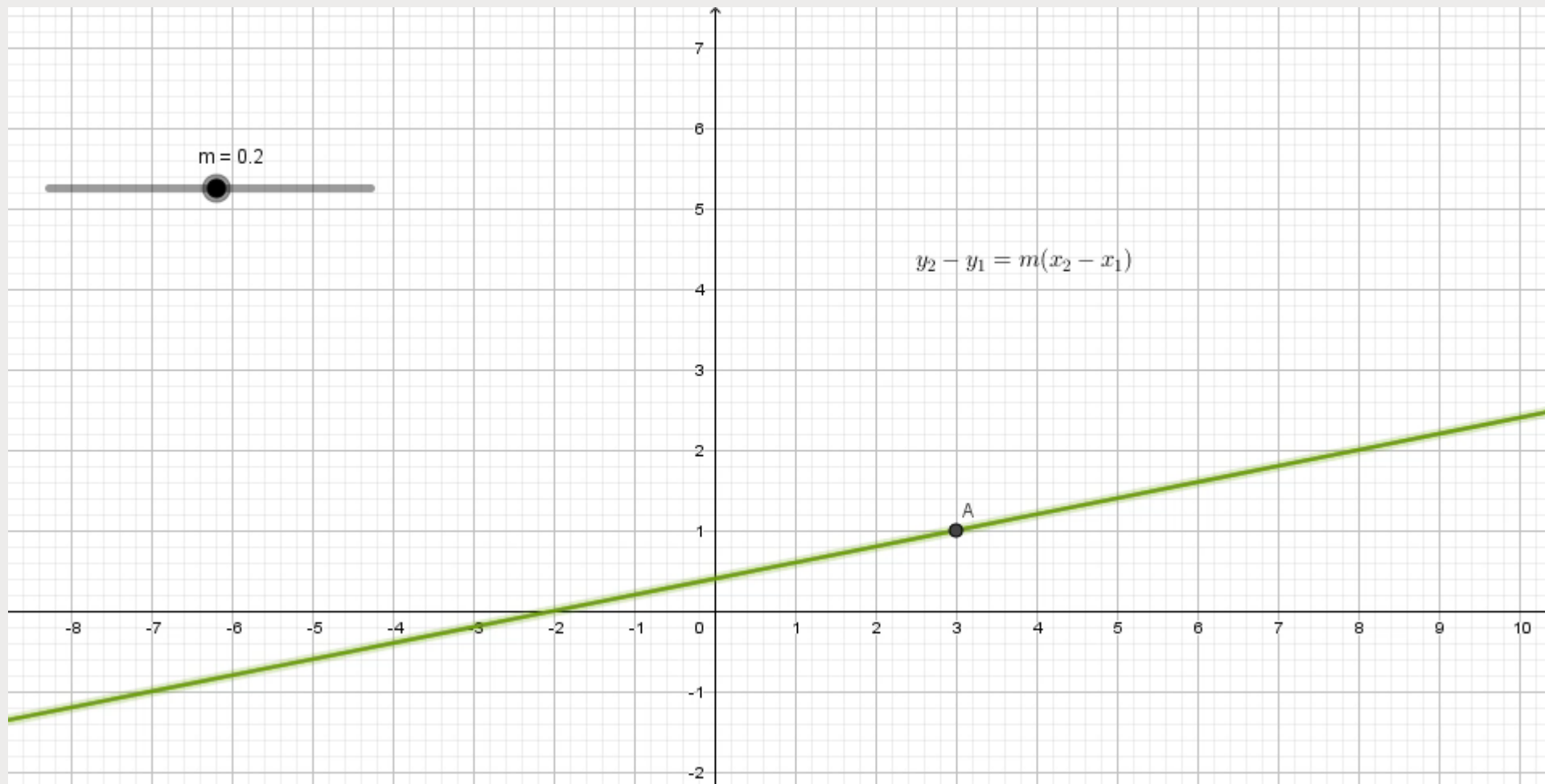


Ecuación de la recta Punto - Pendiente

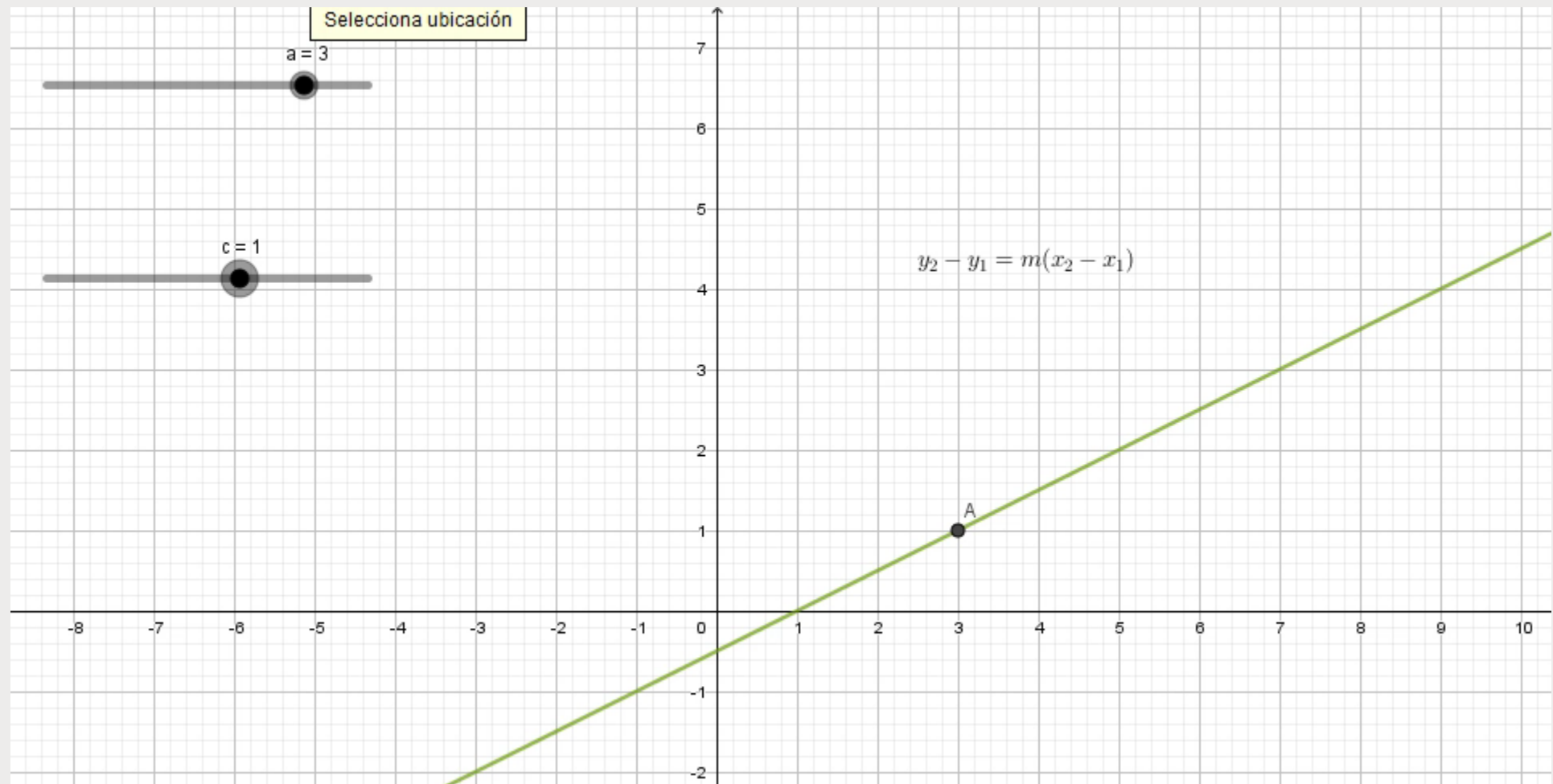
$Q \in \text{Recta}$



Ecuación haz de rectas concurrentes



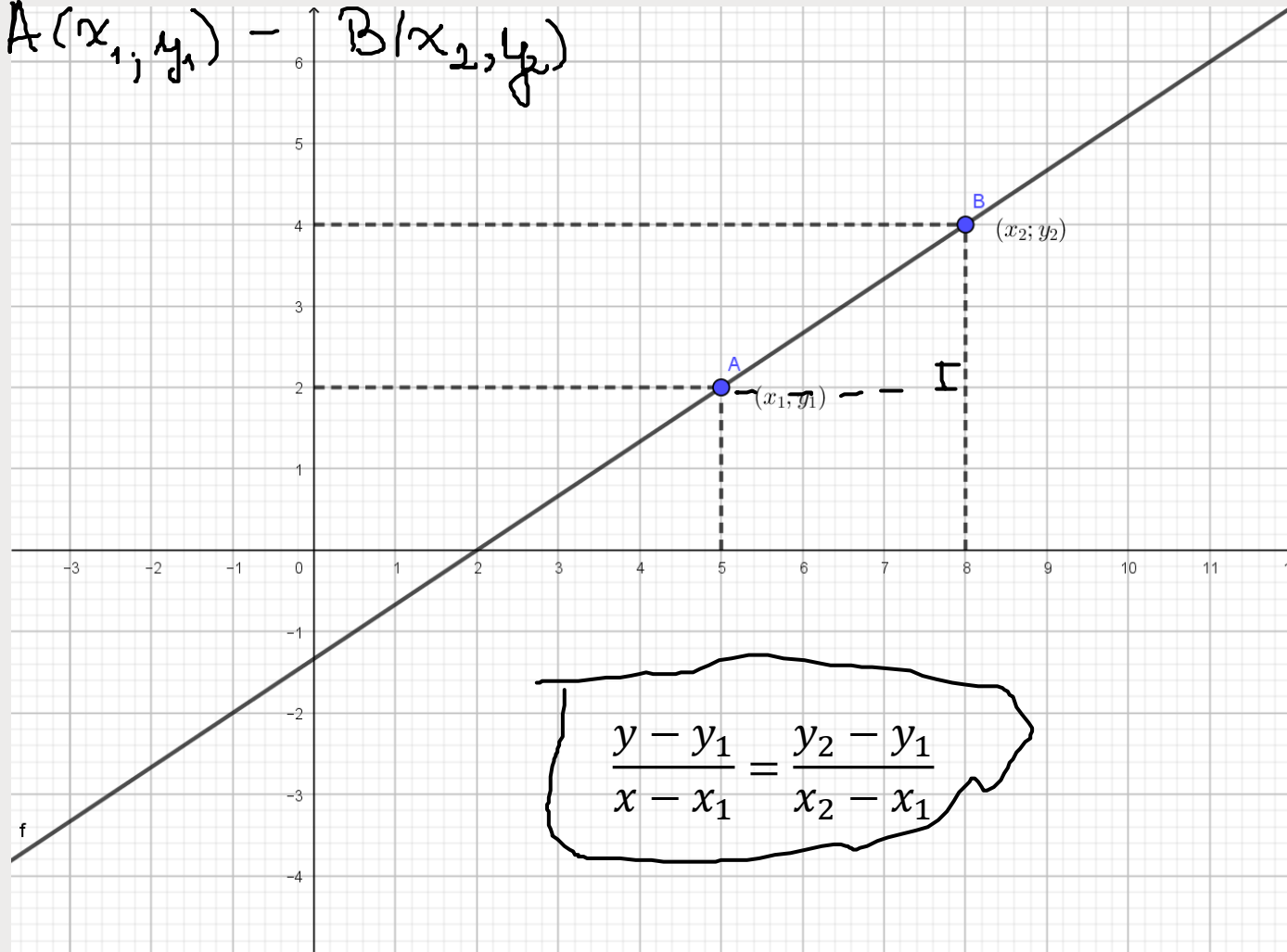
Ecuación haz de rectas paralelas



Ecuación de la recta Punto - Punto

$$(x_1 \neq x_2)$$

A(x₁, y₁) - B(x₂, y₂)



$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Formas de la ecuación de la recta

Forma explícita

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

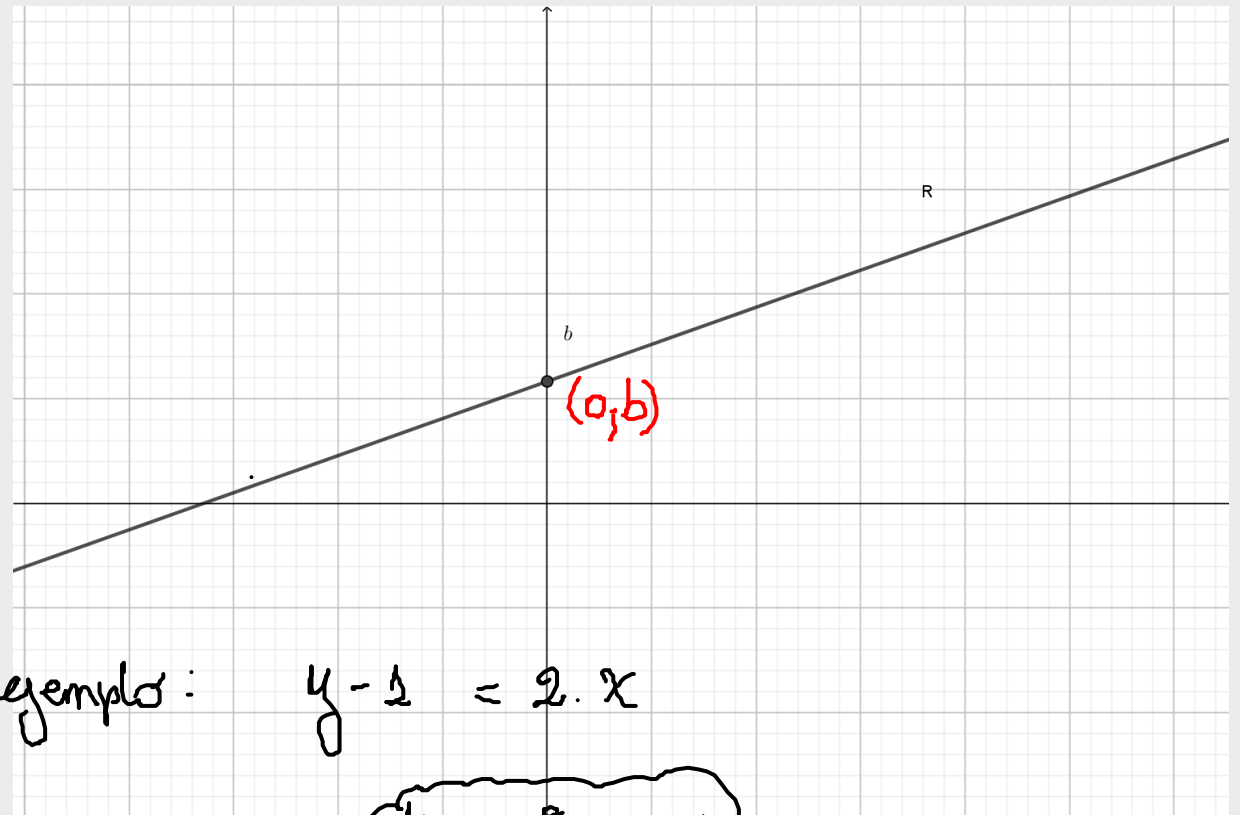
$$y - y_1 = m \cdot x - m \cdot x_1$$

$$y = m \cdot x - m \cdot x_1 + y_1$$

b

$$y = \underline{m} \cdot x + \underline{b}$$

pendiente
ordenada
al origen



En el ejemplo: $y - 1 = 2 \cdot x$

$$y = \underline{2} \cdot x + \underline{1}$$

Formas de la ecuación de la recta

Forma implícita

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$$

$$(y - y_1) \cdot (x_2 - x_1) = (y_2 - y_1) \cdot (x - x_1)$$

$$y \cdot (x_2 - x_1) - y_1 \cdot (x_2 - x_1) = (y_2 - y_1) \cdot x - (y_2 - y_1) \cdot x_1$$

$$y \cdot (x_2 - x_1) - y_1 \cdot (x_2 - x_1) - (y_2 - y_1) \cdot x + (y_2 - y_1) \cdot x_1 = 0$$

$$\underbrace{-(y_2 - y_1) \cdot x}_A + \underbrace{(x_2 - x_1) \cdot y}_B - \underbrace{y_1 \cdot (x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) \cdot x_1}_C = 0$$

En el ejemplo:

$$y - 1 = 2 \cdot x$$

$$-2x + y - 1 = 0$$

$$\boxed{2x - y + 1 = 0}$$

$$Ax + By + C = 0$$

Formas de la ecuación de la recta

Forma segmentaria

→ $Ax + By + C = 0$

$$Ax + By = -C$$

$$\frac{Ax + By}{-C} = \frac{-C}{-C}$$

$$\frac{Ax}{-C} + \frac{By}{-C} = 1$$

$$\underbrace{\frac{x}{-\frac{C}{A}}}_{a} + \underbrace{\frac{y}{-\frac{C}{B}}}_{b} = 1$$

$C \neq 0$

ordenada del
origen

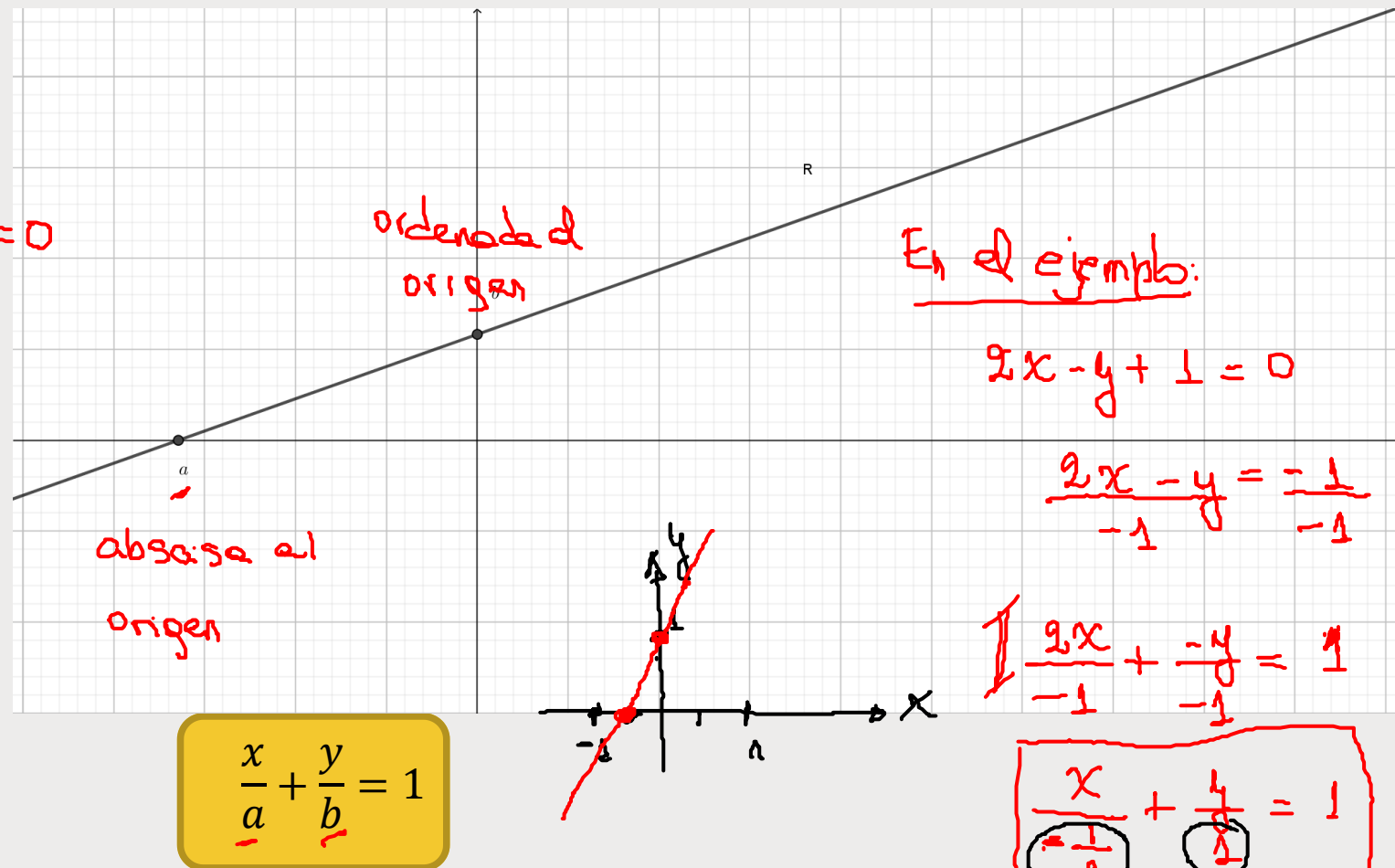
En el ejemplo:

$$2x - y + 1 = 0$$

$$\frac{2x - y}{-1} = \frac{-1}{-1}$$

$$\frac{2x}{-1} + \frac{-y}{-1} = 1$$

$$\frac{x}{-\frac{1}{2}} + \frac{y}{1} = 1$$



$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Casos particulares

$$Ax + By + C = 0$$

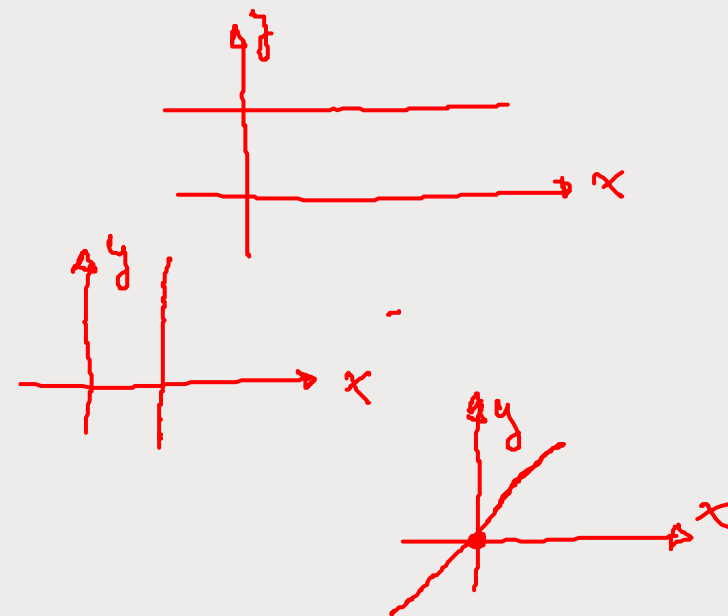
❖ $A = 0$; $B \neq 0$; $C \neq 0$: $By + C = 0 \Rightarrow y = -\frac{C}{B}$

❖ $B = 0$; $A \neq 0$; $C \neq 0$: $Ax + C = 0 \Rightarrow x = -\frac{C}{A}$

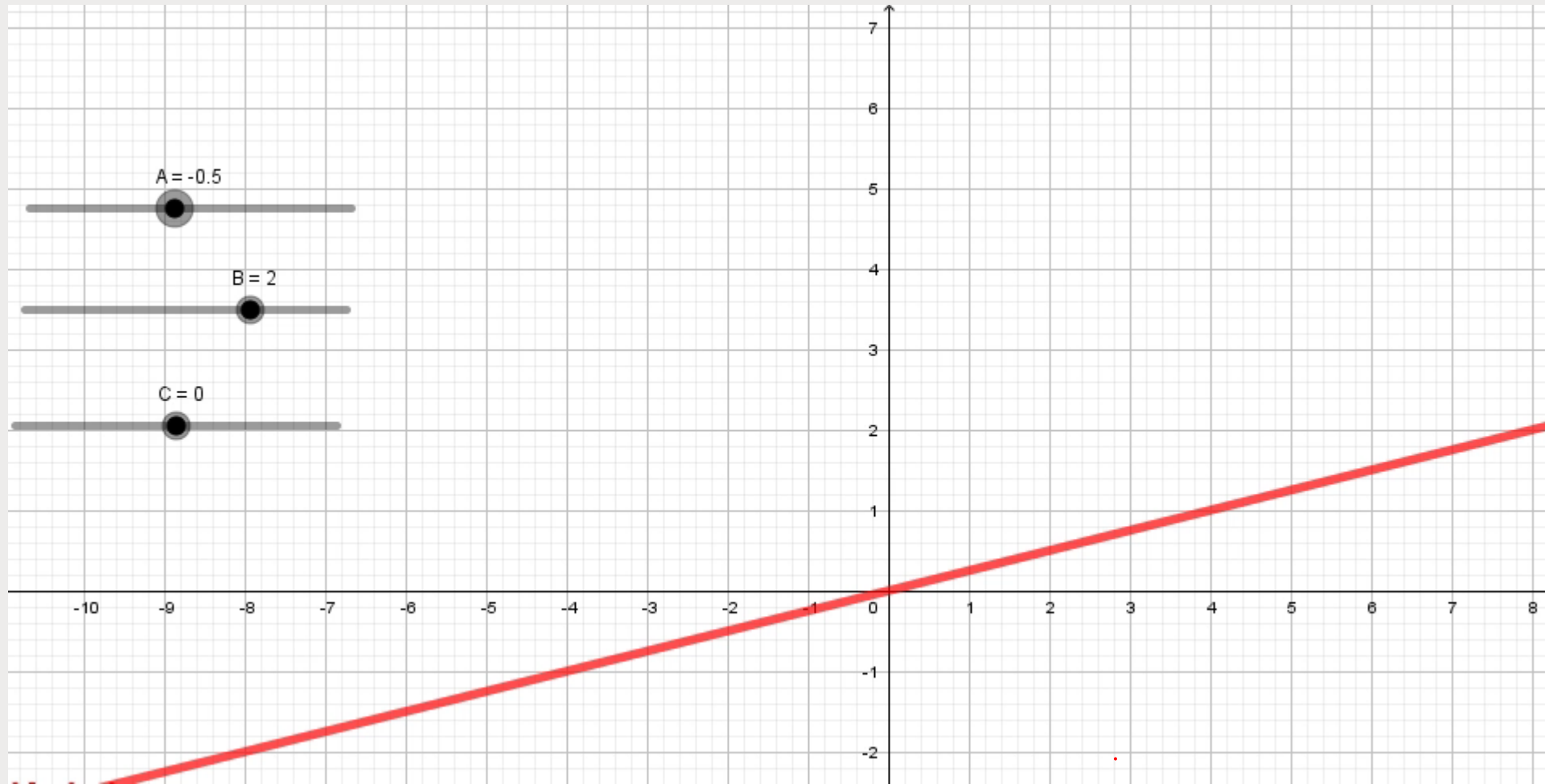
❖ $C = 0$; $A \neq 0$; $B \neq 0$: $Ax + By = 0 \Rightarrow y = -\frac{A}{B}x$

❖ $A = 0$; $B \neq 0$; $C = 0$: $By = 0 \Rightarrow y = 0$

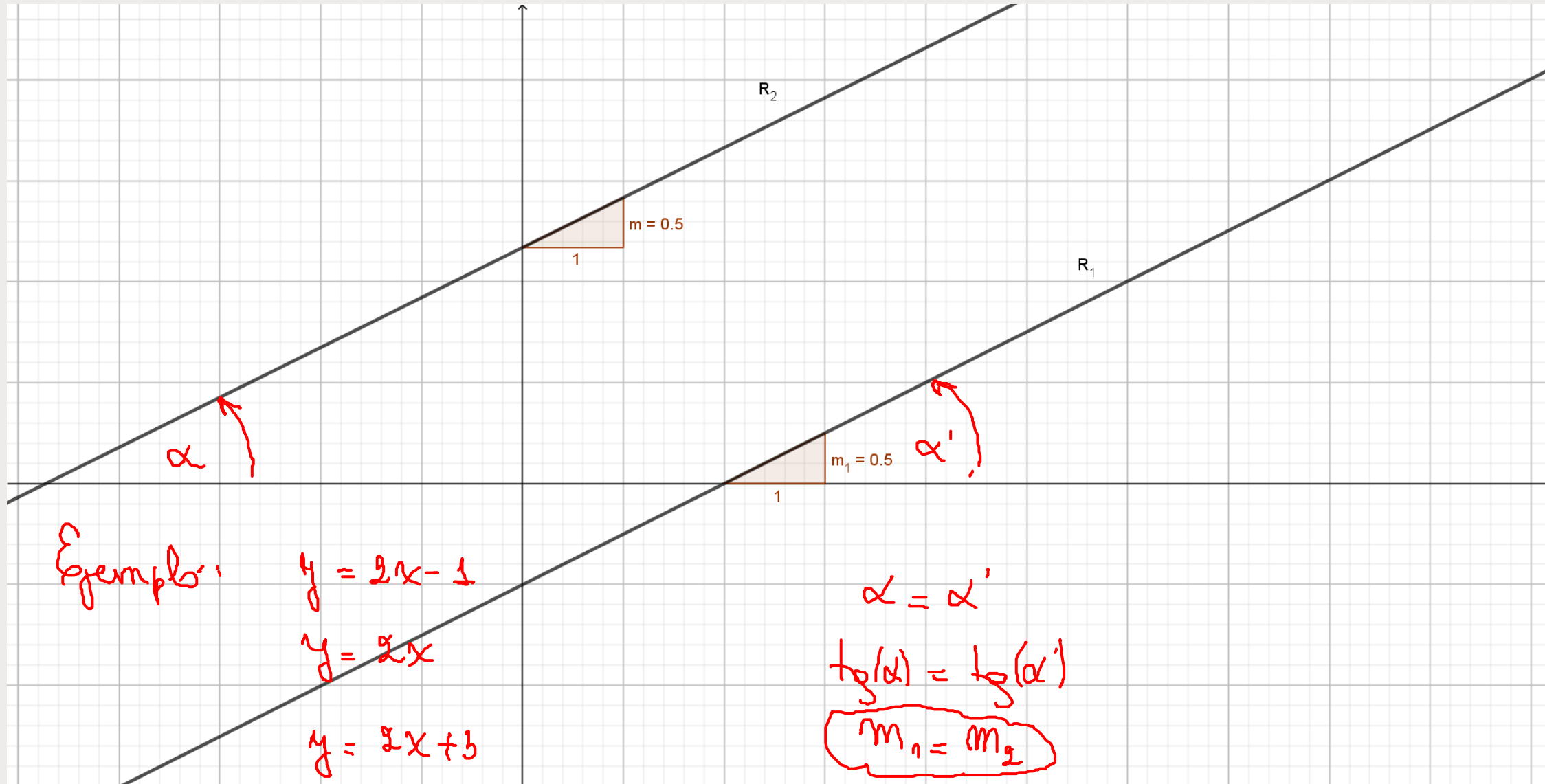
❖ $B = 0$; $A \neq 0$; $C = 0$: $Ax = 0 \Rightarrow x = 0$



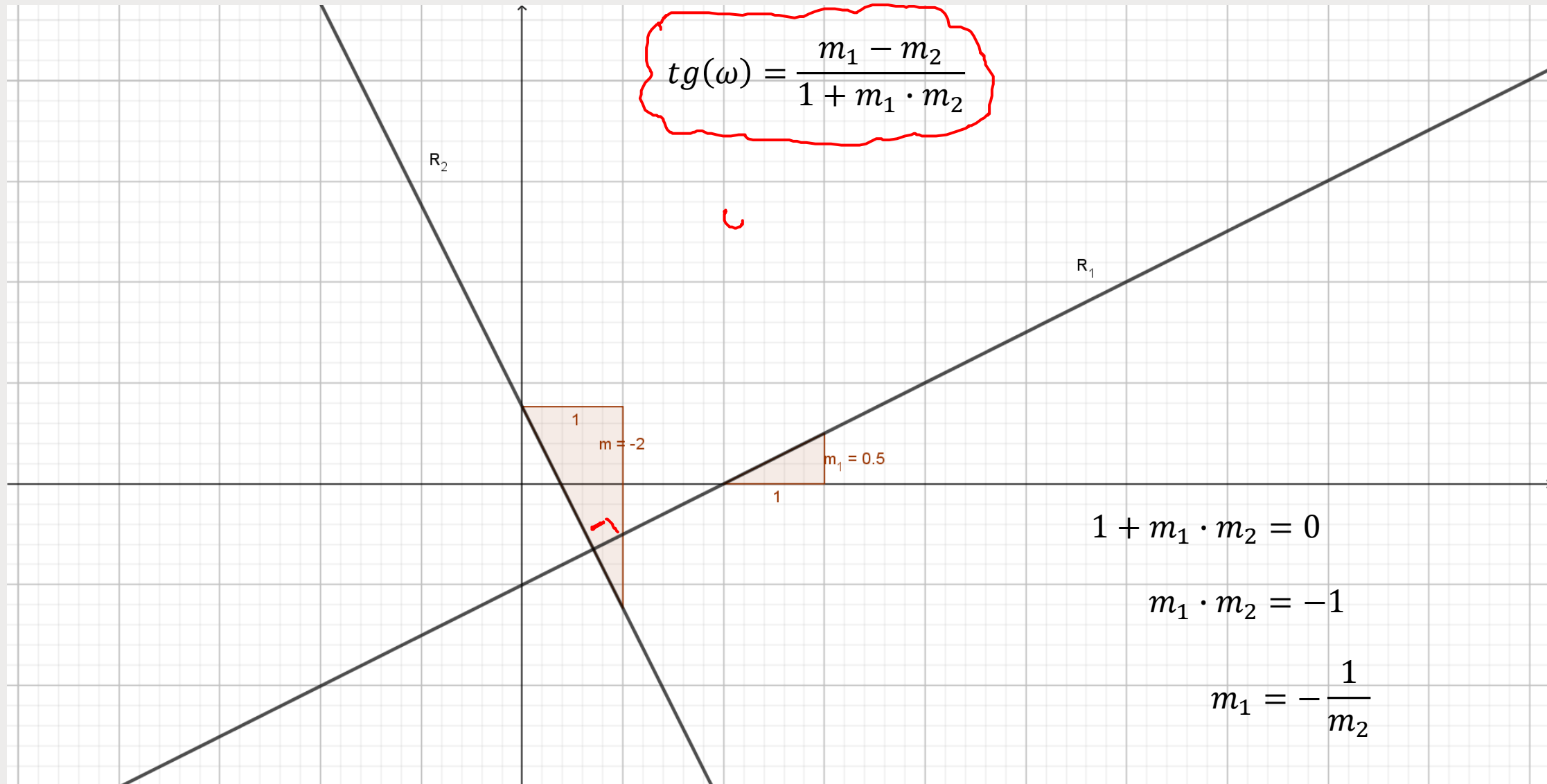
Casos particulares



Condición de paralelismo entre rectas

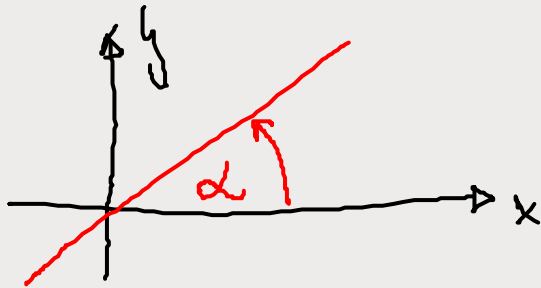


Condición de perpendicularidad



Ejemplos

Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos A(-3, 2) y B(7, -3)



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-3 - 2}{7 - (-3)}$$

$$m = \frac{-5}{10}$$

$$m = -\frac{1}{2}$$

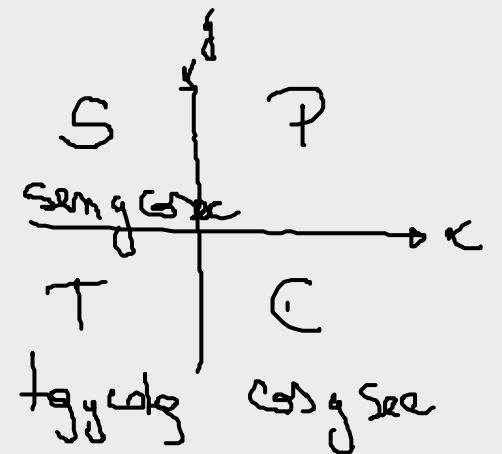
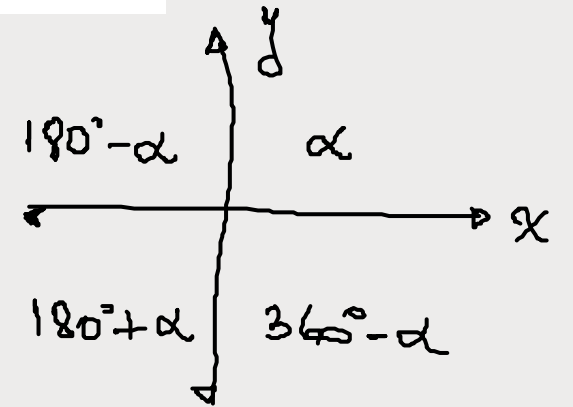
$$m = \operatorname{tg}(\alpha)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\alpha = 155^{\circ}26'24''$$



Ejemplos

- Encuentre la ecuación de la recta que pEscriba aquí la ecuación.asa por los puntos A(1;2) y B(-2;5)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \frac{5 - 2}{-2 - 1} \quad m = \frac{3}{-3} \quad m = -1$$

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1) \quad y - 2 = -1 \cdot (x - 1) \quad y = -x + 1 + 2 \quad \boxed{y = -x + 3}$$

Forma explícita

$$y = -x + 3$$

$$\boxed{x + y - 3 = 0}$$

Forma implícita

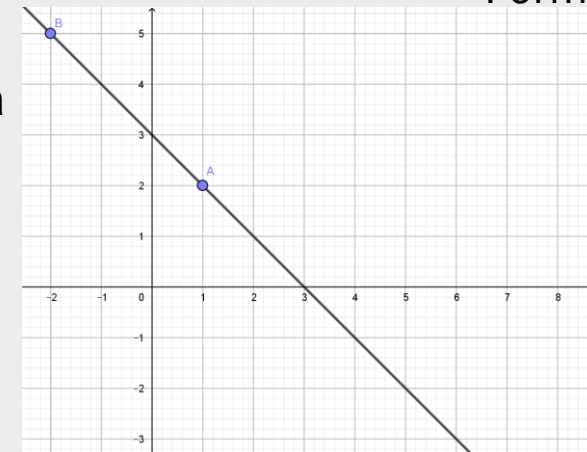
$$x + y - 3 = 0$$

$$x + y = 3$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = \frac{3}{3}$$

$$\boxed{\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1}$$

Forma segmentaria



Ejemplos

Una recta pasa por el punto A(7, 8) y es paralela a la recta que pasa por los puntos C(-2, 2) y D(3, -4). Hallar su ecuación

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(x_1, y_1) = (7, 8)$$

$$m_1 = m_2 = -\frac{6}{5}$$

$$y - 8 = -\frac{6}{5} \cdot (x - 7)$$

$$y = -\frac{6}{5}x + \frac{42}{5} + 8 \Rightarrow \boxed{y = -\frac{6}{5}x + \frac{82}{5}}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-4 - 2}{3 - (-2)}$$

$$m = \frac{-6}{5}$$

Ejemplos

Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto A(-1;2) y es perpendicular a la recta $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} = 1$.

Determine pendiente y ordenada al origen de la recta encontrada. Grafique.

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} = 1$$

$$\frac{y}{-2} = 1 - \frac{1}{4}x$$

$$y = \left(1 - \frac{1}{4}x\right) \cdot (-2)$$

$$y = -2 + \frac{1}{2}x$$

$$m_2 = \frac{1}{2}$$

$$m_1 = -\frac{1}{m_2}$$

$$m_1 = -2$$

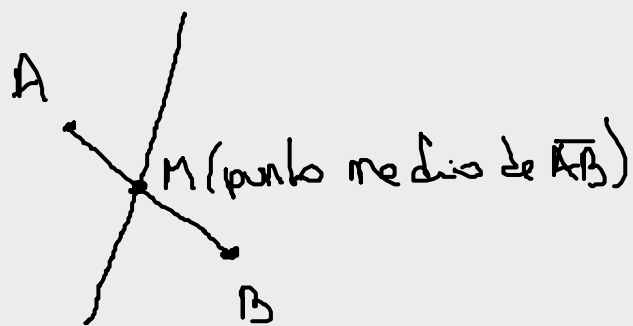
$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

$$y - 2 = -2(x + 1)$$

$$y = -2x - 2 + 2 \Rightarrow \boxed{y = -2x}$$

Ejemplo

Demostrar que la recta que pasa por los puntos $(4, -1)$ y $(7, 2)$ biseca al segmento de extremos $(8, -3)$ y $(-4, -3)$



$$M(x_m; y_m)$$

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Recta que pasa por $(4, -1)$ y $(7, 2)$

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y + 1 = \frac{2 + 1}{7 - 4} (x - 4) \Rightarrow y + 1 = x - 4$$
$$\boxed{y = x - 5}$$

Recta que pasa por $(8, -3)$ y $(-4, -3)$

$$y + 3 = \frac{-3 + 3}{-4 - 8} (x - 8) \Rightarrow \boxed{y = -3}$$